

# 非線形最適化の理論

(講座・数理計画法4)

福島雅夫著 産業図書

数理計画法のここ10余年の発展・普及には目を見はるものがある。これにともない多数の書物が刊行されているが、和書ではこれまでのところ数理計画一般の概説および線形計画法に関するものが圧倒的多数を占め、非線形計画法・整数計画法・ネットワーク等特定の分野に関するものは数がきわめて少ないばかりでなく翻訳ものの占める比率が高かった。このような状況下において、「数理計画法の理論的研究および実用化の第一線で活躍している人たちが協力し合い、基礎的概念から始めて最新の理論、手法、応用例に至るまでを体系的に整理し、これから数理計画法を学ぼうとする人々、現在数理計画法を使って仕事をしている人々にとって、わかりやすくかつ有益な形で叙述し、1つの大きな道標を建てることを目的として企画」されたのが産業図書の「講座・数理計画法」(編集委員代表 伊理正夫)である。全11巻のトップをきって刊行されたのが「線形計画法入門」(古林隆)と、ここでとりあげた「非線形最適化の理論」である。

非線形計画法に関し、洋書の管囲では Mangasarian (1969; 邦訳), Luenberger (1973), Avriel (1976)らの定評ある著書を含め相当数の書物が刊行されているのに対し、本格的な和書(翻訳を除く)は「非線形計画法」(今野・山下, 1978, 日科技連出版社)に限られていたわけだが、今回の出版でやや層の厚さを加えたことになる。なお、Avriel や今野・山下の著書のように、このシリーズでは非線形最適化の理論とアルゴリズムを分けており、今回の福島氏の著書は理論をあつかったものである。

本書は参考文献・索引を含み全196頁の比較的コンパクトな書物であるが、内容はかなり高度で非線形計画法に関する基礎理論が明快簡潔に小気味よくまとめられている。構成は全7章からなり、序論、凸解析、最適性の条件、安定性と感度分析、双対性の理論、微分不可能な最適化問題、特殊構造をもつ問題、とかなり盛りだくさんな内容があっかわれている。基本構成は前にもふれた Avriel や今野・山下、あるいは Bazaraa・Shetty (1979) と似ているが、安定性と感度分析、微分不可能な最適化

問題など従来の書物ではあまりとりあげられていない新しいトピックスも含まれている。

簡単な例を用いて非線形計画法の理論とは何かを説明(第1章)したあと、第2章は全体の1/4をさいて本書で必要となる凸解析の基礎がまとめられている。ここでは凸集合、分離定理、錐、関数の連続性、凸関数等の標準的内容、さらには共役関数、標示関数、支持関数等があっかわれ、最後に劣勾配にふれている。なお、凸関数の一般化(準凸関数、擬凸関数等)にはほとんどふれていない。非線形計画法に適した形で書かれた凸解析の書物がほとんどない(たとえば、「最適化問題の基礎」、久志本茂, 1979, 森北出版)なかで、本書第2章は数理計画のための凸解析入門としても使いうるものである。叙述はかなりの例が盛り込まれているとはいえ、基本的には用語の定義と定理の証明の連続でやや無味乾燥の感がしないでもないが、内容上やむを得ないものと思われるし、逆に、何か特定の内容を知るためのマニュアルとしてみると冗長性が少なく簡潔で使いやすい。この点は程度の差こそあれ第2章にかぎらず本書全般について言える。

各章についてくわしく述べる余裕はないが、非線形計画法理論の中心とも言うべき Kuhn-Tucker 条件をあつかう第3章では、まず、接錐と線形化錐から Guignard の制約想定を用いて最適性の必要条件を導く方法をとっており、次に Fritz John 条件、各種制約想定およびその関連性、鞍点定理等が明快に述べられている。双対理論をあつかう第5章では、凸性や制約想定等を仮定せずにまず双対問題を定義し、次に双対性が成立する条件を考えるというアプローチがとられている。第6章では凸計画問題に対する Kuhn-Tucker 条件が劣微分を用いて表現できることを示し、非凸計画問題に対する一般勾配を用いた最適性の条件が示されている。第7章では幾何計画問題、分数計画問題、大規模問題の分解と3つの話題が簡単にあっかわれている。

各章末には10題弱(第2章は18題)の問題が与えられておりテキストとして使える。著者の言うように(はしがき)「線形計画法の知識は不要」であるにしても、本書の数学レベルは読者のある程度の数学的知識ないしは「慣れ」を必要とするであろう。

以上全体を通して、200頁弱というスペースにやや多すぎるかとも思えるほどの豊かな内容が簡潔にわかりやすくまとめられており、非線形計画法の理論に関する貴重な文献となろう。最後に、本書と姉妹編となる「非線形最適化のアルゴリズム」(山下浩)、ならびに本講座の他の巻に期待したい。(森戸晋 筑波大学)