時間と空間のバッファ

東京工業大学　森 村　英 典

スーパーマーケットの勘定台のように，待ち行列が利用される多くの場では，待ち時間と窓口の遊休時間がバッファになって仕事が順調に進められていく．一方，製造工程の原料在庫のような，在庫理論の利用される場では，ふつう待ち時間はほとんど問題にされず，適正在庫量をいかに設定するかという空間的なバッファに興味が集められる．

もちろん，勘定台の前の待ち行列でも厳密にいえば待つ場所が必要であるし，在庫量の計算には在庫時間がはいってくるので時間に無関係というわけではない．しかし，それぞれを簡単な形で取り入れるに留めることによってモデルを簡略化し使いやすくしている．

現場での適用に際しては，このような「どちらが支配的に重要か」という基準でモデル化の態度をまず定めることが必要であろう．

たとえば，某製鉄所で高炉から転炉まで溶銑を運ぶトーピード・カーの適正配車数を定めたい，という問題が生じたが，ここでの中心課題は，運行の遅れではなく，転炉の故障等のため一時的に増加する溶銑を保留するための“空間的”バッファとしてのトーピード・カーの役割評価であった．

このため，高炉からの累積出銑量と転炉で必要とする累積量を画き，その２本の曲線の差によって必要トーピード・カー台数を推定する方式が考えられた(図１)．ここでは横軸方向つまり待ち時間はあまり問題にしていない．図１のような２本の曲線が十分な情報をもっていることは別項（森の記事参照）で触れられるが，このような方式で実際問題にアタックするのは有効である．

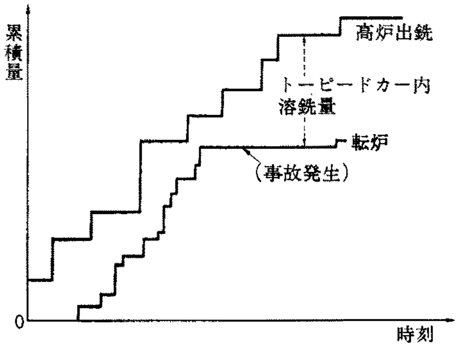

図 1

しかし，いまの例のようにこの２本の曲線が，下の線が上の線を超えないという制約以外には互いに干渉し合うことがなければ話は割合うまく進行するのであるが，縦軸方向の差つまり待ち行列の長さや在庫量などが横軸方向へのずれの原因となるようなケースもあり，このときには話は複雑になる．

図２はいくつかの交差点における実測にもとづく概念図で，朝早いうちは道路の容量が十分にあるため密度(台/m）が増すのに比例して通過交通量(台/分）が増加するが，ラッシュにかかると交差点を通過しにくくなり，ラッシュの解消にともなって再び通過量が増加するという様子を示している．

図３のような密度変化を仮定して Greenberg

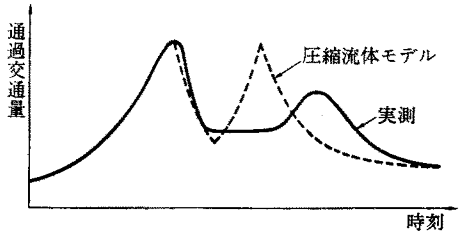

図 2

の圧縮流体モデルを使って説明しようとすると，同図の点線のようになってしまうが，これは，現実の自動車は長さをもっていて，ある程度以上密度が濃くなると“非圧縮流体”になり，待ち行列的要素が支配的になるという現実を無視しているためであろう．

ここではバッファとして作用できるものが時間から空間へ，そして再び時間へと変化し，その過渡的状態のところでは両者が微妙にからんでいると考えられるが．そのへんの事情をすっきりと解明する理論はかなりむずかしそうに思われる．

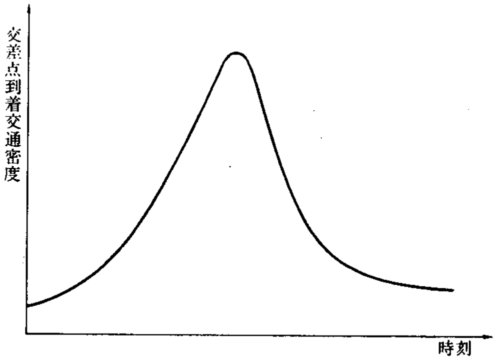

図 3

機能の分散と集中（その1）

防衛大学校　川 島　武

サービス窓口の機能は集中化が好ましいか，分散化が好ましいかというと，立場の違いや，見方がいろいろあり，当然一般的な断定はできない．各分野に見られる窓口（またはそう見なされるもの）にも，分散から集中，または逆に集中から分散と移行しているものがあるし，その切り換えには，それぞれそれなりの理由が存在しているようだ．

これは人から聞いた話であるが，ある市役所で窓口の構成を，従来のように戸籍，年金，会計といった分類をせず，万能係員を何人も養成し，誰がきても，1つの窓口ですべての用事がすませるようにしたそうである．これだと訪問者はいくつもの窓口をまわらずに，安心して最後まで用事をすますことができて，好評とのことである．1つ1つの用事をすませる時間が，従来と変わらないならば，機能分割した窓口に対し，それと同数の，機能集中した窓口があったほうがよいのは明らかだろう．

この典型的なモデルに，k 個の窓口が直列に並んでいるシステム(タンデム・キュー)と，どの窓口でも，この k 個分のサービスを行なうような並列型システムの比較がある．数値的には，到着率を同じにして，$M/M/k$ もしくは $M/E_l/k$ の待ち時間と $M/M/1$ のを k 段重ねたものとを比べると，おおよその傾向がわかる．$k=2$ でもかなり違う．

ただ，このシステムにする際，窓口の中側が旧態依然では，客の代りに係員が右往左往で，用事をすます時間が同じどころではなくなり，トラヒック密度は上昇，待たされる客の血圧も上昇ということになろう．好評ということは，事務処理の電算機化などが裏にあるような気がする．歴史的に考えれば，最初は何でもござれの係員が孤軍奮闘，それが事務処理量の増大にともない，窓口側にとって合理的な機能分散になり，さらにまた便利な機能集中にもどってきたというところなのだろうか．

☆　　☆　　☆

国鉄の切符自動販売機に100円用などの単能機と600円位までの切符が買える多能機がある．多能機は操作が複雑で能率が悪い．ある駅で，100円用単能機と多能機だけ合計10台設置するとき，その内訳はどうしたらよいだろうか．

100円切符購入者は単能機，多能機のいずれでも買えるので，ここでは確率pで単能機，$1-p$で多能機に並ぶものとする．ただし，pは100円切符購入者だけの平均待ち合せ人数を最小にするように決定する．駅側としては，配分に応じたpを考慮して，切符購入者全体の平均待ち合せ人数を最小にする配分を求める．このpの設定は便宜的であり，実際には，購入者は状況に応じて販売機を選ぶだろうから，多めの数字で配分台数を決定することになる．100円切符購入者とその他の切符購入者の到着率をともに10人/分，単能機，多能機のサービス率をそれぞれ10，5(人/分)としたとき，$M/M/k$モデルの結果を用い，電卓で原始的な探索をすると，$n=4$で全体の平均人数は3.05で最小である．$n=0$，すなわち全部多能機のときは，この値は4.01となっている．

似たような話であるが，こんなのもある．たとえば航空会社で，国内線，外国線それぞれ専用の予約電話番号をもち，30名ずつのオペレーターがいるとする．このとき，この60名のうち，k人だけ特別教育をして，両方の電話がとれるようにしたとする．kが1，2と増大するにつれて効率(単位時間当りの平均サービス完了数)も増大するが，5を越えると鈍化する．つまり，60名全員が特別教育された場合と，5名だけが特別教育された場合とでほとんど差がないということである．この例では，機能集中しても，サービス時間は変わらないとしているが，こんな時には，ちょっとのことで効果があがることもあるのである．

機能の集中と分散（その2）

東京理科大学　宮沢 政清

最近では，ほとんどの小売店でレジ，すなわち，金銭登録機を使っている．つり銭も表示してくれる便利な機械も多い．ところが，店が少しでも混み出すと，お客はレジの前に行列を作って待つことになる．この待ち時間は，買い物客にとっても，小売店にとっても，できるだけ短いほうがよい．小さな店では，工夫の余地はあまりないかも知れないが，大型店，特にスーパーなどでは，いろいろな方策が考えられているようである．

筆者がよく行くスーパーI店は，内容的にはデパートに近い形の大型店で，駐車場やレジなどのスペースが十分にとってある．ここの食料品と日用雑貨の売り場(約1000㎡)には，10台のレジが並んでいる．しかも，各レジは2台の連動した会計機からなり，お客は初めの会計機で会計をすませ，次の会計機で支払いをする．これらの会計機は直列に並んでいるので，会計が終っても前の客が支払い中ならば，そのまま待たねばならない．このとき，会計のほうは次の客へ進めない状態，すなわち，ブロッキングの状態が生ずる．ただし，普通は，支払いのほうが早く，ブロッキングはあまりおこらないようである．

このように，1台のレジには2人の店員がつくが，このレジは一方の会計機だけを使い，1人の店員が会計と支払の両方を行なうこともできる．

したがって，10台のレジに対する店員の配置には，いろいろな組合せがある．特に注意して観察したわけではないが，割合すいている時間帯で，数台のレジだけに店員を2人ずつ配置していることがよくある．また，混む時間帯では，ほとんどのレジが開かれているが，1人の店員しか配置されていないレジが多い．単純に考えると，配置される人数が同じならなるべく多くのレジを開き，さらに余裕の人員があれば2人配置をするのがよさそうだが，そうはなっていない．いったいどんなルールで店員の配置を決めているのであろうか．

この店員の配置を待ち行列の問題として考えてみよう．簡単のために，2台のレジに2人の店員をどう配置したらよいかを考える．すなわち，2台のレジに1人ずつ配置する方法と，1台のレジに2人を配置する方法を比較する．前者は，実際には2本の待ち行列ができるが，客はいつも短い行列へ移ると考えて，行列1本の複数窓口系 $M/M/2$ を適用する．また，サービス時間の平均は1とする．一方，後者は中間待ちのない直列型待ち行列である．このモデルは，会計と支払いの時間が独立でともに指数分布に従うとする．これらの時間の平均を，それぞれα, βとし，$a=\alpha+\beta, r=\alpha/\beta$ とおく．この2つのモデルで行列に加わってから支払いを終えるまでの平均時間 W を比較してみよう．支払いのほうが短いこと，および会計と支払いを分けたほうが能率が上がるから，$r=2$, $a=0.9, 0.8$の場合を計算し次の表を得た．なお，λは客の到着率，λ_{max}は平衡状態の存在する λ の上限であり，(　)中には，$r=3$ の場合の参考値を示した．

モデル ＼ λ		0.2	0.4	0.6	0.8	λ_{max}
2台のレジを使用		1.01	1.04	1.10	1.19	2
1台のレジを使用	$a=0.9$	1.00 (1.02)	1.14 (1.18)	1.35 (1.43)	1.67 (1.84)	1.43 (1.37)
	$a=0.8$	0.88 (0.89)	0.98 (1.01)	1.13 (1.18)	1.34 (1.45)	1.61 (1.54)

この表から λ の小さい所で，1台のレジに2人を配置したほうがよい場合がおこっていることがわかる．また，r の値が1に近いほど2人配置の効果は大きい．これらは，遊んでいるレジ係が少ないほどよいということであろう．

この計算結果は，一応，前述の筆者の観察とも一致している．さすがI店であると言いたいところだが，管理上の都合など，実はもっと別の理由から2人配置をしているのかも知れない．真の理由はどうであれ，また，その実際上の効果も決して大きくはないが，サービスに対しきめ細かな方策を取ることの心理的効果は大きいのではないかと思う．

行列があるから並んでみよう

茨城大学　森　雅夫

1. 出入りの数から待ちを読む

時間と空間のバッファの項で，到着・退去曲線の利用が語られた．デパートの入口で出入りする客の数を数えて，到着・退去曲線を描き，それより各時点でのデパート内の客数を推定した人もある．この2つの曲線の縦方向の差は“行列”に関して完全な情報をもっているが，“待ち”（滞在時間）に関しても多くの情報をもっている．

たとえば$M/G/C$を考えるとしよう．系内人数をL，待ち時間をw，サービス時間をsとおくと，次の関係が知られている．到着率をλとすると，

$$E(L)=\lambda E(w+s),$$

$$V(L)=\lambda E(w+s)+\lambda^2 V(w+s).$$

これより滞在時間 $w+s$ の平均，分散は容易に求められる．複数窓口のため，退去の順序が入れ変わっているため，サンプル・パスからは各客のサービス時間や待ち時間を知ることはできないが，上のように系内人数の情報が利用できる．少し工夫すると待ち時間とサービス時間の平均，分散を個別に推定することもできる．また，行列の長さの分布と待ち時間分布との関係が調べられているので，手間をかけて行列の長さの分布を求めれば，待ち時間の分布を知ることも可能である．

2. 先着順の思想

複数窓口モデルはえせモデルかと，かつて悩んだことがある．到着する客は1本の行列をつくり，手空きになった窓口にいって順にサービスを受ける．今でこそ，コンピュータの中などの行列にごく自然に見出されるが，人間が行列するところでは見受けない．スーパーにしろ，駅の窓口にしろ窓口ごとに行列をつくるのがふつうである．

ところがあちらでは事情が違う．銀行でも郵便局でも，そして婦人用トイレでも，まずは1本の列に並ばされ，手空きになったサーバーに"next"と1人ずつ呼びこまれる．これは，俺が先にきたという意識があまりにも強いため，このような待ちの形態を産むのであろう．娘を連れて町の診療所にいったとき，待合室に入るとすぐに，あなたの前は私です，と宣言されたこともある．日本でなら，後から入った人が，最後の方はどなたですかと，おずおずと訊くであろう．行列の社会学的観点もありそうだ．

そういう日常になれた西洋人が複数窓口モデルをつくるのは当り前である．日本人では想いつきにくいモデルというのもあるのだろう．

3. 最適化はこわい

ある待ち行列システムを設計するとしよう．このシステムの1つの評価尺度として次のものが考えられよう．ある期間 T の間の到着数を N, システム利用者数(通過数)を N'，混雑のためあきらめた客数を $N-N'$, このシステムの平均的待ち時間を w，サービス率を μ とすると，その間の総利得

$$N'f(1/\mu,\ w)-C(N-N')$$

を最大化することである．f は利用者1人当りからの平均利得であり，C は機会損失である．f は内在的には到着率 λ や規律やシステム構造の関数である．

f の形や，f と C の大きさによって，(1)スループットを大きくしたい，(2)損失確率を小さくしたい，(3) w を小さくしたい，などに変貌する．最近では，(4)パワー：$\lambda/(w+1/\mu)$ を大きくするのがよいのではという提案もある．

実際には，明確な f や C を意識している意思決定者はいない．設計者は各 λ, μ の値に対して諸々の特性量の値を提供して，後は意思決定者のカンと経験にまかせるという，マイルドな最適化あるいは適切化を行なうことになる．システムが複雑になると，多少の決定のズレも吸収されてしまうかも知れないと，祈って．