2. 近似の正当性

拡散近似が真に正当な近似なのかどうかを示すためには，近似の対象である待ち行列特性量の確率過程と対応する拡散過程との間に“近さ”の概念を導入する必要がある．普通こういった場合，それぞれの過程の分布の間の“近さ”が目安になり，中心極限定理が重要な役割をはたしているが，ここではその役割を確率測度の弱収束極限定理にはたしてもらおう．弱収束の概念を用いることで，確率過程間の“近さ”を直接的に測ることが可能になり，より精密な評価をくだすことができる．

まず，弱収束の概念を簡単に述べることにする（詳細は，[1] 参照）．近似の対象としている確率過程の見本関数は，必ずなんらかの不連続性をもっている．たとえば，複数窓口待ち行列の系内客数過程の見本関数は，図1に示すように，客の到着とサービス終了前後で不連続に変化している．この不連続性は，仮りの待ち時間等の過程にも同様に見出すことができる．このような不連続点をもつ確率過程を扱うために，関数空間 $D[0, 1]$ $(\equiv D)$ を導入しよう．$D[0,1]$ は，左極限値をもつ閉区間 $[0,1]$ 上のすべての右連続関数の作る空間で，対象とする確率過程は，適当な時間軸の変換によって，以下に定義する D における確率関数（random function）の系列として生成されるものと解釈できる．さらに，D の位相的ボレル集合体，すなわち，開集合を含む最小のボレル集合体を $\mathscr{D}$ で表わすことにする．このとき，$\mathscr{D}$ 上の確率測度の弱収束は次のように定義される．

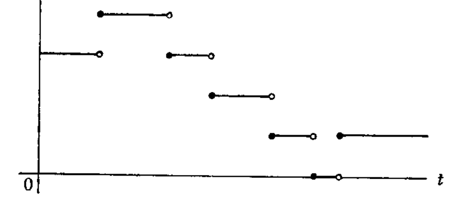

図 1　系内客数過程

特集に当って

茨城大学　森　雅夫

最近の待ち行列は変ってきていると思う．ひところのように，モデルを解析的に解いて，ラプラス変換を求めてよしとやり方は，はやらない．なんとか答を数値化して見せる．行列長の分布や待ち時間分布まで出してしまう．これもひとえにコンピュータ進歩の影響だろう．これは，待ち行列にかぎらず確率モデル全般の傾向でもあるようで，Computational Probability や Algorithmic Method in Probability などの題目の論文集も出始めているほどである．

高橋氏には，強くなった数値解法ということで，その辺の状況をまとめていただく予定であったが，氏の手の届く範囲で調べられた結果，数値計算例は多くなってきたが，解を求めるためのアルゴリズム的手法を意識したものは未だ少ないという．そこで氏には，マルコフ型モデルに対するアルゴリズム的手法を解説していただく．

トラフィック密度 ρ が1以上のとき，待ち行列過程そのものが拡散過程で近似できることは以前から知られている．木村氏の論文は，$\rho<1$ のときでも工夫すれば，この拡散モデルによる近似はかなり使えることを教えている．

橋田氏には，ここ数年，大きな話題であったネットワーク型待ち行列について，モデルのいろいろとその解法を紹介していただく．逆瀬川氏には，やはり1つの数値解法であるシミュレーションについて，データのとり方，まとめ方などに関して最近の理論的成果をまとめていただいた．

通信，コンピュータなどへの応用例を紹介するという手もあったが，それらはいずれ別のタイトルの下で特集が組まれるだろうと期待して，ここではモデルを精しくあるいは近似的に解くことに関しての理論の発展状況を紹介するにとどめた．

定義 1　$\mathscr{D}$ 上の確率測度 P_n と P が，D 上の任意の有界で連続な実数値関数 f に対して，

$$\lim_{n\to\infty}\int_D f dP_n=\int_D f dP \tag{1}$$

を満たしているならば，$n\to\infty$ のとき，P_n は P に弱収束する（P_n converges weakly to P）といい，$P_n \Rightarrow P$ と書く．

この定義は，確率測度の間の収束について述べているだけで，確率過程の間の収束については何も述べていない．そこで，次の定義が必要になる．

定義 2　確率関数† X とは，確率空間 $(\Omega, \mathscr{F}, P)$

† Kolmogorov [20] の定義した確率関数は，一価関数 X に対する分布 PX^{-1} をさし，この定義とは異なる．