解　説

線形区間計画法

須永　照雄

1. はじめに

昨年，ロンドン大学イムペリアル・カレッジ管理科学教室にお世話になったとき，S. Eilon 教授が「区間計画法（Interval Programming）」なる言葉を使っていた．私は20年以上前に「区間算」に関する論文を書くなど区間概念に関心をもっていたので，この言葉にひかれた．しかし，この区間計画法はまだ概念にとどまり，その数理的手法や応用は手がけていないようであった．ここでは線形の場合の区間計画法に対し，区間算の立場から筆者の考えを入れて解説してみたい．

2. 区間解析

区間算は区間解析ともよばれ，数値計算の結果の誤差を厳密に評価するのが目的で生まれた［3］［7］．区間概念が基本的なものであることは，次の$\sqrt{2}$の計算の手順の中に見出される．$\sqrt{2}$の手計算を考えると，まず1が立つと計算される．この1の意味は，1の次に何らかの数字が続くという意味であるから，実は区間[1,2]を意味するはずである．同様に次に1.4と計算され，これも区間［1.4, 1.5］を示すわけである．われわれの手続きは有限である以上，現実には「実数」の前に「区間」の概念があるはずである．

理論的には区間を2つの実数で表わし，

$$X=[x_1,x_2]$$

とかくことになる．区間に関して加減乗除，たとえば，

$$[1,2]+[-1,4]=[0,6]$$

$$[3,4]-[3,4]=[-1,1]$$

などと定義できる．区間算が通常の演算と非常に異なる点の1つは「等号関係＝」よりは「包含関係⊆」が重要な働きをすることである．包含の例をあげる．

$$[1.4,1.5]\subseteq[1,2]$$

$$\sqrt{2}\subseteq[1.4,1.5]$$

1次元の場合の区間算は簡単であるけれども，多次元の場合は表示法や計算が難しくなる．たとえば2次元のとき，区間概念は図1のように拡張されると考えられるが，このような表示のみでは不十分である．xとyとに従属関係があるとき，図2のように表現しないと多大の情報量を失うことになる．そこで一般に多次元における区間表示は次のように考えている．パラメータξ_iについての区間

$$\xi_i\in[a_i,b_i]$$

を考える．そしてその実際の空間への写像

$$x_j=f_i(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_m)\quad(j=1,\cdots,n)$$

を，1次元区間概念の多次元への拡張と考えるわけである．たとえば図2で，

$$\xi\in[x_1,x_2]$$

$$\eta\in[-b,b]$$

とし，

$$x=\xi$$

$$y=a+\lambda\xi+\eta$$

と表現する．このように多次元の場合，区間算より区間解析の名前がふさわしい．

計算の途中での桁落ちがよく問題となる連立方程式

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j=b_i\quad(i=1,2,\cdots,n)$$

は，計算機の有限桁のため係数a_{ij}やb_iは区間と考えられ，この方程式を満足するxもある領域をもつはずで

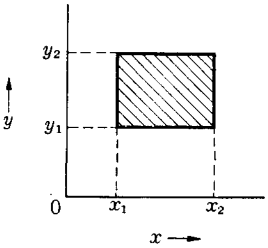

図 1　2次元区間 I

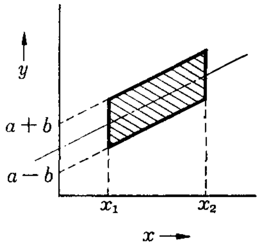

図 2　2次元区間 II

すなが　てるお　九州大学　工学部

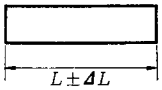

図 3　寸法公差

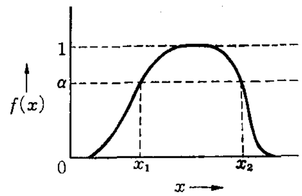

図 4　α-レベル区間

ある．この解の領域を包含関係を用いて評価するようなことが行なわれてもよいはずだと，筆者は強く思う次第である．

連立方程式が不斉合($m>n$)で右辺のb_iが区間のとき，

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \subseteq [b_{i1}, b_{i2}] \quad (i=1,2,\cdots,m)$$

の区間解析が，この解説のテーマ線形区間計画法の実質部となっている．

区間概念は，以上のような数値解析のみに限られるわけではない．物を製作するとき図3のように方法に公差を入れる．製品の寸法は公差の中に入らなければならない．この公差は正に区間であって，製作誤差の解析に対し区間解析は重要な役を果すと思われる［8］．

近時，「ファジイ理論（Fuzzy theory）」が出現したが，これはあいまいな特性を表わすために集合上で帰属度関数を定義するわけである［4］．$\alpha=f(x)$ で α が 1 ならxは完全にこの特性をもち，0なら完全にもたないわけであるが，$0<\alpha<1$ のときはあいまいな状態となる．α を指定すると，図4のように区間$[x_1, x_2]$が対応することになる．α は主観的に決まるが，この区間は客観的な意味をもち，ファジイ理論でも区間概念は基本的なものと思われる．「ファジイ計画法」とよばれるものがあるが，上述の観点から区間計画法と密接な関係をもっている．

3.　区間計画法の定式化

S. Eilon 教授が提案した区間計画法は，現実問題の解決は「最適化」より「満足化」によることが多いという考え方にもとづいている．すなわち現実問題は物事の最適化より，互いに矛盾した事柄の調整である．おのおのの目的に対し共通に評価する言葉がないとき，各目的に対しどの程度我慢できるか，その範囲はどのくらいかということが問題となる．そしてそれらを満足する解を調べる数理的手法を区間計画法と名づけている［2］．

「満足化」の考え方は，1978年ノーベル経済学賞受賞者 H. A. Simon 教授の「限定された合理性」なる思想に源がある．彼は，「人間や組織は行動の前に意思決定をするが，人間の限られた知識ではすべての可能な行動の代替案を列挙することはできず，したがってその選択決定は最適なものでなく満足できるものとなる」と述べている［6］．

機械工学教室にいる筆者は，生産技術について「満足化」原理の経験がある．すなわち，加工精度は上げれば上げるほどよいというより，誤差を我慢のできる範囲におさえれば十分といった考え方である．これにより加工能率を上げられたり，使用不可能と考えられていた機構の実用化が可能になったりするわけである［8］．

さて，ここで区間計画法の定式化を試みよう．従来の計画法は，変数は負にならない．

$$\boldsymbol{x}=(x_1, x_2, \cdots, x_n) \geq 0$$

条件と制限

$$g_i(\boldsymbol{x}) \leq b_i \quad (i=1,2,\cdots,m)$$

のもとに，目的関数の最大化(あるいは最小化)

$$f(\boldsymbol{x}) \to \mathrm{Max}$$

である．多目的問題の場合，複数個の目的関数がありそれらに対し満足すべき区間を与え，制限もわれわれの陳述は本質的に有限であるので区間として与えると，

$$\text{制限}\quad g_i(\boldsymbol{x}) \subseteq [b_{i1}, b_{i2}] = \boldsymbol{b}_i \quad (i=1,2,\cdots,m)$$

$$\text{目的}\quad f_k(\boldsymbol{x}) \subseteq [c_{k1}, c_{k2}] = \boldsymbol{c}_k \quad (k=1,2,\cdots,R)$$

なる定式化ができる．変数 x_i に対しても必要ならば区間制限を与え，正に限る必要はない．このように区間計画法では制限と目的の区別はなくなる．

次に区間計画法の解が問題となる．すべての実行可能解の領域は原理的には確定するが，それを調べることはほとんど可能である．そこで，

「与えられた区間に対し，実行可能解の存否を調べる．ただし目的に対応する区間は可変とする．すなわち，区間系列

$$\boldsymbol{c}_k^1, \boldsymbol{c}_k^2, \cdots, \boldsymbol{c}_k^l, \cdots$$

を考える．」

このように，区間計画法は種々の区間制限に対し，実行可能解の有無を調べるわけである．この区間系列がどのようなものかは，今後，種々の応用問題を通じて研究せねばならない残された問題の1つである．

線形区間計画法は，

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \subseteq \boldsymbol{b}_i \quad (i=1,2,\cdots,m)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{kj} x_j \subseteq \boldsymbol{c}_k^l \quad \begin{pmatrix} k=1,2,\cdots,R \\ l=1,2,\cdots \end{pmatrix}$$

となる．従来の線形計画法(LP)は，目的が1つの場合

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \subseteq \boldsymbol{c}^l$$

に相当する．はじめに十分広い区間 $\boldsymbol{c}^1=[c_1, c_2]$ で解の存在を確かめ，次に c_1 と c_2 の中点を c_3 とし $\boldsymbol{c}^2=[c_3, c_2]$ で解の存否を調べる．解があれば c_3 と c_2 の中点を

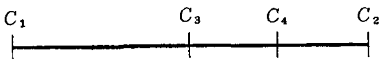

図 5　区間の細分

c_4 として $\boldsymbol{c}^3=[c_4, c_2]$ で調べる．ここで解がなければ $\boldsymbol{c}^4=[c_3, c_4]$ を調べるといった手順を，必要な精度を得るまで続ける．

与えられた制限区間に対し，1つの実行可能解を求める計算手法を考えることが，区間計画法の基本となる．線形の場合，これは本質的に線形計画法の問題である．線形計画法では，スラック変数や人工変数が必要となるので，もっと直接的な Chebyshev 解を利用する方法を提案し解説してみよう．

4. 解　法

1つの解法として，Chebyshev 解を利用する方法を厳密な証明なしに述べてみよう［1］［5］．

線形区間計画法は一般的に，

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \subseteq [b_{i1}, b_{i2}] = b_i \pm \triangle_i \quad (i=1,2,\cdots,m) \tag{4.1}$$

とかける．さらに各式を適当な常数で除すと，

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \subseteq b_i \pm \triangle \tag{4.2}$$

とかけ，区間幅などの式も同一とみてよい．この形で解の存否を調べるためには，不整合($m>n$)な方程式系

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i \quad (i=1,2,\cdots,m) \tag{4.3}$$

の Chebyshev 解，すなわち，

$$r = \underset{x}{\mathrm{Min}}\ \underset{i}{\mathrm{Max}} \left| \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i \right| \tag{4.4}$$

と△との大小比較により判定できることは容易に理解できよう．Chebyshev 解の求め方はすでに研究されているので，それを利用して次の手順を得る．ここで，

$$\boldsymbol{A}_i = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in})$$

なる略記を用いる．(4.3)は，

$$\boldsymbol{A}_i \cdot \boldsymbol{x} = b_i \quad (i=1,2,\cdots,m) \tag{4.5}$$

とかけるわけである．

i) $(n+1)$ 個の方程式について Chebyshev 解を求める．

たとえば，$i=1,2,\cdots,n+1$ とし，s_i を $\pm$ の符号として，

$$\boldsymbol{A}_i \cdot \boldsymbol{x} = b_i + s_i\varepsilon \quad (i=1,2,\cdots,n+1) \tag{4.6}$$

とかくとき，$|\varepsilon|$ を最小にする解は，

$$\sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i \boldsymbol{A}_i = 0 \tag{4.7}$$

なる λ_i を用いて表わされる．すなわち，(4.6)の両辺について λ_i の積和を求めると，

$$\sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i \boldsymbol{A}_i \cdot \boldsymbol{x} = \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i b_i + \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i s_i \varepsilon = 0$$

より，

$$\varepsilon = \frac{-\sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i b_i}{\sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i s_i}$$

を得る．$|\epsilon|$ の最小は s_i を λ_i の符号とすると，

$$\varepsilon = \frac{-\sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i b_i}{\sum_{i=1}^{n+1} |\lambda_i|} \tag{4.8}$$

となる．この ϵ を(4.6)式に入れ $\boldsymbol{x}$ が求まる．

a) $|\varepsilon| > \triangle$ なら(4.2)に解はない．終了．

b) $|\varepsilon| \leq \triangle$ なら次へ．

ii) 上で求めた$(n+1)$ 方程式系の Chebyshev 解 $\boldsymbol{x}$ に対しすべての方程式の残差の絶対値の最大

$$\underset{i}{\mathrm{Max}} |\boldsymbol{A}_i \cdot \boldsymbol{x} - b_i| = \underset{i}{\mathrm{Max}} |r_i| = |r_\alpha| \quad (i=1,\cdots,m)$$

なる式番号 α を求める．

a) $|r_\alpha| \leq \triangle$ なら，$\boldsymbol{x}$ が(4.2)の解となる．終了．

b) $|r_\alpha| > \triangle$ なら次へ．

iii) 改良$(n+1)$方程式系

$$\boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{A}_2, \cdots, \boldsymbol{A}_{\beta-1}, \boldsymbol{A}_\beta, \cdots, \boldsymbol{A}_{n+1}, \boldsymbol{A}_\alpha \tag{4.9}$$

を求める．β は次の考察より決まる．まず，

$$\sum_{i=1}^{n+1} \rho_i \boldsymbol{A}_i = \boldsymbol{A}_\alpha \tag{4.10}$$

を解く．Σ' を β を除く和記号とし，(4.7)と(4.10)式から，

$$\sum_{i=1}^{n+1} \left(\rho_i - \lambda_i \frac{\rho_\beta}{\lambda_\beta} \right) \boldsymbol{A}_i = \boldsymbol{A}_\alpha \tag{4.11}$$

を得る．これは新しい$(n+1)$方程式系に対する(4.7)式

$$\sum_{i=1}^{n+1}{}' \lambda_i' \boldsymbol{A}_i + \lambda_\alpha' \boldsymbol{A}_\alpha = 0$$

$$\lambda_i' = \lambda_i \left(\frac{\rho_i}{\lambda_i} - \frac{\rho_\beta}{\lambda_\beta} \right)$$

$$\lambda_\alpha' = -1$$

に相当するものである．また新しい系に対応する ε (4.8)式は，

$$\varepsilon' = \frac{-\left(\sum_{i=1}^{n+1}{}' \lambda_i' b_i + \lambda_\alpha' b_\alpha \right)}{\sum_{i=1}^{n+1}{}' |\lambda_i'| + |\lambda_\alpha'|} \tag{4.12}$$

となる．さて，σ_α を r_α の符号，s を ϵ の符号とすると次のことが証明できる［5］．

$$\sigma_\alpha s \left(\frac{\rho_\beta}{\lambda_\beta} - \frac{\rho_i}{\lambda_i} \right) \geq 0 \quad (i=1,2,\cdots,n+1) \tag{4.13}$$

なるように β を選ぶとき，$|\varepsilon'| > |\varepsilon|$ がいえる．このような手続きにより，$|\varepsilon|$ が単調に増大することは，有限

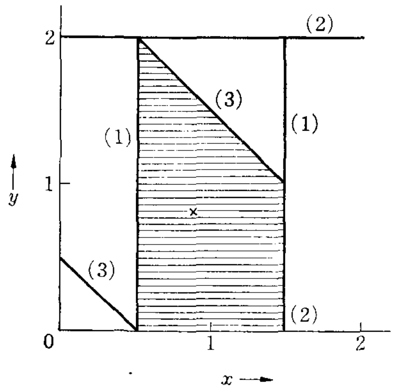

図 6　3方程式系の解 I

回の手続きにより全体の系の Chebyshev 解を求められることを意味している．なお，(4.13)は，

$$\operatorname*{Max}_{i}\ \sigma_\alpha s\frac{\rho_i}{\lambda_i}=\sigma_\alpha s\frac{\rho_\beta}{\lambda_\beta}\quad (i=1,2,\cdots,n+1)\quad (4.14)$$

ともかくことができる．

新しい$(n+1)$方程式系を得たところで，また(i)にもどることになる．

5. 計算例

上で述べた計算法を簡単な計算例を用いて説明しよう．$n=3, m=5$ の線計区間計画問題

$$x\subseteq[0.5,1.5]=1\pm0.5$$
$$y\subseteq[0,2]=1\pm1$$
$$2x+2y\subseteq[1,5]=3\pm2$$
$$-x+2y\subseteq[-1,1]=0\pm1$$
$$-2x+y\subseteq[-1,1]=0\pm0.5$$

において，区間幅を $\pm\triangle=\pm1$ とそろえると，

$$2x\subseteq2\pm1$$
$$y\subseteq1\pm1$$
$$x+y\subseteq1.5\pm1$$
$$-x+2y\subseteq0\pm1$$
$$-4x+2y\subseteq0\pm1$$

となる．対応する不整合方程式系

$$\boldsymbol{A}_i\cdot\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}_i\quad (i=1,2,3,4,5)$$
$$\boldsymbol{x}=(x,y)$$

は，

$$2x=2\quad(1)$$
$$y=1\quad(2)$$
$$x+y=1.5\quad(3)$$
$$-x+2y=0\quad(4)$$
$$-4x+2y=0\quad(5)$$

となるから，

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix},\ \boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{A}_3=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{A}_4=\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{A}_5=\begin{bmatrix}-4\\2\end{bmatrix}$$
$$b_1=2,\ b_2=1,\ b_3=1.5,\ b_4=0,\ b_5=0$$

である．

第1ステップ

i)　$(n+1)$方程式系 $i=1,2,3$ すなわち，

$$2x=2\quad(1)$$
$$y=1\quad(2)$$
$$x+y=1.5\quad(3)$$

の Chebyshev 解を求める．

(4.7)式は，

$$\sum_{i=1}^{3}\lambda_i A_i=\lambda_1\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}+\lambda_2\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}+\lambda_3\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=0$$

となり，解は，

$$\lambda_1=1,\ \lambda_2=2,\ \lambda_3=-2$$
$$s_1=+1,\ s_2=+1,\ s_3=-1$$

となる．よって(4.8)式は，

$$\varepsilon=\frac{-\sum_{i=1}^{3}\lambda_i b_i}{\sum_{i=1}^{3}|\lambda_i|}=\frac{-\{1\times2+2\times1+(-2)\times1.5\}}{1+2+2}$$
$$=\frac{-1}{5}=-0.2$$

この3方程式系の Chehyshev 解は(4.6)式

$$2x=2+1\times(-0.2)=1.8$$
$$y=1+1\times(-0.2)=0.8$$
$$x+y=1.5+(-1)\times(-0.2)=1.7$$

より求まる．よって Chebyshev 解

$$x=0.9,\ y=0.8$$

を得る．（図6参照）

b)　$|\varepsilon|=0.2\leq1=\triangle$ より次の計算に移る．

ii)　上で扱った3方程式系の Chebyshev 解に対し，すべての方程式の残差を調べる．

$$|r_1|=|r_2|=|r_3|=0.2$$
$$r_4=-x+2y-0=-0.9+2\times0.8=0.7$$
$$r_5=-4x+2y-0=-4\times0.9+2\times0.8=-2.0$$

よって残差の絶対値の最大は $|r_5|=2$ となり，$\alpha=5$ を得る．

b)　$|r_5|=2.0>1=\triangle$ より次の計算へ移る．

iii)　改良$(n+1)$方程式系を求める．(4.10)式

$$\sum_{i=1}^{3}\rho_i A_i=\rho_1\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}+\rho_2\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}+\rho_3\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4\\2\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}_5$$

より，

$$\rho_1=-2,\ \rho_2=2,\ \rho_3=0$$

を得る．$r_5=-2.0$ より r_5 の符号 σ_α は -1，$\varepsilon=-0.2$

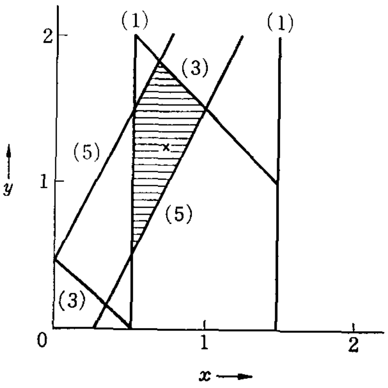

図 7　3方程式系の解II

より ϵ の符号 s は -1 より $\sigma_\alpha s=1$ となる．よって(4.14)式は，

$$\underset{i=1,2,3}{\mathrm{Max}}\ \sigma_\alpha s\frac{\rho_i}{\lambda_i}=\mathrm{Max}\left(\overset{i=1}{\frac{-2}{1}},\ \overset{i=2}{\frac{2}{2}},\ \overset{i=3}{\frac{0}{-2}}\right)$$

より $\beta=2$ を得る．改良$(n+1)$方程式系は，

$i'=1,\ 3,\ 5$

となるわけである．

第2ステップ

新しい3方程式系

$$2x=2 \qquad (1)$$

$$x+y=1.5 \qquad (3)$$

$$-4x+2y=0 \qquad (5)$$

の Chebyshev 解を求める．

$$\lambda_1\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}+\lambda_3\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}+\lambda_5\begin{bmatrix}-4\\2\end{bmatrix}=0$$

より，

$\lambda_1=3,\ \lambda_3=-2,\ \lambda_5=1$

$s_1=+1,\ s_3=-1,\ s_5=+1$

となり，

$$\epsilon=\frac{-\{3\times2+(-2)\times1.5+1\times0\}}{3+2+1}$$

$$=-\frac{1}{2}=-0.5$$

を得る．(4.6) 式は，

$$2x=2+1\times(-0.5)=1.5$$

$$x+y=1.5+(-1)\times(-0.5)=2.0$$

$$-4x+2y=0+1\times(-0.5)=-0.5$$

となり，Chebyshev 解

$x=0.75,\ y=1.25$

を得る．(図7参照) すべての方程式についての残差は，

$|r_1|=|r_3|=|r_5|=0.5$

$r_2=y-1=1.25-1=0.25$

$r_4=-x+2y=-0.75+2.5=1.75$

よって残差の絶対値の最大は $|r_4|=1.75$ となる．これは $\triangle=1$ より大きいので，改良3方程式系を求める必要がある．$\alpha=4$ なので，

$$\sum_{i=1,3,5}\rho_i A_i=\rho_1\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}+\rho_3\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}+\rho_5\begin{bmatrix}-4\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}=A_4$$

の解を求めると，

$\rho_1=-1.5,\ \rho_3=2,\ \rho_5=0$

となる．$r_4=1.75$ の符号は $\sigma_\alpha=+1$，$\epsilon=-0.5$ の符号は $s=-1$ となり，$\sigma_\alpha s=-1$ を得る．よって(4.14)式

$$\underset{i=1,3,5}{\mathrm{Max}}\ \sigma_\alpha s\frac{\rho_i}{\lambda_i}=\mathrm{Max}\left\{\overset{i=1}{-\frac{(-1.5)}{3}},\ \overset{i=3}{-\frac{2}{(-2)}},\ \overset{i=5}{-\frac{0}{1}}\right\}$$

$$=\mathrm{Max}\left(\overset{i=1}{\frac{1.5}{3}},\ \overset{i=3}{\frac{2}{2}},\ \overset{i=5}{0}\right)$$

より，$\beta=3$ を得，次は $i=1,4,5$ の方程式を扱う．

第3ステップ

新しい3方程式系は，

$$2x=2 \qquad (1)$$

$$-x+2y=0 \qquad (4)$$

$$-4x+2y=0 \qquad (5)$$

の Chebyshev 解を求める．

$$\lambda_1\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}+\lambda_4\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}+\lambda_5\begin{bmatrix}-4\\2\end{bmatrix}=0$$

より，

$\lambda_1=1.5,\ \lambda_4=-1,\ \lambda_5=1$

$s_1=+1,\ s_4=-1,\ s_5=+1$

を得る．

• ミニミニ •　　　　　　　　　　• OR •

「幸せ」の数学的意味

ぼくは「幸せ」という言葉はあまり好まない．その理由を申し上げよう．それには幸せという言葉の数学的な意味を分析しなくてはならない．幸せというのはある種の満足感の表現であるわけだが，満足感とは停留値に対応していると考えられないだろうか．つまり，幸せというのは，微分すればゼロなのである．それは，次の瞬間には幸せでなくなる可能性があるという意味に他ならない．ゆえにぼくは「幸せ」という言葉を好きになれない．われわれはもっとあらゆることに貪欲になるべきではないだろうか．　(小野勝章)

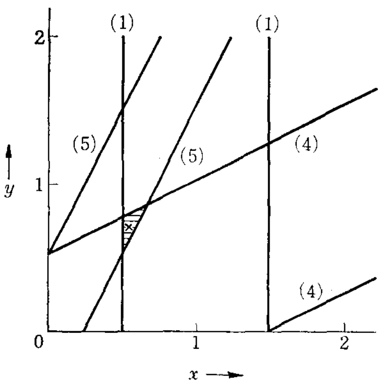

図 8 3方程式系の解III

$$\varepsilon=\frac{-\{1.5\times2+(-1)\times0+1\times0\}}{1.5+1+1}$$

$$=\frac{-3}{3.5}=-\frac{6}{7}$$

よって(4.6)式は,

$$2x=2+1\times\left(-\frac{6}{7}\right)=\frac{8}{7}$$

$$-x+2y=0+(-1)\times\left(-\frac{6}{7}\right)=\frac{6}{7}$$

$$-4x+2y=0+1\times\left(-\frac{6}{7}\right)=-\frac{6}{7}$$

より, Chebyshev 解

$$x=\frac{4}{7},\ y=\frac{5}{7}$$

を得る.(図8参照) 残差は,

$$|r_1|=|r_4|=|r_5|=\frac{6}{7}$$

$$r_2=y-1=\frac{5}{7}-1=-\frac{2}{7}$$

$$r_3=x+y-1.5=\frac{4}{7}+\frac{5}{7}-1.5=-\frac{1.5}{7}$$

よって, すべての残差に対し,

$$|r_i|\leq1=\triangle\quad(i=1,2,3,4,5)$$

を得たので, この区間計画問題は実行可能解をもつことがわかったわけである.

6. おわりに

区間解析の立場から, 区間計画法の説明と線形の場合の一解法について提案を行なった. 他にもっと有効な解法があるかも知れないし, 特異例の解法も工夫せねばならない. また, いわゆる多目的計画, 目標値計画, ファジィ計画との関連において, 今後種々の問題に応用を試みることが必要である.

「最適化」でなく「満足化」についての数理的手法の試案について述べてみたが, 話題提供になれば幸いである.

参考文献

[1] Cheney, E. W.: Introduction to Approximation Theory McGraw-Hill, 1966. 一松・新島訳:近似理論入門. 共立出版, 1977.

[2] Eilon, S.: Aspects of Management. Pergamon Press, 1977.

[3] Moore, R. E.: Interval Analysis. Prentice-Hall, 1966.

[4] 西田俊夫, 竹田英二:ファジィ集合とその応用. 森北出版, 1978.

[5] Bartels, R. H. and Golub, G. H.: Numerical Methods for Obtaining the Chebyshev Solution to an Overdetermined System of Equations. *Communication of the ACM*, Vol. 11, No. 6(1968), 401-406.

[6] Simon, H. A.: Administrative Behavior, Macmillan, 1961. 松田・高柳・二村 訳:経営行動. ダイヤモンド社, 1965.

[7] Sunaga, T.: Theory of an Interval Algebra and its Application to Numerical Analysis. RAAG Memoirs II, Gakujutsu Bunken Fukukai, 1958, 547-564.

[8] 須永照雄:生産設計. コロナ社, 1979.