強さと試合形式の合理性

宮川 雅巳・鳩山 由起夫

はじめに

スポーツの競技方法は実に千差万別である．スポーツ競技に興味を持たれる読者の中には，日本人の体格やグラウンドの状況あるいは時間的制約などを考慮に入れて，適当にルールを変更してスポーツを楽しんだ経験をお持ちの方は多いと思われるし，新しいスポーツを考案したいと思っておられる方もいられるかも知れない．私なども，正方形のコートに十字にネットを張り，4人でテニスをしたら面白かろうと考えたことがあるが，未だ賛同者が皆無の状態で実行に移されていない．この競技の興味は，弱者同士でも協力すれば強者に勝ち得る点にあるのだが，弱者が強者に勝つという発想はどうもスポーツ精神に反するらしい．陸上競技など記録を競うものは別として，スポーツとは大体個人対個人，もしくはチーム対チームで，すなわち1対1で正々堂々と戦うもののようで，強者が弱者を敗って当然のようにルールは仕組まれている．弱者が協力して強者に勝つものは協力ゲームであり，スポーツではないようだが，両者の融合体を考えても良いのではないかと思っている．

それはさておき，話をスポーツの試合形式に限定した場合，強者が弱者に勝つ仕組みはいかに合理的にできているのだろうか．試合形式は大きく分けて，バレーボール，テニスなど一定得点の先取を争うもの，野球，ボクシングなど一定回数の総得点を競うもの，バスケットボール，サッカーなど一定時間での総得点を競うものとがある．これらのいくつかを具体的に取り上げ，単純なモデルを作り，検討を加えてみよう．時には試合形式から生ずる戦略的な話や勝敗の予測などにも触れてみたい．

1.　プレーの勝率と試合の勝率

卓球や9人制バレーボールのような試合を想起していただきたい．A，B 2チームもしくはプレーヤー）が試合をし，Aが1プレーに勝つ確率をp，Bが勝つ確率を$q(p+q=1)$とする．1プレーの勝者に1点が与えられ，n点先取したチームが1セットを得，mセット先取したチームが試合の勝者となる．たとえば卓球では通常$n=21$で，mは2ないし3である．このときAが試合に勝つ確率p_Aは，

$$p_A=\sum_{j=0}^{m-1}\binom{m+j-1}{j}ps^m qs^j$$

となる．ただし，psはAが1セットをとる確率で，

$$ps=\sum_{i=0}^{n-1}\binom{n+i-1}{i}p^n q^i$$

と書かれ，また，$qs(=1-ps)$はBが1セットをとる確率である．この式はAがn点とる間にBが

みやがわ　まさみ，はとやま　ゆきお
東京工業大学　経営工学科

i $(i<n)$ 点とる仕方は ${}_{n+i-1}C_i$ 通り(最後はAが得点するから ${}_{n+i}C_i$ 通りではない) あることから容易にお分かりになると思う．テニスの場合にはさらに一段階複雑で，４点先取で１ゲーム，６ゲーム先取で１セット，そして２ないし３セット先取で勝負が決まるシステムとなっている．これに対して６人制バレーの得点方法は多少異なっている．すなわち，ただ単にプレーに勝っても得点が入るとは限らず，サーブ権を持つチームがプレーに勝つときのみ加点される．したがってどちらのサーブで試合が開始されたかが，チームの試合の勝率に微妙に影響するのだが，ここでは簡単化のために，セットの開始はすべて相手チームのサーブとする．BからAにサーブが移る回数を繰返し数と呼ぶことにし，k 回目の繰返しの前後におけるA，Bの得点をそれぞれ a_k, b_k と表わせば，Aがセットをとる確率は，

$$ps=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{i=0}^{14}\sum_{(b_1,\cdots,a_k)\in S_{i,k}} \overbrace{q^{b_1}p^{1+a_1}}^{1}\ \overbrace{q^{1+b_2}p^{1+a_2}}^{2}\cdots\cdots \overbrace{q^{1+b_k}p^{1+a_k}}^{k}$$

と表わされる．ただし，

$$S_{i,k}=\left\{(b_1, a_1, \cdots, b_k, a_k)\,\middle|\,\sum_{j=1}^{k}a_j=15, \sum_{j=1}^{k}b_j=i,\ a_j, b_j\geq 0, a_k\geq 1\right\}$$

は繰返し数 k で15対 i でAがセットをとるような a_j, b_j $(j=1, \cdots, k)$ の組を意味し，その組合せ数は，

$$\# S_{i,k}={}_{k+14-1}C_{14}\cdot{}_{k+i-1}C_i$$

である．したがって上式は，

$$ps=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{i=0}^{14}\binom{k+13}{14}\binom{k+i-1}{i}p^{15+k}q^{i+k-1}$$

と簡単化される．Aの勝率 p_A はこの ps を用いて前述の p_A の計算式に $m=3$ を代入すれば求まる．

ここで，卓球，テニス，バレーボールに関して，３セット先取の試合としたときのプレーの勝率と試合の勝率との関係をグラフに表わすと図１のようになる．おわかりのように，カーブはかなり似ており，１プレーでの力の差が６対４なら99%以上強者が勝つシステムとなっている．すなわちこれらのスポーツには番狂わせは滅多にないのであって，１試合で力の差を判定してまず構わないのである．この点は後述する野球などと大きく異なる．だから，非常に実力が接近している者同士を戦わせないかぎり，プロ野球のようにリーグ戦形式にして同一の組合せを数十回やったとしたら観客にそっぽを向かれるのがおちであろう．図をやや細かく見ると，卓球よりテニスのほうが強者に有利になっていることがわかる．また，プレーの勝率に最も敏感なのは６人制バレーである．相手サーブでセット開始という仮定により，強者の勝率が５割を切る部分がわずかばかり存在している．

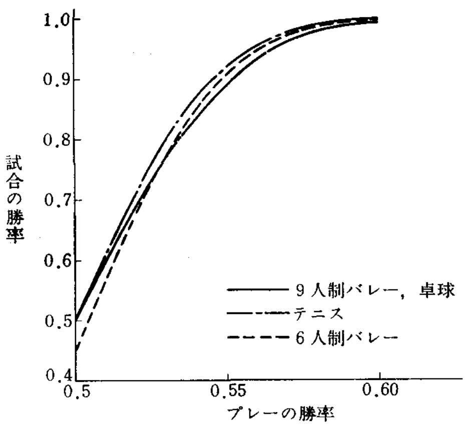

図１ プレーの勝率と試合の勝率

2. すぐれた試合形式

それでは n 点先取で１セット，m セット先取で勝負を決める試合形式（以後(n, m)方策と呼ぶ）の中ですぐれた形式が存在するのだろうか．すぐれた試合形式とは，単純に考えれば強者により多く勝たせる方策と思われる．$n\times m=$一定(48)とし，プレーの勝率が0.55のプレーヤーの試合の勝率を異なる(n, m)方策について調べると図２のようになる．わずかの差ではあるが，(6,8)方策が強者の勝率を最大にしている．しかしながら，こ

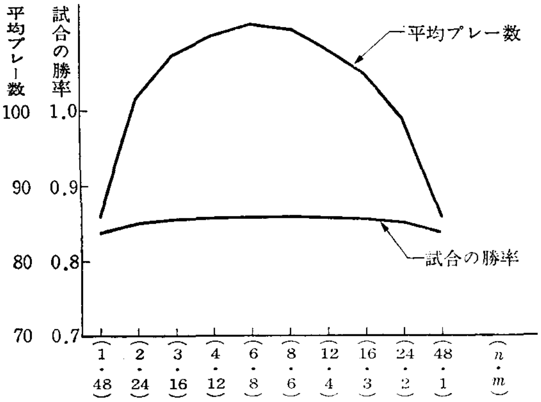

図 2 すぐれた試合形式とは(p=0.55)

れは言わば当然で，$n \times m$ が一定のとき，n と m の値が近いほど試合が決定するまでの平均プレー数が増し，プレー数が増せば強者により有利となる．平均プレー数も同時に図示しておく．たかだか2％程度強者の勝率を上げるために，平均プレー数を3割増すのは意味がなく，(1, 48)，(48, 1) 方策のほうがむしろ適当と言えるのかも知れない．ただ，極端な方策は試合が一方的になったときに選手のやる気が失せたり，観客の興味が失せたりする可能性があり，また $n<m$ だと表示上の面倒があり，実際には $n>m$ な中で適当な方策がとられているようである．

3. 攻守のバランスの問題

今までのモデルでは，プレーヤーの各プレーの勝率は p と仮定されていた．ところが多くの球技は一方のプレーヤーのサーブでプレーが開始される．そして自分がサーブをするときと，相手のサーブで始めるときとでは，プレーの勝率がかなり異なることが多い．たとえばバレーボールでは通常サーブは不利とされ，テニスでは逆に有利と考えられている．もっとも，われわれ草テニス愛好家にはむしろ逆の現象が頻繁に見られているが．そこで今度は6人制および9人制バレーを取り上げ，自分がサーブのときの勝率と非サーブ（相手側がサーブ）のときの勝率を別扱いにしたモデルを考える．プレーヤーA(B)がサーブをし，1プレー勝つ確率を $p_a(p_b)$，負ける確率を $q_a(q_b)$ とする．まず9人制バレーの場合に，Bのサーブからセットを開始してAがそのセットをとる確率を計算する．Aがサーブして負け，Bがサーブしていくつを勝った後に敗れ，再びAがサーブして(負けるまで)いくつか勝つその繰返しでゲームは進行する．k 回目の繰返しでBがサーブして勝つ回数を b_k，Aがサーブして勝つ回数を a_k とすると，Aがセットをとる確率は，

$$ps=\sum_{i=0}^{20}\sum_{k=1}^{21-i}\sum_{Q_{i,k}}\overbrace{p_b^{b_1}q_bp_a^{a_1}}^{1}\ \overbrace{q_ap_b^{b_2}q_bp_a^{a_2}}^{2}\cdots\cdots\overbrace{q_ap_b^{b_k}q_bp_a^{a_k}}^{k}$$

と書き表わされる．ただし，

$$Q_{i,k}=\left\{(b_1a_1,\cdots,b_k,a_k)\,\middle|\,\sum_{j=1}^{k}a_j=21-k,\ \sum_{j=1}^{k}b_j=i,\ a_j,\ b_j\geq 0\right\}$$

は，繰返し数 k で21対 $i+k-1$ でAがセットをとるような $a_j, b_j (j=1, \cdots, k)$ の組を意味し，その組合せ数 $\#Q_{i,k}$ は，

$$\#Q_{i,k}={}_{20}C_{k-1}\cdot{}_{i+k-1}C_i$$

であるから，Aがセットをとる確率は，

$$ps=\sum_{i=0}^{20}\sum_{k=1}^{21-i}\binom{20}{k-1}\binom{i+k-1}{i}p_a^{21-k}q_a^{k-1}p_b^{i}q_b^{k}$$

と簡単化される．6人制バレーの場合にも同様の議論でAがセットをとる確率は，

$$ps=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{i=0}^{14}\binom{k+13}{14}\binom{i+k-1}{i}p_a^{15}q_a^{k-1}p_b^{i}q_b^{k}$$

と計算される．この両者に関して，プレーの平均勝率

$$C=\frac{1}{2}\left[\begin{array}{l}\text{サーブのときの}\\\text{勝率}\end{array}+\begin{array}{l}\text{非サーブのときの}\\\text{勝率}\end{array}\right]$$

を固定して，平均より強いチーム(C=0.55)，平均的なチーム(C=0.5)，および平均より弱いチーム(C=0.45)のおのおのの場合に，サーブのときの勝率と非サーブのときの勝率との比 r の変化がセットの勝率にいかに影響するかを調べた（図3）．r の値が大きくなるほど攻撃的，小さくなるほど守勢的なチームと言えるだろう．また，このグラフは自チームのサーブでセットを開始した

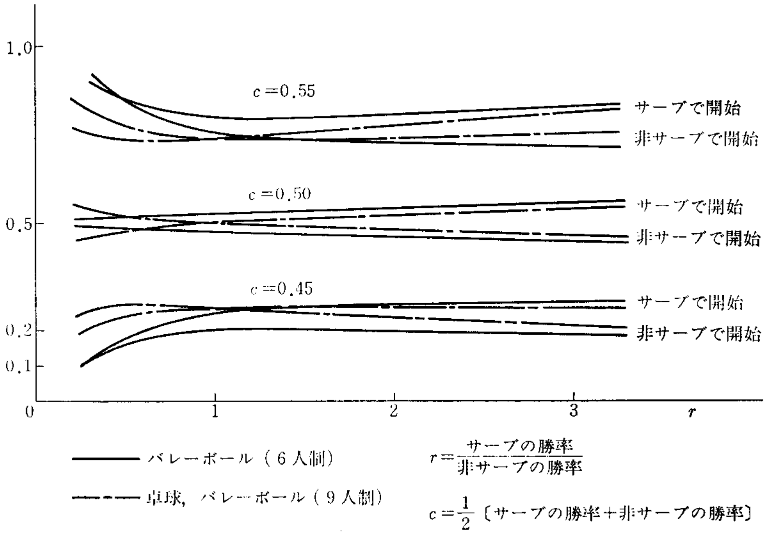

図 3 攻守のバランスとセットの勝率

である．それでも9人制バレーと比較して5分も開きがあるのは興味深い．

次に強いチームの話に移ると，9人制バレーでは，カーブが単調でないことに気づかれるであろう．すなわち，セットをサーブで開始したか否かによってだけに依存しない部分があり，2つのカーブの平均をとると，$r=1$の付近でセットの勝率は最小となり，攻守のバランスが崩れるにしたがって増加する．だからチームの特色を生かか否かによってかなりカーブが異なるので別々に記した．まず，実力差のない2チームが戦うとき，一方がセットをとる確率の5割からのずれは，純粋にセットの開始時にどちらがサーブをするかによっている．9人制バレーの場合，プレーに勝てば得点になるから，自分のサーブで開始することは$r>1$ならば有利であり，$r<1$ならば不利となる．一般に上手なバレーボールほどrは小さいと見られるから，自チームのサーブでセットを開始するのは不利である．$r=0.3$程度だと，勝率は4割6分位に落ちる．卓球も9人制バレーと同様の試合形式であるが，rは1前後で，サーブをするか否かによってさほどプレーの勝率は変化しない．したがって自分のサーブでセットを開始しようがしまいがほとんど試合に影響を及ぼさない．それ故，サーブは5本交替という粗いルールが問題なく使用されているのであろう．テニスの場合も，計算はしていないがこれと似たカーブを描くと思われ，この場合には$r>1$であるからサーブは得である．これに対して，6人制バレーでは，その得点方法の特殊性により，rの値のいかんにかかわらずセットの開始は自分でサーブをしたほうが有利である．ただ，セットの勝率はrが小さくなるに従い減少し，$r=0.3$程度だと5割1分位

し，守りのチームは多少攻撃力が弱まってもそれに見合うだけ守りを強くすれば結果として勝率が増し，逆に攻撃中心のチームは攻撃の練習に力を入れるのが効果的である．バランスのとれたチームをなどと考えないほうが良いのである．卓球などで，良いサーブを持っている人に，それ以外ではむしろ自分のほうがうまいくらいなのになぜか勝てない，などといった経験はおありではないだろうか．同様の検討を6人制バレーにすると，攻撃力の増大はほとんど効果がなく，守りを強くすることがきわめて大事であることがわかる．サーブの練習よりサーブレシーブしたときに必ず勝てるように練習を積むほうが重要なのである．$r=0.4$程度だと，9人制に比べて1割以上も勝率が高いのは驚である．

逆に弱いチームは，バランスのとれたチームにすると良い．ことに6人制バレーでは，サーブをするときのプレーの勝率を上げると効果が大きい．簡単にまとめると，強いチームは守りに，弱いチームは攻撃に力を注げということである．

4. ジュースとタイ・ブレーク

n点先取の球技ではジュース(deuce)というルールを採用することが多い．このルールは$n-1$

対$n-1$になったとき次の1プレーで勝敗を決めるのでなく，どちらかが2点勝ち越して初めて結着がつくというものである．実は今までの計算ではジュースは採用されていないということを仮定していた．ジュースを採用するねらいは，非常に実力の接近した2人のプレーヤーにおいて真に「強い」プレーヤーが試合に勝つ確率を高めようとするところにあると思われる．

今，n点先取の試合（簡単のため1セットマッチとする）を考え，プレーヤーAが1プレーに勝つ確率をp，プレーヤーBが勝つ確率をqとする．サーブによる影響は考えないことにする．ここで，$p>1/2$ならばAのほうがBより「強い」と呼ぶことにしよう．AとBとの試合で，$n-1$対$n-1$になった条件のもとで，ジュースが採用されていなければAが試合に勝つ確率はpである．これに対してジュースのもとでAが試合に勝つ確率は，

$$P_A=p^2[1+(2pq)+(2pq)^2+\cdots\cdots]$$
$$=\frac{p^2}{1-2pq}$$

である．ここで，$p>1/2$では$\frac{p^2}{1-2pq}>p$，$p<1/2$では$\frac{p^2}{1-2pq}<p$だから，ジュースを採用すれば採用しないときよりも「強い」プレーヤーが試合に勝つ確率が高くなることは保証されている．

しかしジュースのもとでは試合がいつまで続くかわからないという試合運営の面からの難点がある．そこでジュースに代わるルールとしてタイ・ブレーク (tie break) がある．タイ・ブレークというルールは，$n-1$対$n-1$になった後に，m点$(m>1)$先取したプレーヤーが試合に勝つというもので，プレーヤーAが試合に勝つ確率は，

$$P_A=\sum_{k=0}^{m-1}\binom{m+k-1}{k}p^m q^k$$

である．この確率がジュースのときの勝つ確率と同じくらいになるようなmは3であることが表1からわかると思う．つまり$n-1$対$n-1$になった後に，3点先取のタイ・ブレークルールは2点勝ち越しのジュースと同じくらいの判定力をもっているわけである．

表1　Aが試合に勝つ確率

p	.500	.520	.540	.560	.600	.800
ジュース	.500	.540	.580	.618	.692	.941
タイ・ブレーク $m=3$	.500	.537	.575	.611	.683	.942
タイ・ブレーク $m=4$	.500	.544	.587	.629	.710	.967

次に期待プレー数を求めてみると，ジュースの場合は，

$$E(\text{プレー数})=(p^2+q^2)[2+4(2pq)+\cdots]$$
$$=2\frac{p^2+q^2}{(1-2pq)^2}=\frac{2}{p^2+q^2}$$

となり，タイ・ブレークの場合は，

$$E(\text{プレー数})=\sum_{k=0}^{m}\binom{m+k-1}{k}(m+k)\times(p^m q^k+q^m p^k)$$

となる．

これらの値を表2に示すが，AとBの実力が接近しているとき，すなわち$p=0.50\sim0.60$で，ジュースと$m=3$のタイ・ブレークを比べると，ジュースのほうが「強い」プレーヤーが試合に勝つ確率が高く，また期待プレー数も少ないことがわかる．この意味ではジュースのほうがタイ・ブレークよりもすぐれたルールと言えるかも知れない．もちろん$m=3$のタイ・ブレークは，必ず5回までに結着がつくという性質をもっている．

ここで新たに変形されたジュースを提案する．これは$n-1$対$n-1$の後，とにかく連続して2点とれば試合に勝つというもので，たとえば最初にBが点をとった後，Aが連続して2点とればAがその時点で勝つのである．この変形ジュースでAが試合に勝つ確率は，

$$P_A=p^2(1+q)[1+(pq)+(pq)^2+\cdots]$$
$$=\frac{p^2(1+q)}{1-pq}$$

で，期待プレー数は，

$$E(\text{プレー数})=(p^2+q^2)[2+4(pq)+6(pq)^2+\cdots]$$
$$+(p^2q+q^2p)[3+5(pq)+7(pq)^2+\cdots]$$
$$=\frac{2+pq}{1-pq}$$

表 2　期待プレー数

p	.500	.520	.540	.560	.600	.800
ジュース	4.000	3.994	3.975	3.943	3.846	2.941
タイ・ブレーク $m=3$	4.125	4.123	4.115	4.104	4.066	3.634

表 3　変形ジュースでの勝率と期待プレー数

p	.500	.520	.540	.560	.600	.800
P_A	.500	.533	.566	.599	.663	.914
E(プレー数)	3.000	2.998	2.992	2.981	2.947	2.571

となる．これらの値を表3に示すが，P_A は通常のジュースに比べてさほど小さくならずに期待プレー数をおよそ1つ減らせることがわかる．このルールは，形勢が1点でガラリと変わるという緊迫した要素を含んでいるのでおもしろいと思う．

5.　野球のイニング数を決める

次に野球のイニング数について考えてみよう．野球においても「強い」チームが試合に勝つ確率が1/2以上であることが当然望まれるが，あまり大きすぎては興味が失われる．もちろん最強のチームを選び出すための試合なら話は別だが，われわれの楽しむ草野球では「勝負は時の運」といった要素が多分に必要と思われる．

今，AとBの2チームがあり，Bの投手に対してチームAが1イニングにあげる得点を X_1 で表わし，X_1 がパラメータ λ_A のポアソン分布にしたがう確率変数であると仮定しよう．同様にAの投手に対してチームBが1イニングにあげる得点を Y_1 で表わし，そのパラメータを λ_B とする．このとき $\lambda_A>\lambda_B$ ならば A のほうがBよりも「強い」と呼ぶことにする．

そこで，n イニングの試合を行ない，毎回の攻撃が独立であるとすれば，n イニングでのA，Bの得点 X_n, Y_n はそれぞれパラメータ $n\lambda_A, n\lambda_B$ のポアソン分布にしたがう．するとAがBに勝つ確率は，

$$P_r\{X_n>Y_n\}=e^{-n(\lambda_A+\lambda_B)}\sum_{y=0}^{\infty}\sum_{x=y+1}^{\infty}\frac{(n\lambda_A)^x}{x!}\frac{(n\lambda_B)^y}{y!}$$

となる．日本のプロ野球の場合，λ の値は0.45～0.65ぐらいである．そこで $\lambda_B=0.5$ と固定し，λ_A を0から1まで動かした場合の $P_r\{X_n>Y_n\}$ を図4に示す．この場合引き分けを認めているので値は小さめになっている．引き分けを除いた場合の値，$P_r\{X_n>Y_n\}/(1-P_r\{X_n=Y_n\})$ は図5の通りである．ちなみに引き分けの確率は λ_A が0.4～0.6では $n=9$ で0.12～0.13といったところで，プロ野球の130試合では16～17試合が引き分けという計算になるが，これは現実によく合っていると思われる．

図4，5から読みとれるように，9イニング行なった場合も，$\lambda_B=0.5$ に対して $\lambda_A=0.65$ ではAの勝つ確率は，引き分けを認めたとき0.6，引き分けを除いたときでさえ0.7以下である．つまりプロ野球における λ の0.45～0.65という範囲では「強い」チームが勝つ確率は $n=9$ でもさほど大きくないのである．これが年間130試合行なっても観客を呼べる原因の1つだろう．また7イニングと9イニングでは値にそれほど差がないことがわかる．したがって観客がたっぷり試合を楽しめるという意味から，9イニングのほうが良いのだろう．ラッキーセブンが最終回ではややもの足りない．

それではわれわれ草野球は何イニング試合をすればいいのかという問題に移ろう．今，チームAの得点能力がチーム B の それの2倍 あるとしよう．すなわち $\lambda_A=2\lambda_B$ とする．ここで引き分けは認めるとし，λ_A, λ_B を動かしたときのAの勝つ確率を図6に示す．$\lambda=0.5$の付近で仮りに $\lambda_A=0.7$, $\lambda_B=0.35$の点では9イニングでAが勝つ確率は，0.8となる．実際にはプロ野球でこれだけ差のあるチームはないわけだが，この0.8という値を保つとすれば，$\lambda_A=1.2$, $\lambda_B=0.6$では5イニング，$\lambda_A=2.0$, $\lambda_B=1.0$ では3イニング行なえば十分ということになる．投手が四球を多投し，エラーも出やすい草野球では「強い」チームの λ が2.0以

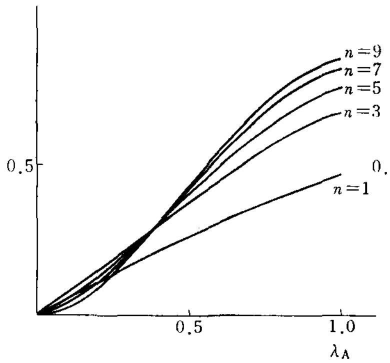

図 4　Aの勝率(引き分けあり)
$\lambda_B=0.5$

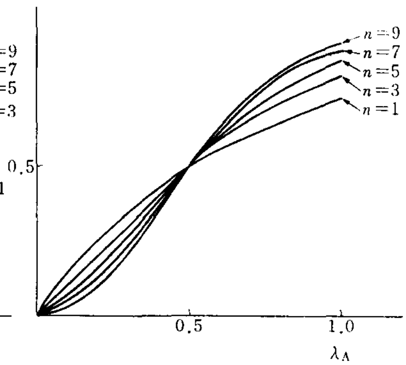

図 5　Aの勝率(引き分けなし)
$\lambda_B=0.5$

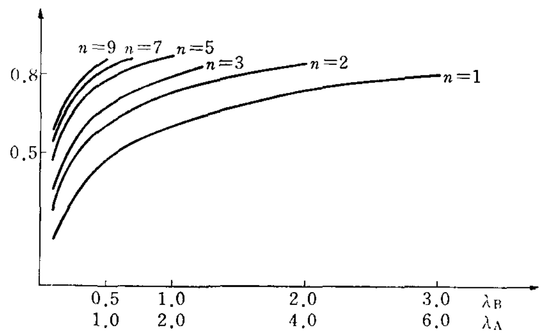

図 6　Aの勝率(引き分けあり) $\lambda_A=2\lambda_B$

上になることは十分にあり得ることで，この時イニング数をいたずらに増すことは試合に面白みを欠くことにつながると思われる．得点能力が2倍あるチームが試合に勝つ確率が0.8というのは試合の公平さ，面白さからみて妥当なところではないだろうか．

高校野球の県予選でも1，2回戦ではλが1.0以上のケースが多いと思うが，この時9イニング行なうのは意外性のある試合というよりも「強い」チームを勝たせるための試合だからであろう．甲子園の全国大会になるとλの値はプロ並み，もしくはそれ以下になるため，9イニング行なっても勝負に意外性が出てきて多くのファンが熱狂するわけである．

このように野球のイニング数には，対戦するチームの得点能力の大きさと，その試合の目的などから最もふさわしいイニング数があると思われる．

6.　大相撲：番付と取組み

大相撲では，前頭の筆頭あたりが最も勝ち越しにくい位であると言われる．かつて輪島や北の湖も最初にこの位置についたときはやはり負け越している．これは横綱，大関との対戦が多い反面，下位との対戦が極端に少なくなるためであろう．確かに番付の位置によって対戦相手の顔ぶれはずいぶんと違っている．ここでは，番付の位置によってだいたいどのくらいの勝星が期待できるのかを簡単なモデルをもとに算出してみよう．

まず，幕内の力士を5つの群に分けてみる．群の中で対戦相手の傾向が定まるように分けるわけだが，あまり細かく分けると本質を見失なうと思われるので，ここでは横綱を1群，大関・関脇を2群，小結から前頭4枚目までを3群，前頭5枚目から9枚目までを4群，前頭10枚目以下を5群とする．取組表を熱心にご覧になった方はおわかりになると思うが，前頭の4枚目と5枚目を境に横綱との対戦数が大きく変わっている．また5枚目から9枚目はそれ以下の力士との対戦が非常に多いことに気づく．こういったことをふまえて上途の群分けを試みたのである．

それでは1群上，2群上さらに3群上の力士と対戦するときの勝率はどうなっているのであろうか．昭和54年の初場所から九州場所までの6場所の成績をもとにした群間の対戦数と勝数を表4に示す．表4でN_1とは1群上での対戦数で，x_1がそのうちの勝数である．(N_2, x_2) (N_3, x_3)はそれぞれ2群上，3群上との対戦数と勝数である．表4からわかるように，1群上の力士との勝率といっても，2群の1群に対する勝率と4群の3群に対する勝率とは必ずしも一致していない．2群上の力士との勝率についても同じようなことが見ら

れるが，簡単なモデル化のためあえてこれらをひとまとめにすれば，1群上の力士との勝率の標本値は，

$$p_1=\frac{296}{690}=0.43$$

となる．同様に2群上，3群上との勝率の標本値は，

$$p_2=\frac{56}{241}=0.23$$

$$p_3=\frac{5}{31}=0.16$$

となる．

ここで，n群上の力士に対する勝率をP_nとし，これをモデルということでできるだけ簡単な1つのパラメータを含む式で表わすことを考える．同じ群の力士との勝率を0.5とし，nに関して単調減少と仮定してよいだろう．標本値からみて単調減少といっても，比例的減少ではなく指数関数的な減少でもない．つまり変曲点をもっていそうなのである．そこで，

$$P_n=(0.5)^{\alpha n^2+1}$$

という式を与えてみる．表4の値からαを最小2乗法で推定すると，

$$\hat{\alpha}=0.24$$

となる．これをもとにP_nの推定値を算出してみた結果が表5であるが，標本値とよく合っていることがわかると思う．また例えば新入幕の力士(5群)が横綱を破る確率は0.035ということになる．

さてそれでは推定されたP_nの値をもとに各群の期待勝星を計算してみよう．期待勝星は横綱や大関・関脇が何人いるかによって当然変わってくる．そこで，横綱が2人の場所，3人の場所，4人の場所と3つのケースで計算してみる．大関・関脇が標準的な数として4人ないし5人の場所ということで，51年秋場所，54年初場所，55年夏場所を選んだが，そこでの各群の平均的な対戦相手を表6に示す．表6の値は1場所におけるn群上の力士との期待対戦数E_n(下位との対戦ではnは負の値をとり，同群の対戦では$n=0$とする）を表わしているわけで，これを用いると各群の期待勝星は，

$$\sum_{n=-4}^{4} P_n \cdot E_n$$

で計算できる．

表4 昭和54年6場所の対戦結果

	N_1	x_1	N_2	x_2	N_3	x_3
2群(大関・関脇)	69	18				
3群(小結～前群)	165	51	154	15		
4群(前5～前9)	171	92	33	13	16	1
5群(前10～　)	285	135	54	28	15	4
計	690	296	241	56	31	5

表5 群間の勝率

同じ群に対する勝率	.500		
1群上に対する勝率	.423	1群下に対する勝率	.577
2群上に対する勝率	.256	2群下に対する勝率	.744
3群上に対する勝率	.112	3群下に対する勝率	.888
4群上に対する勝率	.035	4群下に対する勝率	.965

表6 期待対戦数

Case 1　横綱2人，大・関5人(昭51，秋場所)

	1群	2群	3群	4群	5群	十両
1群	1.0	5.0	8.0	1.0		
2群	2.0	3.6	8.0	1.4		
3群	1.6	4.0	5.2	2.9	1.3	
4群	0.2	0.7	2.9	6.0	5.2	
5群			1.73	6.93	4.67	2.27

Case 2　横綱3人，大・関5人(昭54，初場所)

	1群	2群	3群	4群	5群	十両
1群	2.0	4.67	8.0	0.33		
2群	2.8	3.6	7.3	1.1	0.2	
3群	2.4	3.6	4.6	3.6	0.8	
4群	0.11	0.58	3.58	5.74	5.0	
5群		0.13	1.07	6.8	5.07	1.93

Case 3　横綱4人，大・関4人(昭55，夏場所)

	1群	2群	3群	4群	5群	十両
1群	3.0	3.25	8.5	0.25		
2群	3.25	2.0	7.75	1.5	0.5	
3群	3.78	3.44	3.78	3.33	0.67	
4群	0.1	0.6	3.0	5.8	5.5	
5群		0.25	0.75	6.88	4.75	2.37

表7 期待勝星

	Case 1 横2,大・関5	Case 2 横3,大・関5	Case 3 横4,大・関4
1 群 (横 綱)	10.23	9.94	9.92
2 群 (大関・関脇)	8.30	8.19	8.40
3 群 (小結～前4)	7.34	7.11	6.73
4 群 (前5～前9)	7.43	7.43	7.51
5 群 (前10～)	7.10	7.14	7.27

この値を3つのケースについて計算した結果を表7に示す．ただしここで5群の十両との対戦について注意しなければいけない．5群の十両に対する勝率は7割ぐらいなので2群下との対戦とみなして計算をした．表7からわかるように期待勝星は下位にいくほど低くなるわけではなく，4群でいったん高くなる．小結から前頭4枚目までの3群の期待勝星が最も低く，勝ち越すのがむずかしいことを物語っている．

また興味深いこととして，横綱の数がふえた場合，その被害をもろに受けるのは3群であって，4群にはほとんど影響はなくむしろ得をすることもあることがわかる．つまり横綱が多いと3群対4群の対戦が減り，4群はそのぶん同群もしくは下の群と対戦するのである．Case 3 では大関・関脇の期待勝星が8.40と高い値を示しているが，これは表6からわかるように2群内の対戦数が2と少なく3群との対戦が多いためであろう．横綱が4人になっても大関・関脇が少なければ，そこにいる大関・関脇には意外に高い勝星が期待できるようだ．

5群の期待勝星は3つのケースを通じてあまり高くない．十両との対戦を2群下との対戦としてこの値であるから5群で勝ち越すことも容易でないことがうかがえる．いずれにせよ Case 3の4群の7.51を除けば3群以下の期待勝星は7.5未満であるから，前頭の力士というものは平均的な力を出していては勝ち越すのはむずかしいようである．将来，横綱や大関になるような大器以外では，前頭の上から下を往復するのも道理といえる．

おわりに

これまで試合形式に関して，標準的なモデルをたてて議論を進めてきたが，スポーツはこのような当たり障りのないモデルでは説明のつかない部分が存在するところに面白さがあるのかも知れない．昨年1年間に，7勝7敗で千秋楽を迎えた幕内力士は35人いたが，何人勝ち越したかご存知だろうか．実に28人である．今年もその傾向は続いている．すなわち，瀬戸際の力士は並外れて「強く」なるのであり簡単な算術モデルでは及びもつかないのである．

第1回 モニターのご紹介

オペレーションズ・リサーチ誌6月号学会だよりで，OR学会の研究・普及活動に関するモニターを募りましたが，皆様のご協力をいただき，1980年8月から1981年1月までの半年間，次の方々にモニターをお願いすることになりました．

荒木 勉(早稲田大)　一森 哲男(大阪大)
一之瀬秀典(清水建設)　今村 和男(防衛大学校)
荻野 正浩(東北電気通信局)　忍田 和良(日通総研)
金成 好章(日本鉱業)　木村 修(トヨタ自動車)
玄 光男(足利工業大)　後藤 義雄(河北新報)
権藤 元(中国電力)　桜木 康雄(エッソスタンダード石油)
佐治 直哉(東京理科大)
司馬 正次(筑波大)　田口 東(山梨大)
田端 三郎(日本アイ・ビー・エム)　高橋 幸雄(東北大)
徳増 真司(日立研究所)　中野 裕宇(北海道ビジネスオートメーション)
中村 良平(筑波大)　二宮 理憙(青山学院大)
西木 俊彦(新日本製鉄)　沼田 久(小樽商科大)
伯野 慶三(伯野技術士事)　原 亨(富士通ファナック)
馬場 裕(東京工業大)　三上 喜貴(通産省大臣官房)
村中 聖(運輸調査局)　室田 一雄(東京大)
八巻 直躬(三菱スペースソフトウェア)　吉村 博之(西日本鉄道)