スポーツの戦略（2）

前回（昭和54年度4月号）に続き，今回もいろいろなスポーツのストラテジーにかかわる話をご紹介しよう．今回取り上げるのは，テニスと野球である．

増田　伸爾

I　テニスにおけるポイントの重要さ

1.　はじめに

前回は，テニスのサーブについて書いたが，今回はさらに1歩を進めて，テニスにおける各ポイントの重要さについて書くことにする．念のため，テニスの得点のシステムを簡単に記述すると，試合は通常3セットまたは5セットマッチであり，各セットは6ゲームを先取したほうが勝ちとなる（ただし5－5はジュース）．各ゲームは4ポイントを先取したほうが勝ちとなるが，3－3はジュースとなりどちらか2ポイントリードしたほうが勝ちとなる．（伝統的にテニスでは，得たポイントのカウントの方法として，順に 0，15，30，40 と呼ぶが，ここでは簡単に 0，1，2，3 と呼ぶことにする）

2.　テニスのモデル

さて，現実の試合では，プレーヤーは進行につれて相手のプレーや作戦への習熟，肉体的疲労，心理的効果等が影響してきて，1つ1つのプレーは互いに独立ではなくなり，一定の技倆が発揮できなくなるものである．それらのことを考慮して，今まで多くの優秀なコーチや選手達が指摘する重要なポイントとしては，まず最初のポイントこそ大切であるとする意見がある．これは最初の1点をリードすることの心理的効果を強調しての説である．同様の意味あいで15－15(1－1)．この他ジュースやアドバンテージのポイント．またチルデンやゴンザレスは15－30(1－2)を最も強調している．このように諸説があり，おのおのそれなりの説明がなされている．

ここでは前回と同様に，簡単な確率モデルを考え，そのうえで上記の問題を考慮することにしよう．今，各ポイントは互いに独立であるとし，サーバーは各スコアのポイントを，どのゲームであるかにかかわらず，それぞれ一定の確率で勝つものとする．

3.　ゲームにおけるポイントの重要さ

ここでゲームを勝つための各ポイントの重要さを，そのポイントを得た場合にそのゲームに勝つ確率と，そのポイントを失った場合にそのゲームに勝つ確率との差と定義しよう．

上の重要さの定義は，実はサーバーにとってもレシーバーにとってもまったく同じである．それは，レシーバーの確率とサーバーの確率の和は常に1であり，したがって上の定義である2つの確率の差はまったく等しくなるからである．**故にどのポイントもサーバー，レシーバーの双方に等しく重要である．**これは2人零和ゲームで当然成立する事柄であるが，ポイントはリードされている

ますだ　しんじ　東京工業大学　システム科学

表 1　各ポイントの重要さ

ポイント s	r	p=0.5 W	N	I	p=0.6 W	N	I	p=0.7 W	N	I
3	3	.5000	.625	.5000	.6923	.532	.4615	.8448	.319	.3615
2	3	.2500	.625	.5000	.4154	.443	.6923	.5914	.228	.8448
3	2	.7500	.625	.5000	.8769	.665	.3077	.9534	.532	.1552
1	3	.1250	.250	.2500	.2492	.154	.4154	.4140	.076	.5914
2	2	.5000	.375	.5000	.6923	.346	.4615	.8448	.265	.3615
3	1	.8750	.250	.2500	.9508	.346	.1231	.9860	.412	.0466
0	3	.0625	.125	.1250	.1495	.064	.2492	.2898	.027	.4140
1	2	.3125	.375	.3750	.5151	.288	.4431	.7156	.189	.4308
2	1	.6875	.375	.3750	.8474	.432	.2585	.9436	.441	.1412
3	0	.9375	.125	.1250	.9803	.216	.0492	.9958	.343	.0140
0	2	.1875	.250	.2500	.3689	.160	.3655	.5878	.090	.4258
1	1	.5000	.500	.3750	.7145	.480	.3323	.8752	.420	.2280
2	0	.8125	.250	.2500	.9271	.360	.1329	.9802	.490	.0522
0	1	.3438	.500	.3125	.5762	.400	.3456	.7890	.300	.2874
1	0	.6563	.500	.3125	.8421	.600	.2127	.9487	.700	.1050
0	0	.5000	1.000	.3125	.7357	1.000	.2658	.9008	1.000	.1597

$s-r$：サーバーとレシーバーのスコア

W_{sr}：ポイント $s-r$ でサーバーがそのゲームに勝つ確率

N_{sr}：ポイント $s-r$ の出現する回数の期待値

I_{sr}：そのゲームを勝つための $s-r$ の重要さ

側に常に重要であるという誤った考えがよく聞かれるので，ここであえて強調する次第である．

いま I_{sr} を，サーバーが s，レシーバーが r のスコア（略して $s-r$）のときのポイントの重要さとし，同様に W_{sr} を，スコアが $s-r$ のとき，サーバーがそのゲームに勝つ確率とすると，

$$I_{sr}=W_{s+1,r}-W_{s,r+1} \tag{1}$$

これから，

$$I_{23}=W_{33}-W_{24}=W_{33}$$

$$I_{12}=W_{22}-W_{13}<W_{22}$$

であり，$W_{33}=W_{22}$ と考えられるので $I_{23}>I_{12}$ なる結果が出てきて，チルデンたちの説とは違った主張になる．（念のために附け加えれば，両者の想定するテニス観が異なっているため，チルデンは誤っている等と結論することは，それこそ誤りである．）同様に，$I_{32}>I_{23}$，さらに $I_{30}<I_{31}<I_{32}$，$I_{03}<I_{13}<I_{23}$ などを，モデルの仮定と(1)からすぐ導くことができる．

さてここで，モデルにさらに，

サーバースコアによらずどのポイントも一定の確率 p，$0<p<1$，で勝つものと仮定すると，

$$W_{sr}=pW_{s+1,r}+qW_{s,r+1} \tag{2}$$

ここで $q=1-p$ である．

4.　W, I の計算

計算のための境界条件としては，$W_{40}=W_{41}=W_{40}=1$

$$W_{04}=W_{14}=W_{24}=0,$$

$$W_{33}=W_{22} \tag{3}$$

最後の条件は３－３（ジュース）は２－２とまったく同じと考えられるからである．この条件と(2)から，$W_{22}=W_{33}=\dfrac{p^2}{p^2+q^2}$ となる．（３－３以後のポイントはすべて，２－３，３－２，３－３が再起したと考えることにする．）

(1)，(2)，(3)を利用して計算を行なった結果を $p=0.5$，$p=0.6$，$p=0.7$ について表1，2に示す．p にこれらの値をとらせた理由は，まったくの初心者を除き，通常のケースではサーバーが有利であり，$p\geqq 0.5$ と考えてよい．筆者の観察では，強いサーブを武器とするトッププロでは，この値は 0.7位か，あるいはそれ以上である．アマチュアでも一応のプレーヤーであればサービスキープの確率が高く $p=0.6$ 辺りはかなり頷ける値と思われるからである．計算の結果，$p=0.5$ のときは，$I_{33}(=I_{22})=I_{23}=I_{32}=0.5$ で最大であり，最も重要でないのは $I_{03}=I_{30}=0.125$ でその比は４倍である．

$p>0.5$ では最も重要度の高い，あるいは低いポイントはそれぞれ，２－３，３－０であり，その比は $p=0.6$ で14.06倍，$p=0.7$ で60.3倍となる．２番目に重要なポイントは，詳しくは，$p<0.62$ では２－２（ジュース）であり，$p>0.62$ ではなんと１－３となる．チルデン等のいう１－２は，必ず３番目以下である．

表 2 各ポイントの重要さの順位 (○印は4位までを示す)

$p=0.5$

レシーバーのスコア ＼ サーバーのスコア	0	1	2	3
0	8	8	11	15
1	8	5	5	11
2	11	5	①	①
3	15	11	①	①

$p=0.6$

レシーバーのスコア ＼ サーバーのスコア	0	1	2	3
0	10	13	14	16
1	7	8	11	15
2	6	④	②	9
3	12	5	①	②

$p=0.7$

レシーバーのスコア ＼ サーバーのスコア	0	1	2	3
0	10	13	14	16
1	8	9	12	15
2	④	③	6	11
3	5	②	①	6

一般に，サーバー側が不利になったときにポイントの重要さは高くなり，特にブレークポイント(2－3)の重要さは最大となる．通常のアマチュアでは，2－2以後のポイントは他と比べてより重要となるが，トッププロの間では，サーバー側がきわめて有利であるので，1－3が次に重要となる．重要なポイントとそうでないポイントの重要さの比は，p につれて大きくなる．

5. 努力の配分戦略

いま各ポイントの重要さを，プレーヤーが実際のゲームに応用するとすれば，それはこれらのポイントに，よりいっそうの努力を傾けるなり，あるいはとっておきのプレーを展開して，そのポイントを得ようとすることであろう．そして，結果としてそのゲームを勝つ確率を増加させようとするであろう．また，こうした戦略プログラムを前以て作成することに応用するであろう．では，まずこれらのポイントはどのような頻度で現われるのであろうか．また，ある特別な努力をすることができる場合に，それを最も重要なポイントに対して課すことが，はたして最も効果的にそのゲームに勝つ確率を上昇させるのであろうか．今，サーバーが，ある特定のポイント $s-r$ が起った場合にはいつでも特別の努力を加えることで，そのポイントを得る確率 p を $p+\varepsilon$ (ε は小さい正数)とすることができるとしてみよう．するとそのゲームを得る確率 W_{00} はどれだけ増加するであろうか．

カール・モーリスによれば，N_{sr} を1ゲーム中にポイント $s-r$ の生ずる期待回数*とすると W_{00} は $W_{00}+\varepsilon N_{sr}\cdot I_{sr}$ に増加するとしている．これを解釈すると，いま1ゲーム中で，ある特別な努力を平均 N_{sr} 回払うことで $\varepsilon N_{sr}I_{sr}$ だけゲームの勝率を上昇させたことになる．したがって ε がもし $s-r$ によらず一定である場合には，勝率の増加は I_{sr} に比例すると解釈することが可能である．

それ故，この場合プレーヤーが特別の努力をするとすれば，その最も効果的な配分方法は，I_{sr} の大きいポイントに優先的に配分することである．

6. 試合におけるポイント，ゲーム，セットの重要さ

今までのところ，ポイントの重要さとは当該ゲームを勝つためのそれであったが，同様に，セットを勝つための重要さや，マッチ(試合)を勝つための重要さも考えることができる．一般に，

$$I_{PM}=I_{PG}\times I_{GS}\times I_{SM}$$

ただし，I_{PM} はマッチを勝つための，そのポイントの重要さの意味であり，以下の I も，G はゲーム，S はセットの意味にとっていただいて同様に解釈願いたい．

この式は I の定義からただちに導くことができ

$*\ N_{sr}=\binom{s+r}{r}p^s q^r$ (ただし s,r は 2−3, 3−2, 3−3 以外)

$N_{sr}=\binom{s+r}{r}p^s q^r/p^2+q^2$ (s,r が 2−3, 3−2, 3−3 のとき)

これは，これらのポイントはくり返し現われるためである．計算結果は表1に示す．

る．これまでのI_{PG}への考察の結果からすぐ類推できるように，技倆が互角のプレーヤー間では，おのおののIで最も重要となるのは，I_{SM}ではファイナルセット，I_{GS}では4－5でレシーバーリードのゲーム，I_{PG}では2－3のポイントである．

したがって，タイブレークのない普通のゲームでは，これの同時に起きるポイント，つまり，2－3(ポイント)，4－5(ゲーム)，ファイナル(セット)のポイントが，マッチを制するうえで最も重要なポイントとなる．

このポイントはレシーバーのマッチポイントである．$p=0.6$の場合，サーバーがもしこのポイントを取ることができれば，0.6923の確率で5－5となるチャンスがある．その後は，50%の確率でマッチに勝てると考えられるから，このポイントの重要さは，

$I_{PM}=0.346$　となる．

もし9ポイント，タイブレークシステム（5点先取方式）のあるマッチでは，最後のセットのタイブレークにおける9点目は　$I_{PM}=1$　となる．

7. 結　　論

奇数番目のポイントと，偶数番目のポイントについての，$N_{sr}\cdot I_{sr}$の合計は等しい．当然奇数番目のポイントのほうが多くプレーされるので，1ポイント当りでは，偶数番目のポイントのほうが重要ということになる．これから，偶数ポイントでサーブをレシーブする側(左サイド)に，より勝負強く，度胸のある人を配するという通説が支持される．また，サーバーからみれば，バックサイドのサービスの練習についてある示唆を与えることであろう．

最後に，この理論は重要でないポイントを軽んずることをすすめているわけではない．もしそのようなことをすれば，重要なポイントで作戦をめぐらすどころか，そのポイントでプレーすることさえできないかも知れない．

表 3　強力チームの打順

	現在の広島打線	V9当時の巨人打線	黄金時代の西鉄打線
1	(遊) 高　橋(慶)	(中) 柴　田	(中) 高　倉
2	(二) 木　下	(左) 高　田	(遊) 豊　田
3	(三) 衣　笠	(三) 長　島	(三) 中　西
4	(中) 山　本(浩)	(一) 王	(右) 大　下
5	(一) 水　谷	(右) 末　次	(左) 関　口
6	(右) ライトル	(二) 土　井	(一) 河　野
7	(左) デュプリー	(捕) 森	(二) 仰　木
8	(捕) 水　沼	(遊) 黒　江	(捕) 和　田
9	(投) 江　夏	(投) 堀　内	(投) 稲　尾

II　野球の打順について

1.　通常の打順

野球において，打順は戦略的にきわめて大きい部分である．いままでの強力チームの打順をみてみると，そこに監督の構想をはっきり読み取ることができる．さらにそれが，オーダー自身がチームの看板であって，多くのファンをひきつける由縁でもあった(表3)．

一般に打順を組むときの常識的な方法は，

1.　1，2番は出塁率の高い，機動的な選手
2.　3，4，5番はそのチームの最強打者で，長打を期待できる選手
3.　6，7，8番は打力の順に配列
4.　投手は一般に最下位打者

等である．

2.　シミュレーション

さて，こうした打順の常識は，どこまで確かであろうか．また最良のものであるとしても，他の方式の打順とどの程度の差があるものであろうか．

これらの疑問に答えようとして，E．クック，R．フリーズ，A．ピーターソン等はシミュレーションを行なった結果を報告している．3人の用いたシミュレーションモデルの詳細は明らかでないが，想像するに，いずれも打撃の内容に応じて，

表 4　打順の変更の効果（クック）

通常の打順		強打者順*		弱打者順*		不規則な順	
選手	打点	選手	打点	選手	打点	選手	打点
A	55.0	A	56.1	P	24.8	F	67.5
B	52.8	E	82.4	H	43.5	D	72.2
C	76.1	C	70.1	G	44.8	H	53.6
D	86.3	F	72.8	D	65.6	E	102.1
E	102.5	B	67.7	B	58.1	P	24.5
F	66.2	D	72.9	F	66.3	A	58.1
G	56.5	G	60.9	C	79.7	G	51.0
H	50.3	H	50.7	E	96.5	B	52.9
P	24.5	P	24.5	A	70.3	C	67.9
得点	600.8		587.1		579.9		579.8
打点	570.2		558.1		551.1		549.8

＊強打者：チーム得点の期待値を高めるのに最も貢献する打者（弱打者はその逆）

表 5　打順の変更の効果（ピーターソン）

通常の打順			強打者順*		
選手	得点	打点	選手	得点	打点
A	99	52	C	135	89
B	88	58	D	106	77
C	112	108	A	78	82
D	85	100	B	63	85
E	61	79	E	61	77
F	59	78	F	59	75
G	57	77	G	57	75
H	42	43	H	45	42
P	36	24	P	42	24
チーム	639	619	チーム	646	626

＊強打者：出塁率の最も高い打者

局面（アウト，ランナーの位置）の進行ルールを固定してある単純なモンテカルロ・シミュレーションと思われる．

クックは，いろいろな打順についておのおの5000試合分ずつ実施した(表４)．結論的には，通常の打順の年平均得点（162試合）は600.8で最も多く，強打者順との差は約14点である．また最も不利な打順と思える２例との差は21点である．彼は強打者とはチームの得点期待値を高めるのに最も貢献する選手としている．

一方，ピーターソンは，おのおの 100シーズン(16200試合）分ずつを実施し，結論として，クックの場合とは少々異なる結果を得た(表５)．彼の場合通常の打順では年平均 639得点をえ，強打者順の場合(646点)に比べて７点少なかった．彼の場合の強打者の概念は出塁率である．両者の間で，強打者の概念は多少異なるものの，これにもとづく打順はそれほど変わるとは思えない．とすれば，結論を出すにはまだシミュレーションの回数が少なすぎるのか，あるいは具体的にどのチームや選手を選んだのかが大きな影響を持つためと思われる．

しかしながら，いずれにせよ打順そのものの得点力への影響は，おどろくほど少ない．最も不利に思える打順の組み方をしたとしても，通常の方法でのオーダーに比べて，得点力で有意な差があらわれるかどうか疑わしいほどである．まして試合の勝敗にこれがどう結びつくのかは判断できない．

フリーズのシミュレーションは，打順の編成が試合の勝敗にいかに関係するかを調べたものである．彼は，A，B，２つのチームを考え，A対A，B対B，A対Bの３組の試合を適宜に打順を変えて実施した．打順は前者と同じく，1.　通常の打順，2.　強打者順，3.　弱打者順の３種である．ただし，彼は強打者を DX^* で判別する．彼の結果（一部）は表６に示すとおりである．表中A１とはAチームが1.の打順で対戦することを意味する．各組み合わせの対戦回数は各１万回で，彼はその結果を用いて「打順は勝敗に影響しない」という仮説の検定を行なった(棄却域５％)．

表６に示す範囲では，通常の打順と強打者順との違いについて判然としたことは言えないが，い

＊ $DX=[P(1B)+P(E)+P(BB)+P(HP)]\cdot[P(1B)+2P(2B)+3P(3B)+4P(HR)]$

Pは確率の意味で，他の記号はE：エラー，BB：四球，HP：死球，1B：単打，2B：２塁打，3B：３塁打，HR：ホームラン．

表 6　打順と勝敗（フリーズ）

組み合わせ	左側のチームの 勝(n)	敗($N-n$)	$\|n-\mu\|$	仮説
A1—A2	5065	4935	65	○
A1—A3	5123	4877	123	×
A2—A3	5056	4944	56	○
B1—B2	5032	4963	32	○
B1—B3	5130	4870	130	×
B2—B3	5101	4899	101	×
B1—A1	8214	1786	0	○
B1—A2	8262	1738	48	○
B1—A3	8428	1572	214	×
B2—A1	8174	1826	40	○
B3—A1	8066	1934	148	×

仮説　打順は勝敗に影響するか
○：支持，×：棄却

ずれも通常の打順のほうがすぐれているようである．弱打者順は明らかに悪い打順であると検定できたがその差は1シーズンに2勝程度である．

3. 結　　論

3人の研究は，それぞれ異なるチームを選び，異なる強打者のイメージで行なわれたにもかかわらず，結論はおおむね等しい．打順としては通常のそれが最良のものの1つといって良さそうである．

しかし強打者順に並べた打者順でもそれほど劣るとは結論できない．さらに，最も拙劣と思われる打順でも，おどろいたことに，さほどの違いにはならないようである．われわれのする草野球では年功序列打線などと称して弱打者順に近い打順を組むことがあるが，敗けた場合，その原因をこの点のみに帰せしめるのは少々無理のようである．

以上はOR家の考察であるが，では，プロ野球の監督の立場に立って打順の問題を考えてみると，1シーズンに1～2勝の差というのはどのように見えるであろうか．よく監督の采配が原因で勝つ（敗ける）のは1シーズンに数試合程度といわれる．常識的にみてもそう多い数であるとは思えない．してみると，もし監督の打順編成戦略だけで，たとえば1勝違うとしたら，実に大きな差と理解するのではないだろうか，まして連日ファンやスポーツライターの批判の目にさらされている立場としては，われわれのように気楽に結論して済ましてしまうわけにはいかないことは確かである．打順の問題はきわめて感覚的な領域なのかも知れない．

最後に，選ばれた8人の打順を考えることも興味あるが，その8人を選択することのほうがはるかにむずかしい問題であり影響も大きい．現実の場では，選手の最適な選択にどの程度成功しているであろうか．大変興味あるテーマである．

参 考 文 献

[1] Morris, Carl (1977), The most important point in tennis, Optimal Strategies in Sports, 131-140.

[2] チルデン(1950)，ベターテニス（福田雅之助訳）

[3] Cook, E. (1972), Percentage Baseball and the Computer.

[4] Freeze, R. A. (1974), An Analysis of Baseball Batting Order by Monte Carlo Simulation, *operations Research*, **22**, 4, 728-735.

[5] Peterson, A. V. Jr. (1977), Comparing the Run-Scoring Abilities of Two Different Batting orders: Result of Simulation, Optimal Strategies in Sports, 86-88.

[6] S. P. Ladany, et. al. (1977), Optimal Strategies in Sports.