

# 数理計画

刀根 薫 著 朝倉書店

数理計画あるいは数理計画法と題された本を捜してみると案外多くないことに気づく。おそらく数理計画というテーマを手頃な厚さの1冊の本に納めることは、どうしても割愛せざるをえない箇所が生まれてしまい、必ずしもやさしくないからではないかと想像する。

本書は本文だけで約190ページあり、その半分強が線形計画法と凸多面体の解説にさかれており、残りをネットワーク計画法、非線形計画法、組合せ計画法のそれぞれに3等分した形となっている。以下、章を追ってその内容を紹介してゆくことにする。

第1章線形計画法は、線形計画問題に定式化できる問題の解説に始まり、単体法、改訂単体法、双対定理、双対単体法、有界変数法、感度分析、パラメータ分析が解説されており、線形計画法の教科書としても十分な内容が盛り込まれている。ここで、特に目を引くのは退化による巡回の対策として摂動法や辞書式順序を用いた方法ではなく、1976年に発表された Bland 氏の方法——列選択では単体判定基準が正であるものの中で最も若い変数番号を持つ列を、行選択でタイがおこったときにもやはり最も若い変数番号を持つ行を選ぶ——が紹介されている点である。これにより従来かなりのページ数とめんどろな議論を必要とした退化対策の説明が簡潔に、しかもコンパクトになされていることは見のがすことができない。さらに単体法は変数と制約式の個数の多項式オーダーの手間で最適解を与える保証はないことがことわられており、続いて「しかしだからといってLPを解くことを恐れることはない。経験則がほとんどの場合に通用するからである。交通事故がこわいからといって外出をやめるわけにはいかない。」と書かれている。

第2章は凸多面体と線形計画法と題されており、ここでは基底解と実行可能領域の頂点との対応が示され、単体法が実行可能領域の隣接する頂点を順にたどってゆく方法であることが説明されている。ついで凸多面体はその有限個の頂点の凸結合と有限本の非有界端線の非負結合の和として表現できるという分解定理を示し、これを用いて単体判定基準に幾何学的解釈を与えて章を閉じている。

第3章のネットワーク計画法では最短路問題、最大流問題、最小費用流問題の3つの問題が取り上げられ、そ

れぞれについて、ダイクストラ法、ウォーシャル—フロイド法、ラベリング法、主・双対法、クラインの方法が説明されている。ただしクラインの方法については方法の紹介にとどめられている。さらに節を改めて単体法の最小費用流問題への応用について説明があり、基底とネットワークの木との対応を用いることによって単体判定基準の計算や基底変換が容易に行なえることが示されている。最後に MODI 法を紹介してこの章を終えている。この章にコンシステントラベルによるラベリング法の有限収束性や、それに続く種々の加速法の話が盛り込まれてあれば Bland 氏の退化対策との比較の意味でおもしろかったのではないと思われる。

第4章は非線形計画法であり、その前半ではまずキューン—タッカーの定理が紹介され、これを用いて2次計画問題が線形相補性問題に定式化できることが示されている。この線形相補性問題に対してはレムケの相補的軸演算法が紹介されている。また後半では、勾配法の概略が示されたのち、制約式がすべて線形の問題に対しては線形計画法の拡張である縮小勾配法が説明され、非線形制約式を持つ問題については SUMT が取り上げられ、双対定理との関連にも言及されている。

最後の第5章組合せ計画法は、この章の初めに著者も述べているように「例題をもとに解法の特徴をのぞいてみる」といった感じで書かれている。取り上げられている内容はナップザック問題と動的計画法、巡回セールスマン問題と割当問題を用いた分枝限定法、0-1 計画法とバラスの加算的算法、それにベンダースの分解原理である。ナップザック問題の漸化式とダイクストラ法との比較や、最小費用流問題の双対問題との比較などが書かれてあればと少し残念ではあるが、紙数の都合上いたしかたのないことかも知れない。

本書全体を通して、方法の説明のあとには必ず例題が添えられており読者の理解を助けるべく配慮されている。また各章末には、手ずから計算して方法を理解するための問題と、本文で説明された理論のちょっとした拡張や応用を含んだ問題とが用意されており、「初学者にもわかりやすく」という著者のねらいは十分に満たされていると思われる。

(山本芳嗣)