# 新しいPERT手法

中野博信・三浦広徳

## 1. はじめに

PERT 手法をスケジューリングという意味での日程計算に限定するならば，PERT 手法がOR手法の1つとして確立されてから久しい．その意味では PERT 手法は古典的OR手法の1つに属するということができよう．日程計算としての PERT が現在広く各種の分野で活用されていることも事実である．今や PERT 手法はOR手法における1つの巨峰を築いたかに見える．しかし，この華麗なる PERT 手法もその利用という場の実世界に降すと必ずしも日程計算に関する万能の手法でないことが明らかになってきていることも周知の事実である．すなわち，現実の場ではこの古典的な PERT 手法に頼るだけでは直面している問題としての事実をすべて忠実に表現し，そのうえでの精密で正しい解を得ることが困難，あるいは最悪の場合は不可能なケースが多く存在するということである．これはいったい何に起因するものなのかを考えてみると――それは華麗なる古典的 PERT 手法の唯一無二の大きな欠点であろうが――これまでの古典的な PERT 手法では対象とするネットワークに関し，それに属する任意の2つの作業間で定義できる関係がただ1種類しか定義できないということにある．すなわち，この関係とは良く知られているように，ある作業の開始はその走行作業が終了するまで開始できないという関係である．ここでは，このような関係を FB(Finish to Begin) とよび，2つの作業はFBの関係にあるという．

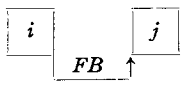
この小論文の狙いは，対象とするネットワークに属する任意の2つの作業間に実世界でおこり得るすべての関係を任意に定義できることを許した場合，日程計算としての PERT 手法がどのように確立されるかを理論的に示すことにある．この新しい PERT 手法はこれまでの古典的な PERT 手法を完全に包含するものである．

なかの　ひろのぶ，みうら　ひろのり
日電東芝情報システム㈱

## 2. 関係の定義

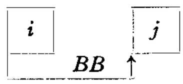
ここで対象とするネットワークの属性についてまず明確にしておこう．ネットワークは有限個の作業（ワークアイテム）$i$ の集合とそれに属する任意の2つのワークアイテム間の関係（リレーションシップ）$r$ の集合により構成されるものとする．説明を簡潔にするためにネットワークの構成要素であるワークアイテムの集合を $W$，リレーションシップの集合を $R$ で表わすことにする．さらにネットワークを $N(W,R)$ で表わす．$N(W,R)$ の日程計算で重要かつ基本的な要素となる所要時間は，任意のワークアイテム $i\in W$，任意のリレーションシップ $r\in R$ に対し任意に与えることができるものとする．$R$ の要素であるリレーションシップとしては，定義1に示す8つのタイプが許される．任意の2つのワークアイテム $i$, $j$ がリレーションシップ $r$ で関係づけられているとき $i\overset{r}{\sim}j$ で表わすことにする．このとき，ワークアイテム $i$ とワークアイテム $j$ は $r$ の関係にあるという．さらにワークアイテム $i$ はリレーションシップ $r$ に関しワークアイテム $j$ の親ワークアイテム(先行ワークアイテム)，一方ワークアイテム $j$ はワークアイテム $i$ の子ワークアイテム（後続ワークアイテム）とよぶことにする．

**定義 1**　$N(W,R)$ の $R$ の要素タイプとしては $\{FB, BB, FF, BF, RFB, RBB, RFF, RBF\}$ の8種とする．

(1) 

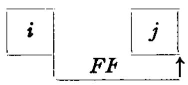
(Finish to Begin)

$i\overset{FB}{\sim}j$；ワークアイテム $j$ はワークアイテム $i$ が終了する前に開始してはならない．

(2) 

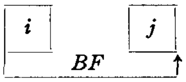
(Begin to Begin)

$i\overset{BB}{\sim}j$；ワークアイテム $j$ はワークアイテム $i$ が開始する前に開始してはならない．

(3) 

(Finish to Finish)

$i\overset{FF}{\sim}j$；ワークアイテム $j$ はワークアイテム $i$ が終了する前に終了してはならない．

(4) 

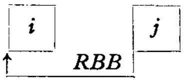
(Begin to Finish)

$i \overset{BF}{\sim} j$ ；ワークアイテム $j$ はワークアイテム $i$ が開始する前に終了してはならない.

(5) 

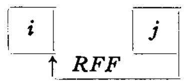
(Reverse FB)

$i \overset{RFB}{\sim} j$ ；ワークアイテム $j$ はワークアイテム $i$ が終了する前に開始しなければならない.

(6) 

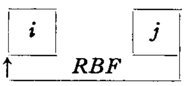
(Reverse BB)

$i \overset{RBB}{\sim} j$ ；ワークアイテム $j$ はワークアイテム $i$ が開始する前に開始しなければならない.

(7) 

(Reverse FF)

$i \overset{RFF}{\sim} j$ ；ワークアイテム $j$ はワークアイテム $i$ が終了する前に終了しなければならない.

(8) 

(Reverse BF)

$i \overset{RBF}{\sim} j$ ；ワークアイテム $j$ はワークアイテム $i$ が開始する前に終了しなければならない.

これで $N(W,R)$ の属性が明らかになった. そこでつぎは古典的な PERT 手法でいうところの日程計算に関する前進計算(Forward Calculation)と後退計算(Backward Calculation)が $N(W,R)$ 上でどのように展開されるか, そのアルゴリズムを理論的に示すことにしよう.

前進計算は $N(W,R)$ において $j \overset{x}{\sim} i$ の関係にある $W$ に属する任意の子ワークアイテム $i$ の最早開始時間 $ES_i$ (Earliest Start Time) と最早終了時間 $EF_i$ (Earliest Finish Time) を決定することであり, 一方, 後退計算は $i \overset{x}{\sim} j$ なる関係での親ワークアイテムの最遅終了時間 $LF_i$(Latest Finish Time)と最遅開始時間 $LS_i$(Latest Start Time)を決定することであることは周知のことである.

## 3. 前進計算

$N(W,R)$ において $j \overset{x}{\sim} i$ の関係にある任意の子ワークアイテム $i \in W$ の $ES_i$, $EF_i$ のそれぞれの下限値を $MINES_i$, $MINEF_i$ とする.

まず始めはこの 2 つの下限値だけに着目した場合 $ES_i$, $EF_i$ がどのように決定されるかを示すことにしよう. 定義 1 で与えたリレーションシップの性質から, $N(W,R)$ の任意の子ワークアイテム $i \in W$ の $ES_i$ の下限値は $j \overset{BB}{\sim} i$ の関係にある各親ワークアイテム $j$ の $ES_j$ と $j \overset{FB}{\sim} i$ の関係にある各親ワークアイテム $j$ の $EF_j$ により決定されることは明らかである. 同じように任意の子ワークアイテム $i \in W$ の $EF_i$ の下限値は $j \overset{FF}{\sim} i$ の関係にある各親ワークアイテム $j$ の $EF_j$ と $j \overset{BF}{\sim} i$ の関係にある各親ワークアイテム $j$ の $ES_j$ により決定できる.

そこで $N(W,R)$ の任意の子ワークアイテム $i \in W$ に対する親ワークアイテム $j$ の集合をリレーションシップ $BB$, $FB$, $FF$, $BF$ により(1)式に示すように 4 つの部分集合 $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$ に分割することにする. リレーションシップの性質から $P_k \cap P_l = \phi (k \neq l; k, l = 1, \cdots, 4)$ である.

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{BB}{\sim} i\} \\ P_2 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{FB}{\sim} i\} \\ P_3 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{FF}{\sim} i\} \\ P_4 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{BF}{\sim} i\} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

さらに, ワークアイテム $i$ および親ワークアイテム $j$ とワークアイテム $i$ 間のリレーションシップ $r \in R$ 上で与えられるそれぞれの任意の所要時間を $d_i$, $\eta_{ji}$ とする. このとき, $N(W,R)$ の任意の子ワークアイテム $i \in W$ の $ES_i$, $EF_i$ のそれぞれの下限値はつぎに示す定義 2 によって与えられ得る.

**定義 2** 各ワークアイテム $i \in W$ に対する $MINES_i$ と $MINEF_i$ はつぎのように与えられる.

(i) $P_1 \cup P_2 \neq \phi$ のとき,

$$MINES_i = \mathrm{Max}\{\mathop{\mathrm{Max}}_{j \in P_1}\{ES_j + \eta_{ji}\}, \mathop{\mathrm{Max}}_{j \in P_2}\{EF_j + \eta_{ji}\}\} \quad (2)$$

(ii) $P_3 \cup P_4 \neq \phi$ のとき,

$$MINEF_i = \mathrm{Max}\{\mathop{\mathrm{Max}}_{j \in P_3}\{EF_j + \eta_{ji}\}, \mathop{\mathrm{Max}}_{j \in P_4}\{ES_j + \eta_{ji}\}\} \quad (3)$$

(iii) $P_1 \cup P_2 = \phi$ のとき,

$$MINES_i = 0 \quad (4)$$

(iv) $P_3 \cup P_4 = \phi$ のとき,

$$MINEF_i = MINES_i + d_i \quad (5)$$

このように $MINES_i$ と $MINEF_i$ はリレーションシップ $BB$, $FB$, $FF$, $BF$ により決定されることがわかる.

そこで, 定義 2 で与えられる $MINES_i$, $MINEF_i$ を利用することにより, $N(W, R)$ の任意の子ワークアイテム $i \in W$ の $ES_i$, $EF_i$ がどのように決定されるかをつぎに示す.

定義 2 より $ES_i \geqq MINES_i$, $EF_i \geqq MINEF_i$ であり, また $EF_i = ES_i + d_i$ で決定されることに着目すればつぎに示す定理 1 が成立する.

**定理 1** $\alpha_i = MINEF_i - MINES_i$, $\beta_i = d_i - \alpha_i$ とすると任意のワークアイテム $i \in W$ に対する $ES_i$, $EF_i$ はつぎのように決定される.

(i) $\alpha_i < d_i$ の場合,

$$ES_i = MINES_i \tag{6}$$

$$EF_i = MINEF_i + \beta_i \tag{7}$$

(ii) $\alpha_i = d_i$ の場合,

$$ES_i = MINES_i \tag{8}$$

$$EF_i = MINEF_i \tag{9}$$

(iii) $\alpha_i > d_i$ の場合,

$$ES_i = MINEF_i - d_i \tag{10}$$

$$EF_i = MINEF_i \tag{11}$$

以上により, ワークアイテム $i \in W$ に対する $ES_i$, $EF_i$ はそれぞれの下限値だけに着目するなら定理1によって決定できることがわかる. それでは, さらにワークアイテム $i \in W$ に対する $ES_i$, $EF_i$ のそれぞれの上限値も考慮に入れた場合, ワークアイテム $i$ の $ES_i$, $EF_i$ はどのように決定されるかをつぎに示すことにしよう.

$ES_i, EF_i$ のそれぞれの上限値を $MAXES_i, MAXEF_i$ とする. $MINES_i$ を決めたと同じように, 定義1で与えたリレーションシップの性質から, $N(W, R)$ の任意の子ワークアイテム $i \in W$ の $ES_i$ の上限値は $j \overset{\text{RBB}}{\sim} i$ の関係にある各親ワークアイテム $j$ の $ES_j$ と $j \overset{\text{RFB}}{\sim} i$ の関係にある各親ワークアイテム $j$ の $EF_j$ により決定できる. 一方, 任意の子ワークアイテム $i \in W$ の $EF_i$ の上限値は $j \overset{\text{RFF}}{\sim} i$ の関係にある親ワークアイテム $j$ の $EF_j$ と $j \overset{\text{RBF}}{\sim} i$ の関係にある各親ワークアイテム $j$ の $ES_j$ により決定される. ワークアイテム $i$ と $RFF$, $RBF$, $RBB$, $RFB$ の関係にあるそれぞれの親ワークアイテムの集合を $P_5$, $P_6$, $P_7$, $P_8$ とするとこれらの集合は(12)式のように示すことができる.

$$\left.\begin{aligned} P_5 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{\text{RFF}}{\sim} i\} \\ P_6 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{\text{RBF}}{\sim} i\} \\ P_7 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{\text{RBB}}{\sim} i\} \\ P_8 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{\text{RFB}}{\sim} i\} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

$N(W, R)$ の任意の子ワークアイテム $i \in W$ の $ES_i$, $EF_i$ のそれぞれの上限値はつぎの定義3によって与えることができる.

**定義 3** ワークアイテム $i$ および親ワークアイテム $j$ とワークアイテム $i$ 間のリレーションシップ $r \in R$ 上で与えられた任意の所要時間を $d_i$, $\varepsilon_{ji}$ とする. このとき各ワークアイテム $i \in W$ に対する $MAXES_i$ と $MAXEF_i$ はつぎのように与えられる.

(i) $P_7 \cup P_8 \neq \phi$ のとき,

$$MAXES_i = \mathrm{Min}\{\underset{j \in P_8}{\mathrm{Min}}\{EF_j + \varepsilon_{ji}\}, \underset{j \in P_7}{\mathrm{Min}}\{ES_j + \varepsilon_{ji}\}\} \tag{13}$$

(ii) $P_5 \cup P_6 \neq \phi$ のとき,

$$MAXEF_i = \mathrm{Min}\{\underset{j \in P_6}{\mathrm{Min}}\{ES_j + \varepsilon_{ji}\}, \underset{j \in P_5}{\mathrm{Min}}\{EF_j + \varepsilon_{ji}\}\} \tag{14}$$

(iii) $P_7 \cup P_8 = \phi$ のとき,

$$MAXES_i = \infty \tag{15}$$

(iv) $P_5 \cup P_6 = \phi$ のとき,

$$MAXEF_i = MAXES_i + d_i \tag{16}$$

$MAXES_i$, $MAXEF_i$ は $MINES_i$, $MINEF_i$ と逆にリレーションシップ $RFF$, $RBF$, $RBB$, $RFB$ で決定されることがわかる.

そこで, 定義2, 定義3によって与えられる $MINES_i$, $MAXES_i$, $MINEF_i$, $MAXEF_i$ を利用することによって, $N(W, R)$ の任意の子ワークアイテム $i \in W$ の $ES_i$, $EF_i$ がどのように決定されるかを示すことにしよう.

定義3により $ES_i \leqq MAXES_i$, $EF_i \leqq MAXEF_i$ であるので定義2を考慮すると, 任意のワークアイテム $i \in W$ に対する $ES_i$, $EF_i$ の解が存在するためには,

$$MINES_i \leqq ES_i \leqq MAXES_i \tag{17}$$

$$MINEF_i \leqq EF_i \leqq MAXEF_i \tag{18}$$

が成立しなければならない. 定理1と(17)式, (16)式を利用するとつぎの定理2が得られる.

**定理 2** $\gamma_i = MAXEF_i - MINES_i$, $\delta_i = MINEF_i - MAXES_i$, $\zeta_i = MINEF_i - MINES_i$ とすると任意のワークアイテム $i \in W$ に対する $ES_i$, $EF_i$ はつぎのように決定される.

(i) $d_i < \delta_i$ の場合,

$ES_i$, $EF_i$ の解は存在しない.

(ii) $d_i = \delta_i$ の場合,

$$ES_i = MAXES_i \tag{19}$$

$$EF_i = MINEF_i \tag{20}$$

(iii) $\delta_i < d_i < \zeta_i$ の場合,

$$ES_i = MINEF_i - d_i \tag{21}$$

$$EF_i = MINEF_i \tag{22}$$

(iv) $d_i = \zeta_i$ の場合,

$$ES_i = MINES_i \tag{23}$$

$$EF_i = MINEF_i \tag{24}$$

(v) $\zeta_i < d_i < \gamma_i$ の場合,

$$ES_i = MINES_i \tag{25}$$

$$EF_i = MINES_i + d_i \tag{26}$$

(vi) $d_i = \gamma_i$ の場合,

$$ES_i = MINES_i \tag{27}$$

$$EF_i = MAXEF_i \tag{28}$$

（vii）$d_i > \gamma_i$ の場合，

$ES_i$，$EF_i$ の解は存在しない．

定理2は任意のワークアイテム $i \in W$ に対する $ES_i$，$EF_i$ を決定するうえでそれぞれの下限値と上限値を利用していることがわかる．

問題とする $N(W, R)$ において，一般にはリレーションシップとして高々 $\{BB, BF, FB, FF\}$ しか現われない場合が大半であるように思われるこのような場合は $ES_i$，$EF_i$ を決定する前進計算としては定理1を利用すればよいわけである．しかし現実の複雑な事象関係を忠実に表現しようとすれば，どうしてもリレーシップとしてさらに $\{BB, BF, FB, FF\}$ の逆の関係を意味する $\{RBB, RBF, RFB, RFF\}$ をも考慮しないことには不可能なケースがある．このようなケースでは，$ES_i$，$EF_i$ を決定する前進計算としては定理2を利用することになる．

## 4. 後退計算

後退計算は前進計算と双対の関係にある．後退計算は $N(W, R)$ において $i \overset{R}{\sim} j$ の関係にある任意の親ワークアイテム $i \in W$ の $LF_i$，$LS_i$ を決定することである．そのために，前進計算において $ES_i$，$EF_i$ を決定するうえでそれぞれの下限値，上限値を利用したのと同じ論法で，後退計算でも $LS_i$，$LF_i$ を決定するためにそれぞれの上限値と下限値を利用する．

$N(W, R)$ の任意のワークアイテム $i \in W$ の $LF_i$ の下限値と上限値を $MINLF_i$，$MAXLF_i$ とし，$LS_i$ の下限値と上限値をそれぞれ $MINLS_i$，$MAXLF_i$ とする．$MINLF_i$，$MAXLF_i$，$MINLS_i$，$MAXLS_i$ は前進計算における $MINES_i$，$MAXES_i$，$MINEF_i$，$MAXEF_i$ を定義したときと同じやり方でつぎに示す定義4のように与えることができる．定義4は定義2，定義2に対応する．ただし，ワークアイテム $i \in W$ と $BB, FB, FF, BF$，および $RFF, RFB, RBB, RBF$ の関係にあるそれぞれの子ワークアイテムの集合を $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8$ とし，これらは(29)式で与えられるものとする．

$$\left.\begin{aligned}
C_1 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{BB}{\sim} i\} \\
C_2 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{FB}{\sim} i\} \\
C_3 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{FF}{\sim} i\} \\
C_4 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{BF}{\sim} i\} \\
C_5 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{RFF}{\sim} i\} \\
C_6 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{RFB}{\sim} i\} \\
C_7 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{RBB}{\sim} i\} \\
C_8 &= \{j \mid j \in W \text{ かつ } j \overset{RBF}{\sim} i\}
\end{aligned}\right\} \quad (29)$$

ところで，$N(W, R)$ の任意のワークアイテム $i \in W$ に対する $ES_i$，$EF_i$ の決定過程は定理1と定理2で示したが，定義4のもとでそれと双対な定理として以下に示すような定理3，定理4を容易に得ることができる．すなわち，定理3と定理4が $N(W, R)$ における任意のワークアイテム $i \in W$ の $LF_i$，$LS_i$ を決定する後退計算でのルールを与えるものである．

上記のように後退計算は前進計算と同じ論法で展開できるので，それについては以下に簡潔に記すことにする．

**定義 4** 各ワークアイテム $i \in W$ に対する $MINLF_i$，$MAXLF_i$，$MINLS_i$，$MAXLS_i$ はつぎのように与えられる．

（i）$C_1 \cup C_4 \neq \phi$ のとき，

$$MAXLS_i = \mathrm{Min}\{\underset{j \in C_1}{\mathrm{Min}}\{LS_j - \eta_{ij}\}, \underset{j \in C_4}{\mathrm{Min}}\{LF_j - \eta_{ij}\}\} \quad (30)$$

（ii）$C_2 \cup C_3 \neq \phi$ のとき，

$$MAXLF_i = \mathrm{Min}\{\underset{j \in C_3}{\mathrm{Min}}\{LF_j - \eta_{ij}\}, \underset{j \in C_2}{\mathrm{Min}}\{LS_j - \eta_{ij}\}\} \quad (31)$$

（iii）$C_1 \cup C_4 = \phi$ のとき，

$$MAXLS_i = \infty \quad (32)$$

（iv）$C_2 \cup C_3 = \phi$ のとき，

$$MAXLF_i = MAXLS_i - d_i \quad (33)$$

（v）$C_7 \cup C_8 \neq \phi$ のとき，

$$MINLS_i = \mathrm{Max}\{\underset{j \in C_7}{\mathrm{Max}}\{LS_j - \varepsilon_{ij}\}, \underset{j \in C_8}{\mathrm{Max}}\{LF_j - \varepsilon_{ij}\}\} \quad (34)$$

（vi）$C_5 \cup C_6 \neq \phi$ のとき，

$$MINLF_i = \mathrm{Max}\{\underset{j \in C_5}{\mathrm{Max}}\{LF_j - \varepsilon_{ij}\}, \underset{j \in C_6}{\mathrm{Max}}\{LS_j - \varepsilon_{ij}\}\} \quad (35)$$

（vii）$C_7 \cup C_8 = \phi$ のとき，

$$MINLS_i = 0 \quad (36)$$

（viii）$C_5 \cup C_6 = \phi$ のとき，

$$MINLF_i = MINLS_i + d_i \quad (37)$$

**定理 3** $\alpha_i^* = MAXLF_i - MAXLS_i$，$\beta_i^* = d_i - \alpha_i^*$ とすると任意のワークアイテム $i \in W$ に対する $LF_i$，$LS_i$ はつぎのように決定される．

（i）$\alpha_i^* < d_i$ の場合，

$$LF_i = MAXLF_i \quad (38)$$

$$LS_i = MAXLS_i - \beta_i^* \quad (39)$$

（ii）$\alpha_i^* = d_i$ の場合，

$$LF_i = MAXLF_i \quad (40)$$

$$LS_i = MAXLS_i \quad (41)$$

(iii) $\alpha_i{}^* > d_i$ の場合，

$$LF_i = MAXLS_i + d_i \quad (42)$$

$$LS_i = MAXLS_i \quad (43)$$

**定理 4** $\gamma_i{}^* = MAXLF_i - MINLS_i$, $\delta_i{}^* = MINLF_i - MAXLS_i$, $\zeta_i{}^* = MAXLF_i - MAXLS_i$ とすると任意のワークアイテム $i \in W$ に対する $LF_i$, $LS_i$ はつぎのように決定される．

(i) $d_i < \delta_i{}^*$ の場合，

$LF_i$, $LS_i$ の解は存在しない．

(ii) $d_i = \delta_i{}^*$ の場合，

$$LF_i = MINLF_i \quad (44)$$

$$LS_i = MAXLS_i \quad (45)$$

(iii) $\delta_i{}^* < d_i < \zeta_i{}^*$ の場合，

$$LF_i = MAXLS_i + d_i \quad (46)$$

$$LS_i = MAXLS_i \quad (47)$$

(iv) $d_i = \zeta_i{}^*$ の場合，

$$LF_i = MAXLF_i \quad (48)$$

$$LS_i = MAXLS_i \quad (49)$$

(v) $\zeta_i{}^* < d_i < \gamma_i{}^*$ の場合，

$$LF_i = MAXLF_i \quad (50)$$

$$LS_i = MAXLF_i - d_i \quad (51)$$

(vi) $d_i = \gamma_i{}^*$ の場合，

$$LF_i = MAXLF_i \quad (52)$$

$$LS_i = MINLS_i \quad (53)$$

(vii) $d_i > \gamma_i{}^*$ の場合，

$LF_i$, $LS_i$ の解は存在しない．

## 5. 例題

これまでに論述してきた新しい PERT 手法にもとづく簡単な一例をここで示してみることにしよう．ここで示す $N(W,R)$ は図 1 に示すように，$W$ は 6 個のワークアイテムからなり，$R$ の構成要素は $\{BB, BF, FB, FF\}$ であるとする．ただし，図 1 で各ワークアイテム，各リレーションシップのそれぞれの所要時間は括弧内の数字で示した．また，$N(W,R)$ の開始時間は零とした．

図 1 の $N(W,R)$ はリレーションシップが $\{BB, BF, FB, FF\}$ で構成されているので，$N(W,R)$ の任意のワークアイテム $w_i \in W(i=1,2,\cdots,6)$ の $ES_i$, $EF_i$ は定理 1, $LS_i$, $LF_i$ は定理 3 によってそれぞれ決定され得る．

$N(W,R)$ の $ES_i$, $LS_i$, $EF_i$, $LF_i$ の計算結果は表 1 に示す通りである．

## 6. おわりに

これまでに述べてきたこの新しい PERT 手法は冒頭でも触れたように古典的な PERT 手法を完全に包含する新しいアルゴリズムである．

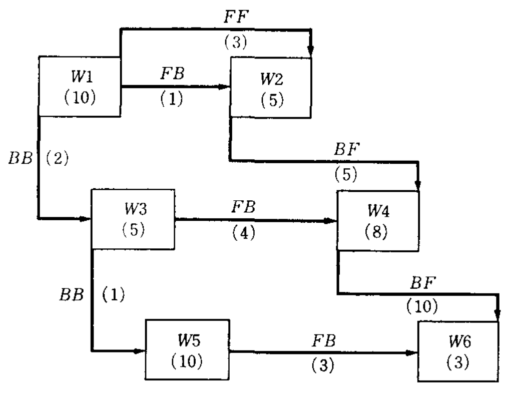



**図 1** $N(W,R)$ の構造

対象とする $N(W,R)$ のリレーション集合 $R$ の要素が高々 $\{BB, BF, FB, FF\}$ に限定されている場合は，任意のワークアイテム $i \in W$ の $ES_i$, $EF_i$ を決定する前進計算のルールは定理 1 を，$LF_i$, $LS_i$ を決定する後退計算のルールは定理 3 に従えばよい．一方，$N(W,R)$ の $R$ の要素が $\{BB, BF, FB, FF\}$ とさらに $\{RBB, RBF, RFB, RFF\}$ で構成される複雑なケースでは前進計算のルールとしては定理 2，後退計算のルールとしては定理 4 をそっくり利用すればよい．

ところで，この新しい PERT 手法にもとづく PERT プログラムを電子計算機で実現することを考えてみた場合，定理 1，定理 2，定理 3，定理 4 に見るように，プログラミングに関する技術上の難しい問題点はほとんどないと言えそうである．

## 参考文献


[1] Thomas L. Suaty and Robert G. Busacher ; Finite Graphs and Networks, McCraw-Hill 1965.


**表 1** $N(W,R)$ の計算結果

| ワークアイテム | 所要時間 | $ES_i$ | $LS_i$ | $EF_i$ | $LF_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $W1$ | 10 | 0 | 0 | 10 | 10 |
| $W2$ | 5 | 11 | 14 | 16 | 19 |
| $W3$ | 5 | 2 | 2 | 7 | 7 |
| $W4$ | 8 | 11 | 11 | 19 | 19 |
| $W5$ | 10 | 3 | 5 | 13 | 15 |
| $W6$ | 3 | 18 | 18 | 21 | 21 |