

## 論文紹介

### 数理計画

#### M30 多項式方程式系のすべての解を求める手法

C. B. Garcia & W. I. Zangwill. 159-176.

*Mathematical Programming*. 16, 2, 1979.

非線形方程式系

$$g_i(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad (1 \leq i \leq n)$$

のすべての解を計算することは非常にむずかしいが、重要な問題である。もし、これが可能になったとすると、たとえば、 $n$ 次元ユークリッド空間で定義されたためらかな実数値関数  $f$  の最大値(あるいは最小値)を求めることができる。非線形方程式系

$$\frac{\partial f(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i} = 0 \quad (1 \leq i \leq n)$$

のすべての解を求めてそのなかから最大値(あるいは最小値)を拾いだせばよい。ここ1~2年の間に、不動点と相補性の理論の分野で多項式方程式系( $g_i$ が各変数  $x_j$  の多項式である場合、たとえば、 $4x_1^3 + 2x_1x_2^2 - x_2 + 6$  等)のすべての解を求める手法に関する研究がいくつか発表されている。いずれも“既知な解をもつ補助方程式系を人工的に作り、それを解を求めたい方程式系に連続的に変形し、その過程でできる解の軌跡を追いかける”という連続変形法の考え方にもとづいている。この種の手法を多項式方程式系に応用したものとしては、F. J. Drexler による“A homotopy method for the calculation of all zeros of zero dimensional polynomial ideals (in: Continuation Methods, ed. by H. Wacker, Academic Press, 1978)が最初であるが、基本的な考え方を理解するにはこの論文のほうが適している。実際、一部分を除けば不動点アルゴリズムを専門としない人にもわかりやすいように書かれている。最後の節ではアルゴリズムを提案しているが、計算実験はなされていない。アルゴリズムを実用化するにはまだいくつか解決しなければならない点が残っているように思う。(小島政和)

#### M31 整数計画問題に対する効果的な群カット

D. E. Bell. 176-183.

*Mathematical Programming* 17, 1979.

整数計画問題

(1)  $\min. cx,$

s. t.  $Ax=b, x \geq 0$  整数

に対して、制約  $Ax=b$  を緩和した群方程式

$$\bar{A}x \equiv \bar{b} \pmod{r}$$

を付け加え、

(2)  $L(u) = \min. cx + u(Ax - b),$

s. t.  $\bar{A}x \equiv \bar{b} \pmod{r}, x \geq 0$  整数

とし、

(3)  $L^* = \max. L(u)$

と定義する。(3)の最適解  $u^*$  に対応した  $x$  の集合

$$X^* = \{x^i | L^* = cx^i + u^*(Ax^i - b)\}$$

に属し、 $Ax=b$  を満たす  $x^i$  は(1)の最適解となる。 $X^*$  の中にそのような  $x$  が存在しない場合は、 $X^*$  を(2)から排除するために群方程式を付け加える必要があるが、その際群の位数の増加をできるだけ抑えることが望まれる。

本論文では基本的につぎのような追加群方程式の作り方を提案している： $S$  をその第  $i$  列が  $Ax^i - b$  である  $m \times m$  正則行列とし(この  $S$  とほぼ同じものが Fisher-Shapiro の主双対上昇法によって(3)を解く際に得られる)。

$$v = (\det S) \cdot 1^T S^{-1}$$

とすると、 $i=1, 2, \dots, m$  について、

$$v(Ax^i - b) = \det S$$

となる。したがって  $p$  を  $\det S$  を割り切らない整数とすると、

$$v(Ax^i - b) \equiv 0 \pmod{p}$$

は(1)の実行可能解は満たすが、 $x^1, x^2, \dots, x^m$  のいずれもが満たさない群方程式(妥当な群カット)となる。この方法によれば  $\det S$  が360360(2~13の最小公倍数)未満であれば  $p$  は13以下で十分である。(山本芳嗣)

### ソフトサイエンス

#### S45 効率的都市規模の間接的検証

A. M. J. Yezer & R. S. Goldfarb. 46-65.

*Journal of Urban Economics*, 5, 1978.

この論文は、集積の経済が存在し、かつ混雑などの外部効果が発生しているような地域を複数考え、それらの地域間での労働力の効率的配分を実現するための必要条件を示し、それを実証化することを目的としている。

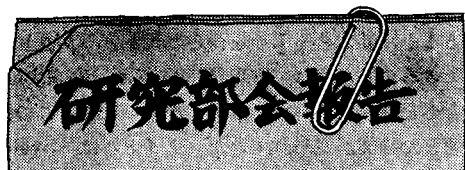
ここでいう効率的配分とは、地域の享受する集積の経済を、混雑現象によって外部効果が発生している地域に労働力を引きつけておくための「補償」的配分との比較で議論される概念である。

そこで、比較が可能ないように、都市の集積の経済と外部不経済を比較する実測尺度を提示する。つぎに、市場原理で成立する現実の都市規模の分布状態が効率的か否かを判定するモデルを作成する。このモデルでは、労働などの、生産要素市場の移動が完全に自由と仮定する。

そして集積効果をおり込んだ生産関数から家計支出を差し引いた純便益を労働力数について偏微分して求めた数値を効率性の尺度と名づけ、それを実証化している。

このモデルによる実証分析から、アメリカでは、150万から250万の都市規模では、都市の効率性が達成されないため、この規模から都市を拡大させるか、あるいは縮小させる政策が望まれることになるという。

しかし、著者も述べているように、輸送問題を組入れることや、集積の経済について産業を分割したモデル化の方向がのぞまれる。それから、分析のフレームと実証の際のフレームの対応づけがしっくりしていないところは今後の改善の余地を示唆している。しかし、単純な大都市反対論に対する反例のあり方を示したひとつの有力な論文といえる。(細野助博)



## ●数理計画●

7月例会 7月5日(木)、電力中央研究所

“Linear Programming and Combinatorics”

V. Chvátal (McGill University, CANADA)

カナダから Combinatorics の分野で世界的に有名な Chvátal 教授が来日され、連日あちこちの大学での Lecture あるいは IFIP の会議への出席等の多忙な中で、当研究部会に対しても10数名の参加者を前に例の“エネルギーギッシュ(?)な精神と肉体”をいかんなく発揮された。話題は組合せ論的な問題と線形計画法との関係ということで、いろいろな組合せ問題に対して、これまでに得られている結果を線形計画法(あるいは整数計画法)を適用することによって説明し、同様の結果を得ようとするものであった。ここで紹介された組合せ問題とその結果のうちのいくつかを掲げておこう。

(1) 集合  $T$  の部分集合  $S_1, S_2, \dots, S_m$  に対して、 $|S_i| = k$ ,  $S_i \cap S_j = \emptyset$ ,  $\forall i, j$  である場合、最大の  $m$  は  $m = C(n, \lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$  で与えられる (Sperner, 1928)。また  $|S_i| = k$ ,  $S_i \cap S_j = \emptyset$ ,  $\forall i, j$  である場合、最大の  $m$  は  $m = C(n-1, k-1)$  で与えられる (Erdős, Rado, 1930's)。

(2) ダイヤモンドゲーム板上に菱形(ダイヤモンド)のユニットを相互に頂点を共有しないように並べる時、ダイヤモンドのユニットの個数の最大値を求める問題。

(3)  $|T_i| = t$ ,  $\forall i$ , なる集合族  $\{T_i, i=1, 2, \dots, n\}$  に対して、 $|T_i \cap T_j|$  が一定(弱 $\Delta$ 系),  $T_i \cap T_j$  が一定(強 $\Delta$ 系)を定義すると、 $n > t^2 + t + 1$  ならばすべての弱 $\Delta$ 系は強 $\Delta$ 系となる (Erdős, Lovász)。また  $|T_i| = 2k$ ,  $|T_i \cap T_j| = k$ ,  $\forall i, j$ ,  $n > k^2 + k + 1$  すると、 $\{T_i\}$  は強 $\Delta$ 系となる (Deza, 1973)。

## ●都市計画と交通●

●第24回 9月19日(水)“米国のDPM計画”報告者：金田耕二氏(新日鉄) 出席：11人。

去る7月訪米調査団に加わって新交通システムやモールなどの実情を見てきた中から、とくに、数年前から米国内政府が推進してきたDPM(Downtown People Mover)計画が紹介された。同計画では全米で4つの都市が選定されているが、今回訪問した Los Angeles と St. Paul\* の状況を中心に話が合った。(注\* 同市はその後辞退し、代わりに Miami が選ばれた。)日本の新交通助成策と比較して政府の力の入れ方の違いが感じられた。

●第25回 10月17日(水)“自動車はエネルギー多消費か”全員で討議。出席：8人。

「週刊東洋経済」9月1日号に掲載された香月祥太郎氏(三井情報開発)の同名の論文(委託研究報告の紹介)を中心に、本題について討議した。(なお同誌9月15日号の角本良平氏のコメントも参照した。)香月氏の提案するエネルギー消費効率指標は新しい試みであり、自動車はやめて鉄道へという直線的議論に対して自動車の役割を正しく評価すべく、従来定性的にしか述べられなかった項目などをできるだけ取り入れて新たな視野を開くものである。しかしそもそも問題をエネルギー制約のもとでの最適配分としてとらえないと、現状の交通分担を肯定するだけの分析結果に終りやすく、政策の方向を出しにくいのではないかと、などの意見が出た。

## ●実施理論研究部会●

●10月例会 10月13日(日土), 15:00~17:00, 出席者15名

Schultz & Slevin(1975)の第7章, Implementation and Organizational Validity: An Empirical Investigation について、山田委員の担当で講義会を行なった。本章では、実施問題についての理論的研究に比して実証的研究が僅少であるとの指摘があり、モデルの見込利用者の態度調査にもとづく研究がなされている。この結果、モデルの利用見込は、モデルの認知された価値で説明され、この価値は、見込利用者のモデルに関する態度で説明されると論じられている。