論文紹介

ソフトサイエンス

S44　産業・家計2部門モデルによる，混雑，公害を伴う都市の空間構造の分析

O. Hochman. 198-218.

Journal of Urban Economics. **5**, 1978.

CBD（中心業務地区）とリング状の居住地区から成る同心円静学都市モデルを用い，交通・環境問題を含めて都市経済を分析する試みである．

論文の内容は2つにまとめられる．第1に，混雑または公害の発生している都市では，産業と家計の剰余所得の合計額を極大化するパレート最適な解と市場メカニズムによる均衡解とは必ずしも一致しないことが証明され，両者のCBDサイズ，都市サイズ，地代構造の違いを図解している．そこで，パレート最適を実現するためには，CBD内土地利用者に対する補助金交付，公害税徴収といった，都市レベルでの政府の干渉が必要であると主張する．その際，その適切な額を理論的に提示している．第2に，CBDが公害を発生している場合，都心から郊外へたどると，一部の地域で人口密度の上昇の一方で地代が低下するというユニークな現象が理論的に観察されている．（佐藤正人）

数理計画

M28　整数計画法の収束双対理論

Bell, D. E. & Shapiro, J. F., 419-434.

Operations Research, **25**, 3, 1977.

$m\times n$ 整数行列 $A=(a_1, a_2, \cdots, a_n)$ と m 次元整数ベクトル b をもつ0，1整数計画問題

$$(P)\quad \min\left\{cx \,\middle|\, \begin{array}{l} Ax=b, \\ x_j=0 \text{ or } 1 \quad j=1,2,\cdots,n \end{array}\right\}$$

に対して，有限加群 G_0 と m 次元整数ベクトルの作る加群から G_0 への準同型写像 g_0 を与えて，

$$\alpha_j=g_0(a_j)\quad j=1,2,\cdots,n,$$
$$\beta=g_0(b),$$

とし，

$$X_0=\left\{x \,\middle|\, \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{n}\alpha_j x_j=\beta, \\ x_j=0 \text{ or } 1 \quad j=1,2,\cdots,n \end{array}\right\}$$

として，この双対問題を，

$$(D_0)\quad \max\left\{L(u) \,\middle|\, \begin{array}{l} L(u)=ub+\min\{(c-uA)x \mid \\ x\in X_0\}, u\in R^m \end{array}\right\}$$

と定義する．D_0 を解く算法はすでにいくつか提案されており，D_0 の最適解 $u_0{}^*$ に対して $\min(c-u_0{}^*A)x$ を達成している x の集合 $X_0(u_0{}^*)$ の中に $Ax=b$ を満たす x が存在すればそれが P の最適解となることがわかる．しかし，一般にはそのような x の存在は保証されない．

この論文ではこの場合の G_0 を含む有限加群 G_1 と準同型写像 g_1 の構成法を提案し，$X_0(u_0{}^*)$ の複数個の x を X_1 から排除できることを示している．したがってこのようにつぎつぎと双対問題 $D_0, D_1, D_2, \cdots\cdots$ を作ると，X_0 の有限性より有限回で双対問題を解くことによって P を解くことができることがわかる．なお以上の議論は有界な整数計画問題にもそのまま適用できることが断わられている．（山本芳嗣）

M29　幅（Width）—長（Length）不等式について

A. Lehman. 245-259.

Mathematical Programming 16, 1979.

まず最初に，編者のノートとして，この論文は1963年に書かれたものであるが，D. R. Fulkerson の特集としての Mathematical Programming Study 8 に掲載されるはずであったこと，そしてまたその後の Fulkerson をはじめとする多くの研究に及ぼす影響からみても歴史的に重要な業績であることから今回掲載することになったという経緯が述べられる．

ここでは有限の連結グラフにおいて，2頂点を指定した場合に，それらを結ぶ径路のうちの最小の弧数（グラフの長さ（length））とそれらのカットのうちの最小の弧数（グラフの幅（width））との積が，そのグラフの弧数の合計を越えないという関係に関する問題が論じられ，その行列表示による一般化あるいは組合せ論的な特性化が述べられる．まず0－1行列 M に対して，その部分小行列を用いて W—L 行列を定義する．非負実数要素を有する行ベクトル ℓ，列ベクトル w（サイズはいずれも M の行数）を用いて，

$$(\min_p \ell p)\ (\min_c cw) \leqq \ell w$$

なる形の幅－長不等式（Fulkerson が min-min 不等式と称したものに対応する）を定義し，また M に対して ℓ を用いてカット特性，さらには w を用いて，

$$\max_s es=\min_c cw$$

の形の最大フロー最小カット等式を定義する．そこで，これらの4特性が等価であることが定理として掲げられる．さらにはこれらの特性化とその相互関連に加えて，この問題の電気回路論，キルヒホフの法則との関連についても論じられている．（大山達雄）