債券売却のOR的アプローチ

山　崎　淳　一

近時，都市銀行の証券業務は拡大の一途をたどっており，その運営についてもプロの勘ともいうべき従来のノウハウを，科学的な手法で補強しようとの動きが盛んである．以下の拙稿は証券業務の中心である債券運用をOR的にアプローチした一例を紹介するものである．

1.　社会的背景

1.1　国債発行増と都市銀行

オイルショック後の49～50年頃より，わが国の国家予算は税収の伸びの鈍化と，社会保障関係費，公共事業関係費，地方財政関係費等の急増から，恒常的に国債発行を要する体質に変化している（表1）．

このように多量に発行される国債の吸収システムは図1のようになっており，発行額の一定割合が都銀各行へ流入することとなっている．

国債引き受けは各行とも年間数千億円にのぼるわけであるが，このように多額の国債をすべて保有していては，預金と貸金の伸び具合から見て本来の業務である貸金業務へ回すべき資金が食われてしまう．また，債券市場の動向によっては多額の含み損を抱え込んでしまう危険もある．コールマネー等の外部資金を大量に導入して保有を続けることにも問題がある．以上の理由から都銀各行は毎期相当量の債券を市中売却せざるを得ない．

やまざき・じゅんいち　住友銀行

表 1　国債発行高推移

（単位：兆円）

48年度	49年度	50年度	51年度	52年度	53年度
1.8	2.2	5.4	7.0	9.6	11.0

このとき，新規に引き受けた国債は1年間は保有することが義務づけられているので現有債券のポートフォリオ中から売却可能な銘柄をなんらかの基準で選出する必要が生じている．

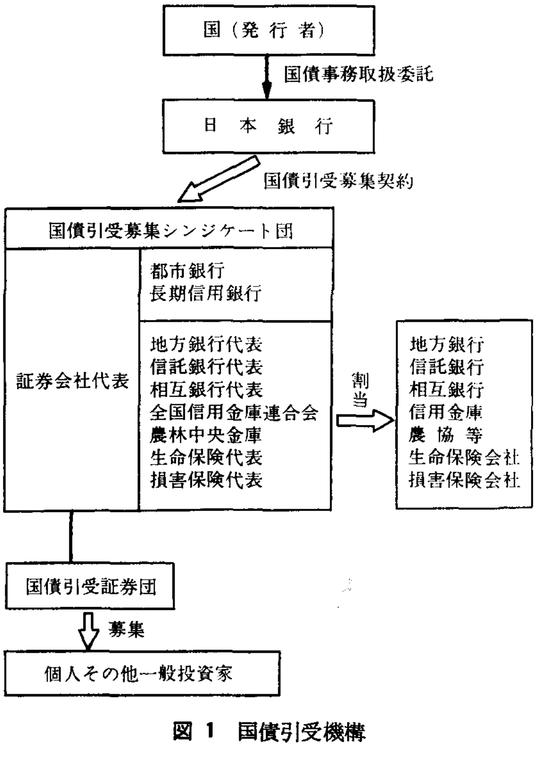

図 1　国債引受機構

表 2　都銀の有価証券運用状況（53/9期）

	第一勧銀	富　士	三　菱	住　友	三　和
有価証券保有残高（同貸出金）	1.7兆円（8.4 〃）	1.7兆円（6.9 〃）	1.6兆円（6.7 〃）	1.6兆円（6.8 〃）	1.5兆円（6.7 〃）
有価証券利息配当金（経常収益計）	614億円（3625 〃）	608億円（3273 〃）	572億円（3126 〃）	565億円（3067 〃）	551億円（3114 〃）

（注）データソースは53年9月期有価証券報告書.

表 3　財政収支試算（大蔵省作成）

	53年度	57年度	60年度	65年度
予算規模	34.3兆円	53.4兆円	72.2兆円	—
国債発行額	11.0 〃	15.4 〃	13.1 〃	—
国債要償還額	0 〃	4.8 〃	12.5 〃	27.2兆円

1.2　証券業務の重要性

上述のような理由から，都市銀行における債券運用業務はますます重要度を増してきている．各行別の保有債券残高および証券部門の利息配当金収入は表2のようで，業容，収益とも本来業務である貸金業務と比べても相当の水準に達している．

1.3　問題の永続性

このような財政の国債依存は一過性のものではなく，ある程度の景気維持のためには今後とも必要との見方が支配的である．54年2月に大蔵省が発表した財政収支試算でも，既発国債の借り替え，同支払利息，等を中心に資金需要は根強く，60年度の国債発行額は13兆円（53年度11兆円）見当になると見込まれている．

これから，都銀の国債引き受け額はここ当分高水準に推移するとみられ，相当額の債券を売却し続けざるを得ない状況もかなりの期間続くと思われる．

2.　OR的問題の提起

このように毎期相当額の債券を売却する必要があるわけであるが，債券運用担当者は自行の保有する数千の売却可能銘柄の中から，具体的にどの銘柄とどの銘柄を売却するかを決定せねばならない．このときの基準をOR的に算出しようというのが以下のアプローチである．以下順次説明すると；

2.1　債券売買取引の特異性

債券売却は証券会社が売り手，買い手のオファーを仲介する売買市場を通じて行なわれ，つぎのような独特な面をもっている．

2.1.1　取引ロットが大

法人筋の債券売買は数億円から100億円の単位が普通である．

2.1.2　市況性が大

債券市況は一般的な金利水準で変動するのみならず，売り手，買い手の資金繰事情，思惑，などにより刻々変化する．

2.1.3　迅速な意志決定が必要

債券の売買契約は実質，仲介人である証券会社からの引き合い電話に答える形で成立する．買い手よりのオファーがあると証券会社は売り手となる可能性のある金融機関，法人，等に一斉に打診する．このため有利な引き合いの場合は数分の躊躇で取引不成立となってしまう．売却単価，時期等につき，どういう場合にはオファーを受けるかという方針を事前に確立しておくことが重要な所以である．

2.1.4　一取引の影響が大

1つの売却取引はロットが大きいこともあり，常に長期にわたりキャッシュフローおよび債券の含み損益に影響を与える．これについては米サロモン・ブラザーズ社が開発した，有名な債券ポートフォリオの図示方法の例を見れば容易に実感が得られるものと思う．

2.2　債券に係る収入・支出

債券運用分析において損益に影響を与えるファクターとしては以下のものがある．

2.2.1　資金コスト

債券を保有しているということは，なんらかの形で簿価相当分の資金を調達していることとな

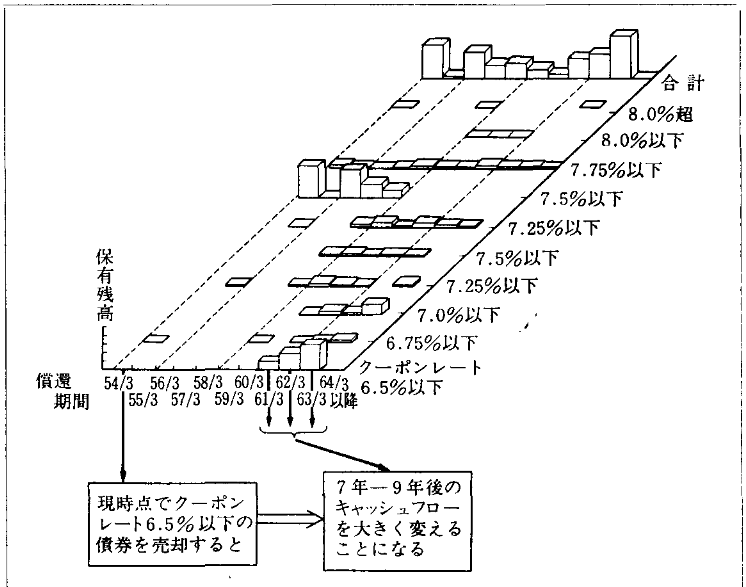

図 2 債券ポートフォリオの図示（架空例）

る．このコストは一般に外部借入資金の利息，貸付金利回り等がこれに該当すると考えられる．

2.2.2 利ざや損益

現在流通している債券のほとんどは利付債券とよばれるもので年2回額面100円に対して表示されている利息（クーポン）が支払われる．これから上記の資金コストを差し引いたものが利ざや損益とよばれる．

2.2.3 償還損益

債券を期日まで保有していると額面金額が償還されることとなる．一方引き受け，または市中で購入する場合は額面より低い価格（または稀に高い価格）で入手するのが普通であるから，償還される金額と簿価に差が生じることとなる．これを償還損益とよぶ．

2.2.4 売却損益

債券を期日まで保有せず，中途で売却した場合はその時の市価と簿価の差が売却損益となる．債券価格は利回りによって決まるが，今が平均的にみて低金利か高金利か，公定歩合はいつ頃変化するか，等を検討することにより，特定債券の価格推移はある程度予測できるものである．

2.3 OR的アプローチ

以上のような実務環境と収益ファクターを与えられ，どのような基準を設けて債券を売却していくのが収益最大の観点からベストかということになる．すなわち，債券は保有していればクーポン収入があり，これから保有に要する資金コストを差し引いた利ざや損益が手許に残る．一方ある時期に債券を売却するとその期には相当額の売却利益を発生させられるものの，それ以降の利ざや損益はとだえてしまう．またおのおのの場合で再投資利息の発生額も異なってくる．それら収入・支出の兼ね合いをコンピュータを用いて検討したものが以下のモデルである．

3. 単一銘柄の売却時期検討モデル

ある銘柄を売却するものとしてどの時期が最適売却期かを求める．以下のように外生変数を定義する．

t＝時間変数，ここでは決算期ベース

Q＝クーポンレート（%ベースを小数に直して表示）

B＝当該債券の簿価単価

$C(t)=t$ 期における資金コスト，投入資金（簿価）1円当りの期中発生利息で表示

$p(t)=t$ 期における当該債券の市場単価

s＝償還期

b＝売却期

これから $t=b$ のとき債券を売却するものとした場合の t 期における単位投資資金量当り（簿価1円当り）の利ざや損益 $R(b,t)$ は，

$$(1)\quad R(b,t)=\begin{cases} t<b \text{ のとき } Q\cdot(100/B)-C(t) \\ t\geq b \text{ のとき } 0 \end{cases}$$

となる．

現時点から満期までの検討をしている故，1≦

$t \leqq s$, $1 \leqq b \leqq s$ との前提である．同様に t 期における売却損益 $BP(b,t)$ は，

$$(2)\quad BP(b,t)=\begin{cases} b<s \text{ かつ } t=b \text{ のとき} \\ \quad (p(t)-B)/B \\ (b<s \text{ かつ } t\neq b \text{ かつ } t\neq s) \\ \text{または}(b=s \text{ かつ } t\neq b)\text{のとき} \\ \quad 0 \\ t=s \text{ のとき} \\ \quad (100-B)/B \end{cases}$$

ここで $t=s$ のとき $BP(b,t)=(100-B)/B$ としているのは償還期まで債券を保有した場合の償還差益を売却損益の特殊な場合として扱っているためである（$b=s$ は満期まで保有の意）．(1)(2)より t 期初における単位投資額当り再投資対象資金量 $F(b,t)$ は，

$$(3)\quad F(b,t)=\begin{cases} t=1 \text{ のとき} \quad 0 \\ t>1 \text{ のとき} \\ \quad F(b,t-1)+R(b,\ t-1)+ \\ \quad BP(b,t-1) \\ \quad +C(t-1)\cdot F(b,t-1) \end{cases}$$

債券は外部借入資金を充当して保有しており，再投資はこれを返済する形で行なうものとすると，t 期中に発生する再投資利息 $I(b,t)$は，

$$(4)\quad I(b,t)=C(t)\cdot F(b,t)$$

(注) $F(b,t)$の定義の中にはすでに再投資は外部借入資金を返済する形で行なわれるとの前提が入っている．

以上から $t=b$ のとき売却するとした場合，$1 \leqq t \leqq s$ の期間中における，単位投資額当りの発生損益合計 $TP(b)$は(5)のようになる．

$$(5)\quad TP(b)=\sum_{t=1}^{s}\{R(b,t)+BP(b,t)+I(b,t)\}$$

これで売却期 b を与えられて，単位投資額当り（簿価1円当り）の満期該当期までに実現する総合利益を算出する関数が定義された．これから最適売却時期 $\bar{b}$ は，

$$(6)\quad TP(\bar{b})=\max_{1\leq b\leq s} TP(b) \text{となるよう定める．}$$

以上のプロセスを実務に即して説明する．現時点から満期までの市場価格および資金コストを想定し，売却時期を今期から償還期までに定めたすべてのケースにつき，満期時期までの総合利益を計算する．この中で総合利益最大となるものを最適売却期と定めるということである．

4. 売却銘柄選定モデル

われわれの最終目的は今期どの銘柄を売却すべきかを決める基準を求めることである．これは前記の単一銘柄についてのモデルの考え方を拡大して行なう．今，売却候補として $1,2,\cdots,i,\cdots,n$ の n 銘柄があるとする．現時点からこれらの債券の満期時期中，最も先のもの k までの期間を検討期間とする．前項のモデルに即して言えば $1\leq t\leq k$ と t の定義域を決めることとなる．ここで t は $t>s$ ともなりうる．また前モデルと同様 $b=s$ は債券を満期まで保有することを意味する．複数銘柄を検討するため前項3のモデルを拡張しおのおのの変数を以下のように定義し直す．

t＝時間変数
$Q(i)$＝債券 i のクーポンレート
$B(i)$＝　〃　簿価単価
$C(t)$＝t 期における資金コスト
$P(i,t)$＝t 期における債券 i
$s(i)$＝債券 i の償還期
$b(i)$＝　〃　売却期

前モデルと同様に売却期を $b(i)$ とした場合の債券 i の t 期中の利ざや損益 $R(i,b,t)$ は，

$$(1)'\quad R(i,b(i),t)\begin{cases} t<b(i)\text{のとき} \\ \quad Q(i)\ (100/B(i))-C(t) \\ t\geq b(i)\text{のとき} \\ \quad 0 \end{cases}$$

ここで $k=\max_{1\leq i\leq n} s(i)$ 故，前モデルと違い $1\leqq t\leqq k$ であって，必ずしも $1\leq t\leq s(i)$ ではない．ただし $b(i)$は $1\leqq b(i)\leqq s(i)$．t 期における債券 i の売却損益 $BP(i,b(i),t)$は，

$$(2)'\quad BP(i,b(i),t)=\begin{cases} b(i)<s(i) \text{ かつ } t=b(i) \\ \text{のとき} \\ \quad (P(i,t)-B(i))/B(i) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (b(i)<s(i) \text{ かつ } t\neq b(i) \\ \text{かつ } t\neq s(i))\text{ または} \\ (b(i)=s(i) \text{ かつ } t\neq b(i)) \\ \text{のとき} \\ \qquad 0 \\ t=s(i)\text{ のとき} \\ \qquad (100-B(i))/B(i) \end{cases}$$

(1)′ (2)′ より t 期初における，債券 i に係る単位投資額当り再投資対象資金量 $F(i,b(i),t)$ は，

$$(3)' \quad F(i,b(i),t)=\begin{cases} t=1 \text{ のとき} \quad 0 \\ t>1 \text{ のとき} \\ \quad F(i,b(i),t-1) \\ +R(i,b(i),t-1) \\ +BP(i,b(i),t-1) \\ +C(t-1)\cdot F(i,b(i),t-1) \end{cases}$$

同様に再投資利息 $I(i,b(i),t)$ は，

$$(4)' \quad I(i,b(i),t)=C(t)\cdot F(i,b(i),t)$$

ここで $t>s(i)$ のときは (1)′(2)′ より $b(i)$ の値にかかわらず $R(i,b(i),t)=0$，$BP(i,b(i),t)=0$ となる．すなわち，償還期限後は利ざや損益も売却損益（償還損益）も発生せず，それまでにプールされた資金の再投資利息のみが発生する．

以上から $t=b(i)$ のとき債券 i を売却するとした場合 $1\leqq t\leqq k$ の期間中における，単位投資額当りの債券 i に係る発生損益合計 $TP(i,b(i))$ は，

$$(5)' \quad TP(i,b(i))=\sum_{t=1}^{k}\{R(i,b(i),t) +BP(i,b(i),t)+I(i,b(i),t)\}$$

これから債券 i の最適売却時期 $\bar{b}(i)$ は，

$$(6)' \quad TP(i,\bar{b}(i))=\max_{1\leq b(i)\leq s(i)} TP(i,b(i))$$ となるよう定める．

これですべての債券 $1,\cdots,i,\cdots,n$ につき，

$TP(i,\bar{b}(i))$ が求められる．

債券 i を当期（$t=1$ のとき）売却すると仮定すると最適売却期に売却した場合と比べて下記の金額の機会損失 $L(i)$ が発生することとなる．

$$(7) \quad L(i)=TP(i,\bar{b}(i))-TP(i,1)$$

この $L(i)$ の小さい順に売却優先順位をつけ，上位のものから売却を考慮していくことにより，当期売却により失なう機会損失を最小にすることが可能となる．（ここで当期がたまたま最適売却期であれば（$\bar{b}(i)=1$ のとき）$L(i)=0$ となる．）

5. 実務への応用

以上のモデルは純粋に収益面のみを考慮したものである．実際には決算数字を平準化するため所与の売却利益を実現することが必要となる．また市場価格の予想もかなりラフなものとなる．したがって市場価格の予想を複数立てて計算し，結果の食い違いを見る等の配慮も必要であろう．

参考文献

［1］ J. Fred Weston and Eugene F. Brigham: *Managerial Finance*. Holt, Rinehart and Winston Co., 1969.

［2］ D. E. Peterson, A Quantitative Framework for Financial Management, Richard D. Irwin, Inc., 1969.

［3］ 赤司正記：債券投資の知識，日本経済新聞社，1978.

［4］ 野村総合研究所：公社債総覧，1977.

ミニミニOR

右折車線のインベントリ

このごろは道路の幅が広くなり，いくつも車線があるから，馴れたコースでないとどこを走ったらよいかオタオタしてしまう．右折でも2車線ある場合があるが，このときみなさんならどちらの車線を選ぶか．右折2車線の場合は左側の車線のほうが交叉点内では遠まわりとなる．したがって交叉点内でのインベントリは左側のほうが大きいので，1回の青信号で通過する車輛の数は左側のほうが多い．（右側通行の場合はその逆．）正解は左側の車線となる．混雑した市街地ではスピードを出すのは無意味．OR的に走行すれば，順法運転をしても決して他車に遅れをとることはない．（小野勝章）