

# ゲーム理論とOR

A これからゲーム理論とORというテーマでORサロンを始めます。まず、ゲーム理論とORの関連、そしてゲーム理論がORとして役立つかという問題があると思います。ご存知のようにORは第二次大戦の作戦研究から発達してきて、端的に言えば、敵がいて、そのもとの最適戦略の発見という問題意識があった。一方、ゲーム理論の発達は戦争とはまったく関係なく、しばしば戦争中にORの一部として開発されたと誤解されているが、その発想はもっと社会科学的な問題の根元的考察から生まれたわけですね。ゲーム理論とは利害の対立する複数の意志決定者が不確実な状況下でいかに意志決定するかを分析するものです。社会にはゲームの状況が種々あり、ゲーム理論がそのフォーミュレーションを提供しているのだから、ORの人たちがゲーム的状況に直面した時、それをゲーム論的にフォーミュレートして解決していくことが可能で、この意味でゲーム理論はORにとって重要であるし、またむしろ狭い意味でのORを超えてもっと広い役割を学問上もっているといえます。社会科学で

は、経済学、政治学、心理学と深い関わりをもち、理論的には数学そのものとの関連も深く、この意味でORを主にやっている人たちがゲーム理論を学ぶことで、視野が広がるかと思えます。

ゲーム理論があまり役立たないという批判があります。確かに、とくに日本で、実際の応用例がこれまで少ないが、これはゲーム理論が実際に応用できないというより、1つには日本にゲーム理論家が少なく、応用まで手がまわらない。もっと手があればできると思うのですが……。また学際的ないろいろな分野の人たちがゲーム理論に関心をもってくれば、各分野における具体的な問題のゲーム的状況が明確になり、ゲーム理論が各分野においてどのように役立つかも明らかになると思います。

そこで今日は、昨年から今年にかけてのゲーム理論の国際的な学会での報告をもとに、どのようにゲーム理論が使われているかを見たいと思います。とくにウィーンの学会では、応用関係が主なようですし…。それでは、それらの報告から始めましょう。

## 第19回 ORサロン 「ゲーム理論とOR」

日時：昭和54年4月21日(3時～5時)

場所：学会センタービル会議室

### 出席者

伊 東 洋 三 (専修大)

浦 谷 規 (東京工大)

岡 田 章 (東京工大)

金 子 守 (筑波大)

高 橋 輝 美 (日本工営)

林 亜 夫 (筑波大)

\* 鈴 木 光 男 (東京工大)

\* 武 藤 滋 夫 (東京工大)

(\*印は研究普及委員)

司会 鈴 木 光 男

記録 武 藤 滋 夫

## 費用分担の問題

B 昨年夏から今年1月にかけて、3回ほど大きなゲーム理論関係の学会が開かれています。順に、1978年6月13日から16日までウィーンで International Conference on Applied Game Theory が開かれ、ここでは主にゲーム理論の応用が扱われています。続いて、6月18日から7月1日までアメリカのコネル大学で Fourth International Workshop on Game Theory が開かれ、理論的な問題が討議されました。また、これはゲーム理論の学会というわけではないが、1979年1月24日から28日ミシシッピ州のプロクシーでの AMS の第85回 Annual Meeting でゲーム理論の short course とともにゲーム理論分科会がありました。

ウィーンでは、7つの分科会があり、まず第1分科会は「Fairness and Cost Allocation」という題で、ここでは Charnes の図書館使用における費用分担に関す

る論文、Owenの郊外交通システムにおける補助金に関する論文等があります。

**A** 費用分担では飛行場の使用料を扱った問題もありますね。

**B** 費用分担のことで、これはブロッシーの学会での話ですが、アメリカのテネシー渓谷の開発計画はご存知のように1940年代ですからゲーム理論が生まれる前の話ですが、そこで提案された費用分担の概念はまさにゲーム理論のコアなんです。このあたり面白いと思いました。

**C** 費用分担という、これは最近のOperations ResearchにあるBilleraたちの論文ですが、電話料金をnon-atomic gameのShapley値を用いて算定し、しかも結果が実際にコーネル大学で学内料金として使われている。またこの際、最初に待ち行列モデルで“最適な配線”を設計し、そしてShapley値によって料金が決定されています。そのあたり、いわゆる他のORの手法とゲーム理論の結合という点からも面白い。

**B** 他のORの手法との関連では最近ネットワーク上でminimal spanning treeを求め、その後ゲーム理論の解の概念を用いて費用分担をしていくという動きもあります。

**D** 電話料金の問題ですが、Shapley値を用いたのは、初期投資が大きいからです。そうすると、この問題はコンピュータ・サービスにおける費用分担にも深く関連してくると思います。

**E** そうですね。ここでは、電話のコールそのものが問題になっていますから、コンピュータ・サービスにも適用できますね。つまり、一般的には混雑現象の中で費用をいかに分担するかということになります。

**F** 費用分担の問題を考えると、なぜShapley値とかコアを用いるかについて少しひっかかります。つまり、Shapley値がなぜ公平なのか、もう少しそこを考える必要がある。たとえば、投票力の測定のように、ある制度化されたもので、制度が個人に与えるパワーという形なら、Shapley値の意味もよく解りますが……。公平さを表わすという少し飛躍があるような気がします。

**A** しかしShapley値、コア、ニュークレオラスなどの解の概念を用いる人には、その人それぞれの哲学があって、それが公平と考えているわけで、逆にいえば、ゲーム理論はむしろ公平さにはいろいろな概念があることを明らかにしたのだと思います。

**G** 私、実際にゲーム理論の解の概念を費用分担の問題に応用しましたが、そこで感じたのは、現場の人に受け

入れられればよいということ、つまり現場の人たちは1つの基準を求めているわけで、その人たちが納得すればそれでよいのではないかというのが実感です。

**A** つまり納得の仕方が状況ごとにいろいろあるから、その状況のもとで何が公平かを考えるわけですね。

**G** そうです。それと、これは水資源開発における費用分担の問題ですが、これには鈴木・中山論文がありますが、現在多目的ダムの開発等で大きな問題になっていて、たとえば流域の住民、開発地域の住民とか都市住民ですね、これらの間での費用分担をどうするか、実際に農林省あたりでも基準を探している状態です。

**A** この論文は、都市用水と農業用水の問題を扱ったもので、たまたま、水資源問題の研究会に出席して問題の存在を知りゲーム論的解釈を提案したのですが、また実際的な問題に接する機会があれば今後もぜひやりたいと思います。

**G** あそこで、ニュークレオラスを使っていますが、現場の人たちには、“不満”の概念はわかるが、それを辞書式順序に並べる点が理解しにくい。むしろカーネルのほうが彼らには受け入れられやすい。最近、カーネルの簡単な計算方法も出ていますし……。

**A** ニュークレオラスはカーネルの極限と説明すればよいのではないですか。つまり、カーネルを説明して、そのなかの1つとしてニュークレオラスがあるというように。

### 政治学、生物学とゲーム理論

**B** さて、ウィーン学会の第2分科会は「Power Analysis」という題で、ここでは投票力の測定とか議席配分の問題が扱われています。

**A** この問題は、東工大の卒業論文や修士論文でもかなりやられていて、たとえば、日本の衆議院の場合一般にいわれているように、有権者1人あたりの定数による不平等ももちろんありますが、それとともに定数の多い区のほうがより有利である、つまり、有権者1人あたりの定数が同じときには多人数区のほうがより住民の意見の多様性を反映できるという意味なんです。このような不平等もShapley値を用いた分析から出てくる。

**C** そうです。たとえば、定数が1人でも有権者が少ないと、“定数/有権者数”が高いランクになるが、Shapley値を用いるとそのような選挙区内の住民のパワーは小さくなることもある。したがって、“定数/有権者数”では、この1人区より低いランクにある多人数区のほう

がより大きな Shapley 値をもつこともあり得るわけですね。

**A** ただ、この衆議院のモデルはまだ不十分なところもあり、より詳しくやってみる価値がありそうですね。

**B** 第3分科会は「Models in Political Science and Sociology」という題で、主にアメリカの大統領選挙における、各候補者の戦略を分析する論文です。アメリカの大統領選挙の場合、各州ごとにとるわけで、そのとき各州にどう力をいれるかの分析ですね。

**C** この問題は企業間の広告費用の分析と同じ側面もっています。各企業に費用の上限がある場合、どの地域、どのメディアにいくらの費用を用いるかという問題です。古くはこれを2人ゼロ和ゲームとして定式化しています。

**B** 最近では、現実的でもっと複雑なゲーム論的接近があって、その分析も進んでいます。

**G** ORでは、いわゆるエントロピー・モデルを用いて分析するのが典型的ですね。それからエントロピーで思い出したが、情報の問題は、今後ゲーム理論なしでは考えられぬ問題になるのではないのでしょうか。

**B** 第4分科会は「New Approaches and Applications」という題ですが、ここでカニの縄張りの問題を分析した論文が出ています。これなんか面白い。

**A** これも前からいっていましたが、ゲーム理論は一般の生物学にも適用可能ではないか。数理生物学の人たちは、現在非常に簡単なモデルにとどまっている。たとえば、生物学にロトカ・ボルテラ方程式というのがありますが、これは簡単な非協力ゲームの均衡点を求めるものです。ですから、ゲーム理論の他の概念を導入するのも興味深い。それと、話は変わりますが、私の「人間社会のゲーム理論」や「計画の倫理」を読んだ人から、考え方が今西錦司さんの「生態学」に似ているところがあるとよくいわれます。いずれにしても、これから生物学の人たちもゲーム理論に興味をもち、もちろん彼らの問題意識、状況の形式化など人間社会の場合と異なるでしょうから、人間社会のゲーム理論とは異なった、いわば生物学的ゲーム理論というものが発展していくものと思います。

**D** 数学的真理は自然淘汰と深く関連しているから、滅んだ種族はゲーム論的習性をもち得なかったともいえませぬ。ゲーム理論は、合理的行動に立脚しているわけですし……。

**A** 人間以外の生物も合理的行動をとっているわけですから、そういうことも考えられますね。

## 提携の形成

**B** つぎに第5分科会は「Coalition Formation」という題で、ここでは OPEC のカルテルの分析、内閣における提携形成の分析等の論文が出ています。

**A** 提携の形成に関しては、行動科学の人たちがゲーム理論の概念を使って実際に実験・調査をやっていますが、たとえば、自民党の派閥なんか提携の中の提携といったことになります。昔、ユール大学の人が日本にきて派閥の分析をやりましたが、その当時はゲーム理論自体すそれほど進歩していませんでしたし……。総裁選など、扱ってみると面白い。

**B** 提携の形成となると、動学的な側面が出てきますね。

**A** そうです。情報とか、経験とか、学習過程とか、時間的なプロセスが問題になります。

**D** 情報とか経験とかいえば、シナリオ・バンドル法というのがありますね。

**C** シナリオ・バンドル法については、ORのゲーム理論特集号で中村・岡田が紹介しています。紹介したのは、中近東ペルシャ湾地域の国際関係についてですが、一般にゲーム的状况は種々あるわけで、シナリオ・バンドル法はゲーム的状况からゲームとしてのモデルを作るための認識技術の開発といえます。

**A** 石油事情、東南アジア情勢、多党化問題等の分析の1つの方法にもなります。つまり、政治学の分野と密接な関連が出てくるわけです。

**G** シナリオ・バンドル法は、デルファイ法、ゲーミング等とも関連してきます。それと、最近ゲーム理論の直接の応用ではなく、実際の状況をゲームのモデルとして捕える動きが出ています。たとえば、企業内の予算配分にしてもゲーム的状况のあるほうがより能率的だとも聞かれています。

**B** 第6分科会は「Economic Models」という題で、経済関係の論文が出ています。

**A** 経済モデルへのゲーム理論の応用というのと今までに数かぎりなくあり、今日では、経済学者は意識せずゲーム理論を使っています。経済学において、ゲーム理論が一般的になっていると思います。

**F** 確かに、静学的な面では概念の基礎をゲーム理論におくべきだと思います。しかし、動学的な面ではゲーム理論はまだ弱い。もう1度、展開形のゲーム、von Ne-

umann の成長理論といったところにもどり、それらをはるかに超えることが必要ではないでしょうか。

**A** 動学的側面が弱いことは、ゲーム理論家も意識しています。今後、そちらの方向に研究も進むでしょうし、またそうしなければならないと思います。それと、話は変わりますが、経済学で普通に使われるようになった角谷の不動点定理は、明らかにゲーム理論の副産物です。今後、こうしたゲーム理論の副産物が、他の分野に影響をおよぼすことも多くなると思います。ゲーム理論の持つ表現力が他分野に大きな影響をもたらすことも考えられます。

**B** 最後の分科会は「Models of Control and Confrontation」という題で、浜田浩一先生(東大経)の論文も出ています。

**E** これは、赤字国がインフレを輸出する状況、たとえば、アメリカとECの関係のようなものですが、これを微分ゲームを用いて分析しています。

**D** 私のおりました IIASA で、環境問題にもゲーム理論的接近が試みられており、その関係の論文もここで発表されています。

**B** その他、再保険についての論文も出ています。

**A** この問題は、今後面白そうです。それと、Littlechild が企業理論への応用もやっています。企業でゲーム理論を使う場合、トップの意志決定に深く関連してくるわけで、たとえば、講演にいくとトップの人たちは実感をもって聞いてくれる。つまり、彼らにとっては、利益等のデータは頭の中に入っているわけですから、その上に立っての交渉の方法、解決の仕方等を与えるゲーム理論に非常に敏感に反応してくれます。ところが、若い人たちに話すと、やれ特性関数をどうやって決定するかとか、そういうことになってしまう。企業理論では、最近「Games of Business」という本が出ており、その中でもいろいろな企業間および企業内の問題のゲームの状況の把握が行なわれています。それと、さきほど言い忘れたのですが、第4分科会で、旧約聖書関係の論文も出ています。私も前から、旧約聖書の中にゲーム理論に必要な概念が出ている、つまり、ゲーム理論の思想が旧約聖書の中にある、と思っていました。今後、倫理的観点からゲーム理論を見る方向も必要になると思います。

### ゲーム理論の流れ

**B** 一応ウィーンの学会で報告された論文を追いなが

ら、ゲーム理論の応用について話し合ってきましたが、つぎに、コーネル大学での学会を簡単にふり返ってみます。コーネルの学会は、ウィーンとは異なり、応用よりは理論が中心です。もちろん、社会選択論、一般均衡論、寡占理論、公共財供給といった理論経済学へのゲーム論的接近も議論されましたが、要約すると2つの大きな流れがあるわけで、1つは non-atomic game の数学的性質の研究、いま1つは概念的なもので、展開形、標準形へもう一度戻り、それらをゲーム理論の中心にしようという動きです。

**C** Harsanyi, Selten らによる、非協力ゲームにおける Nash 均衡点を、精緻化する動きがあります。また、協力ゲームにおいて、そのプレーヤー間の交渉過程を非協力ゲームの枠組で考えることもでき、古くは Nash の交渉解がありますが、最近 Harsanyi, Selten によって提案された一意解は非協力ゲームの解でありながら、Nash 交渉解と密接な関係があります。また、協力ゲームの解である von Neumann-Morgenstern 解を非協力ゲームの均衡点として捕える試みもなされています。

**B** そうなると動学的な面が出てきますね。

**C** そうです。交渉過程における利得分配の提案自体を各プレイヤーの戦略として考え、展開形で表現された非協力ゲームの枠組で提携形成過程を考えていきますから、動学的な面が出てきます。

**B** von Neumann-Morgenstern 解ですが、これは構造が複雑なため、今まで応用にはほとんど用いられていませんでした。しかし、非常に単純化されたモデルにおいて、この解が提携形成過程をうまく反映していることがあり、この点からもこの解の動学的な再定式化は興味深いと思います。

### ゲーム理論の普及と発展

**G** ゲーム理論の応用に関する問題としてさきほども出ましたが、まず公平の基準のむずかしさがあります。つまり、もっと現実のゲーム的狀況を調べることが必要で、そこから抽出されたものでないと説得力がない。現場の人たちにとって“不満”の概念等は解りやすいが、ゲーム理論のモデルはなじみにくいという問題があります。そのためにも、もっと現場に入ってその狀況を調べることが必要と思います。

**A** 実際のゲームの狀況の定式化から、逆にゲーム理論の表現形式、そして新しい解の概念が生まれてくる可能性が多いですね。

**F** ゲーム理論の直接の応用ではなく、ゲーム理論の考え方をいろいろな場合に適用する必要があります。そして、実際に合わない場合には新しい概念が必要になり、それを生み出していけばよいのですから。

**A** ゲーム理論はまだ完成したものではなく、実際面からのフィード・バックによりこれからも育っていくものです。ですから、できあがったものとして、つまり既製服のような形で、ゲーム理論を応用するといった考え方がおかしいので、ゲーム理論というのは、実際にある問題をフォーミュレートするところから始まるべきだし、われわれゲーム理論家もそうしていると思います。

**D** ただ実際のプロジェクトにおいては、既製服のような形を用いた応用のほうが便利です。多くのプロジェクトでは、時間的制約があり、現実の認識から始めると時間不足を招きます。

**A** その点も考えなければなりませんね。つまり、既製服としてゲーム理論を応用する面と、基礎つまり現実の状況認識から始めてゲーム理論を考える面の2つを考えるべきでしょう。

**E** 実際の意志決定者にとって重要なのは、現実のゲームの状況を捕えることでしょう。しかし、ゲームの状況を

を把握するノウ・ハウは、その有効性を検証することも、またそれを蓄積していくこともむずかしいのではないのでしょうか。

**D** ゲーム理論の基礎的な概念、たとえば、Shapley値、の計算方法を広く普及させることも必要かと思えます。

**H** われわれの会社にも、ダム開発による水没者補償の手法開発といった仕事がありますが、この問題もゲーム論的視点から取り組めると思えます。

**A** 官庁の人たちも何かできると期待しているようです。先日、建設省で講演した時も、かなり反応がありました。彼らもコンフリクトの問題で頭を悩ましており、コンフリクトを扱っている理論というと、ゲーム理論しかありませんし。

**G** 確かに関心もっています。

**A** 最後に、ゲーム理論とORは密接な関係があり、既製服的なゲーム理論の応用ではなく、ゲーム理論による現状の認識とその定式化から、ORもゲーム理論もともに発展していくのではないかと思います。それを期待して、今日のORサロンを終わりたいと思います。

ショート・ノート

(1.01)<sup>70</sup> ≒ 2.01 これは年利1%で70年複利でよくと元利合計2.01倍になることを意味する。同様に(1.02)<sup>35</sup> ≒ 2.00 これは年利2%で35年複利でよくと元利合計2倍となることを表わす。では1.1の7乗はどうなるか。約1.95となる。1.2の3.5乗でも約1.89である。

上記の中間の計算をしてみても常に近似的に以下の簡便な公式が成り立つことがわかる。

[近似公式]  $i \times n = 70$  のとき元利合計  $\left(1 + \frac{i}{100}\right)^n$  は約2倍となる(下表参照)。ただしここで  $i$  は金利(%)で  $n$  は据置期間である。

このことを応用すると年率7%のインフレが30年継続すると物価は約8倍になることがすぐに暗算できる。(K)

期間 (n)	金利 (i %)	元利合計 $\left(1 + \frac{0.7}{n}\right)^n$	9	7.78	1.962	100	0.7	2.009
			10	7	1.967	500	0.14	2.013
			15	4.67	1.982	1000	0.07	2.013
1	70	1.700	20	3.5	1.990	10000	0.007	2.014
2	35	1.823	25	2.8	1.994	∞	—	2.014
3	23.33	1.876	30	2.33	1.998	元利合計:		
4	17.5	1.906	35	2	2.000	$\left(1 + \frac{i}{100}\right)^n = \left(1 + \frac{0.7}{n}\right)^n$		
5	14	1.925	40	1.75	2.002	(ここで $i \times n = 70$ )		
6	11.67	1.939	50	1.4	2.004	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{0.7}{n}\right)^n = e^{0.7}$		
7	10	1.949	60	1.17	2.006	≒ 2.014		
8	8.75	1.956	70	1	2.007			