Colin. W. Clark

Mathematical Bioeconomics

—The optimal management of renewable resources—

Wiley-Interscience 1976 352 pp

題名は「数理的生物経済学」とひどくいかめしいが，内容は主として，漁業資源の有効利用の問題を念頭において書かれた，スマートな本である．

いまある生物的資源（一種類の魚）の時点 t における存在量を $x=x(t)$，そのときの漁獲率（単位時間当り漁獲量）を $h(t)$ とすると，

$$\dot{x}=\frac{dx}{dt}=F(x)-h(t) \qquad x\geqq 0 \tag{1}$$

という関係が成り立つ．ここで $F(x)$ は自然増殖率を表わす関数で，一般に $F(x)/x$ は x の減少関数になると期待される．$F(x)=rx(K-x)$ とおけば，$h(t)=0$ のとき，$x=x(t)$ がロジスティック曲線になることはよく知られている．

上記の微分方程式がこの本を通じてすべての議論の基礎であって，問題は上記のような関係式のもとで，漁業から生ずる総利益 J を最大にするにはどうすればよいかということである．ただしここで，

$$J=\int e^{-\delta t}G(x,h(t))\,dt$$

というような形に書くことができるものとする．$\delta>0$ は割引率であり，G は h に関して単調増加であるが，これに x がふくまれるのは，一般に一定の漁獲量をあげるための費用は x に依存するからである．

ここで Hamiltonian を作ると，

$$H=e^{-\delta t}G(x,h)+\lambda(F(x)-h)$$

と表わすことができるから，Pontrjagin の maximum principle を適用すると J を最大にする h について，

$$\frac{d\lambda}{dt}=-\frac{\partial H}{\partial x}=-e^{-\delta t}\frac{\partial G}{\partial x}-\lambda F'$$

$$\frac{\partial H}{\partial h}=0=e^{-\delta t}\frac{\partial G}{\partial h}-\lambda$$

が成り立つ．第2式より，

$$\lambda=e^{-\delta t}\frac{\partial G}{\partial h}$$

$$\frac{d\lambda}{dt}=e^{-\delta t}\left(\frac{dx}{dt}\frac{\partial^2 G}{\partial x\partial h}+\frac{dh}{dt}\frac{\partial^2 G}{\partial h^2}-\delta\frac{\partial G}{\partial h}\right)$$

$$=e^{-\delta t}\left((F-h)\frac{\partial^2 G}{\partial x\partial h}+\frac{dh}{dt}\frac{\partial^2 G}{\partial h^2}-\delta\frac{\partial G}{\partial h}\right)$$

を得，これを第1式に代入して変形すれば，

$$\frac{d\lambda}{dt}=\frac{1}{\frac{\partial^2 G}{\partial h^2}}\left\{(\delta-F')\frac{\partial G}{\partial h}-(F-h)\frac{\partial^2 G}{\partial x\partial h}\right\}$$

となる．そこで，この式と(1)とを用いて (x,h) 平面上で最適制御の trajectory を追跡することができる．

この本のほとんどの部分は，ここで G や F の形をもっと具体的にして，最適な漁獲量 h，それに対応する資源量 x の変化，あるいは自由競争の場合に行なわれる漁獲量と社会的な最適水準とのギャップ，その場合の「乱獲」の可能性，あるいは最適水準を達成すべき政策などについて論ずることにあてられている．

以上のようにいうと，300ページを超える本の内容としては，簡単にすぎるように思われるかも知れない．確かに数学的論理はきわめて簡明に書かれており，ほとんど予備知識なしでも，十分理解できるであろうと思われる．

しかしところどころに具体的な数字データを引用しながら，いろいろな条件に対応する解の変化を分析しているところは，用いられているモデルは単純であっても，かえって十分な現実性が感ぜられる．そういう意味ではOR的分析の一つの模範であるといっても，ほめすぎではないと思う．

この本でまとめられているような研究について私はくわしくは知らないが，主要な成果は最近得られたものであるらしい．わが国でも200カイリ専管水域の問題がおこって以後，漁業資源の問題について一般の関心は高まっているけれども，この問題に対するOR的接近はまだきわめて不十分であるように思われる．

この本で扱われている問題は最近とみに実際的重要性が増してきたが，また理論的にも「カオス」というような数学的にきわめて興味深い現象を生み出している．カオスについてはこの本ではほんの少しふれているだけであり，最近一部の数学者からは強い関心が寄せられている．

わが国のOR研究者がこのような分野にもっとどんどん進出することを希望したい．この本はそのための手がかりを与えるものとして推奨したい．

（竹内 啓 東京大学）