論文紹介

数理計画

M26　パラメトリック計画法における構成法

W. K. K. Haneveld, C. L. J. Meer, 他. 21-36.

Mathematical Programming. **16**, 1, 1979.

線形計画(ＬＰ)問題のうち，目的関数に２個のパラメータがあるような問題を考える．

$$h(\lambda,\ \mu)=\max_{x\in F} f(\lambda,\ \mu\ ;\ x)$$

$$\text{s. t.}\quad f(\lambda,\ \mu\ ;\ x)=(c_0+\lambda c_1+\mu c_2)'x$$

$$F=\{x\in R^n \mid Ax\leqq b,\ x\geqq 0\}$$

$$c_i\in R^n,\ i=0,\ 1,\ 2$$

$A:m\times n$ 行列，$b\in R^m$，λ，μ：スカラー

上の問題において λ，μ のなすパラメータ空間（２次元)を，各領域内ではある特定の基底解が最適解であるようにしつつ最大の多角形領域に分割するアルゴリズムが提起される．この問題に対しては，Galが最適解と$(\lambda,\ \mu)$の領域との関係を数え上げ法によって求める方法を提起したのに対し，ここではより系統的に領域の境界の表示を含めてそれを求める方法(構成法)が述べられている．系統的な構成法のアルゴリズムの理論的基礎としては二つの定理が掲げられている．ひとつはFの端点に対応する領域の代数的な特性化をＬＰの基底行列を用いて行なうものであり，他のひとつは領域の境界を構成する環(ring)を定義した上でそれがつぎつぎと構成されうることを示す定理である．　（大山達雄)

M27　ホモトピー・パスに関する定理

C. B. Garcia & F. J. Gould. 282-289.

Mathematics of OR. **3**, 4, 1978.

連続写像$f:\boldsymbol{R}^n\to\boldsymbol{R}^n$が与えられたとき，方程式$f(x)=0$を解く方法として$f$をホモトピー$H:\boldsymbol{R}^n\times[0,1]\to\boldsymbol{R}^n$へ埋め込む方法がある．ただし，$H(x,0)\equiv f(x)$かつ$H(x^0,1)=0$を満足する$x^0$は既知であるとする．$H$を$C^1$級，$0\in\boldsymbol{R}^n$を$H$の正則値とすると$H^{-1}(0)$が$C^1$級１次元多様体となることはよく知られている．したがって$H^{-1}(0)$の各成分は円または区間に微分同相な曲線となり$x(\theta)$で表わすことができる．

本論文で与えられている主要結果は，区分的線形写像の場合にEaves & Scarfが展開したインデックス理論をC^1級写像の場合に拡張したものである．つまり，区分的線形写像の場合にインデックスが保存されるということをC^1級写像の場合に拡張したもので，このことを使うと，$H^i(x)$を$H(x)$のヤコビ行列の第i列を取り除いた行列とするとき，各パス上での第i成分が減少するか増加するかということと，$\det H^i(x)$との符号との関係が一意的に定まることとなる．最後に多少数値例もあげられているので参考となろう．　（平林隆一)

確率統計応用

P27　近似公式 $L_q\cong a\cdot\rho^{\beta}/(1-\rho)$

H. Sakasegawa. 67-75.

Annals Inst. Statist. Math. **29**, 1, 1977.

本論では平均待ち行列の長さを何等かの数表等を用いずに推定する近似公式をPage(1972)の方法にもとづいて提出した．$M/M/s$の場合，種々のsの値に対する$\rho-L_q$曲線の観察から$L_q\cong\rho^{\sqrt{2(s+1)}}/(1-\rho)$なる式を得たし，単一サーバーの場合との類似から近似公式$L_q\cong((c_a{}^2+c_s{}^2)/2)(\rho^{\sqrt{2(s+1)}}/(1-\rho))$を与えた．

（岡本雅典)

P28　凸関数の差の符号変化と大きな偏差への応用

J. Lynch. 96-108.

The Annals of Probability. **7**, 1, 1979.

X上で定義される関数fの共役関数f^*は，

$$f^*(y)=\sup\{xy-f(x):x\in X\}$$

で定義される．f_1，f_2を狭義に凸なる関数とするとき，いくつかの条件の下に，ある区間におけるf_1-f_2の値の符号の変化と，それに対応する区間における$f_1{}^*-f_2{}^*$の値の符号の変化には，変化の数のみならず変化の仕方に関しても関連があることが示される．

つぎに上記の性質を以下の議論に適用する．

X_1，X_2，$\cdots$を互いに独立で同一な確率分布Fに従う確率変数とし，$\phi(\lambda)=\log\int\exp(\lambda x)dF(x)$を$F$のキュムラント関数(c. g. f.)とする．このとき，Chernoffの定理は，

$$n^{-1}\log Pr\{\overline{X}_n\geqslant a\}\to-\phi^*(a)$$

ただし，

$$\phi^*(a)=\sup\{\lambda a-\phi(\lambda):\lambda\geqslant 0\}$$

と書かれる．ここで大きな偏差率ϕ^*はc. g. f. ϕの共役関数に他ならないことが分かる．このことを利用して，正の領域での$\phi_1{}^*-\phi_2{}^*$の符号の変化と，同じく正の領域での$\phi_1-\phi_2$の符号の変化が関連づけられる．さらに，F_1-F_2およびf_1-f_2(f_iはF_iの確率密度関数)との符号変化の関連性についても議論がなされている．

（鳩山由紀夫)