

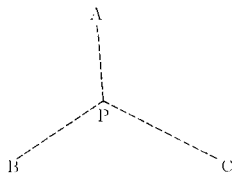
- [4] Mumford, E. & A. Pettigrew, Implementing Strategic Decisions, Longman, 1975.
- [5] 太田敏澄, MISの実施過程と日本の経営システム, *Computer Report*, Vol. 18, No. 3, 1978, 31-37.
- [6] 太田敏澄・黛明信, 情報技術と日本の経営, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 21, No. 10, 1976, 569-576.

- [7] Shultz, R. L. & D. P. Slevin, Implementing Operations Research / Management Science, American Elsevier Publishing Co., Inc., 1975.

おた・としずみ 1947年生  
1972年東京工業大学 修士課程卒  
東京工業大学

## 数理パズルを楽しもう (13)

**問題** 一郎, 次郎, 三郎の3兄弟が共同で山林を買い, 3地点A, B, Cに各人の別荘を建てました。そこでお互いを結ぶ道路をつくることにしましたが, 費用の関係で合計の距離をなるべく短くしたいのです。図の点線あたりが短かそうですが, 点Pの正確な位置をどのように決めればよいのでしょうか。



[10月号(666ページ)の解答]  $x\sqrt{x}$ の最大値が  $x=e$  で得られることにねらいをつけて, 技巧的に解く。まず,

$$(1+1/x)^x < e < (1+1/x)^{x+1}$$

がすべての正数  $x$  で成り立つことに注意し,

$$(1+1/x)^x < e$$

の  $x$  を  $1/x$  に書き直して,

$$1+x < e^x, \quad x > 0$$

を導く。つぎに,  $n$  を  $-1$  と  $0$  の間の負数とし,

$$e < (1+1/x)^{x+1}$$

の  $x+1$  を  $-1/n$  に書き直すと,  $1+1/x$  は  $1/(1+n)$  にな

るから,

$$e^n > 1+n, \quad -1 < n < 0$$

を得る。また,

$$e^x > 1+x, \quad x \leq -1$$

は明らかであるから,  $x=1$  を除くすべての実数  $x$  で,

$$e^x > 1+x, \quad x \neq 1$$

が成り立つ。そこで,  $x$  を  $(x-e)/e$  と書き直すと,

$$e^{(x-e)/e} \geq 1+(x-e)/e$$

となり, 変形すると,

$$e^{x/e} / e \geq x/e$$

$$\sqrt[e]{e} \geq \sqrt{x}$$

を得る。もちろん, 等号が成り立つのは,  $x=e$  のときだけである。

■センチュリー・リサーチ・センターの戸高和夫氏と日本情報リサーチの中田幹夫氏より問題文中の $\sqrt[5]{5}$ ,  $\sqrt[6]{6}$ の値の誤り( $\sqrt[5]{5}=1.3797$ ,  $\sqrt[6]{6}=1.3480$ に訂正)の指摘と問題の解答が寄せられましたのでその概略を紹介します。

$y=x^{1/x}$ の両辺の対数をとって  $\log y = \frac{1}{x} \log x$ , 両辺を  $x$  で微分して  $\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} \log x + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^2} (1 - \log x)$ .  
よって  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2} x^{1/x} (1 - \log x)$ ,  $\frac{dy}{dx} < 0$  ( $x > e$ ),  $\frac{dy}{dx} = 0$  ( $x = e$ ),  $\frac{dy}{dx} > 0$  ( $x < e$ ) となり,  $y$  は  $x=e$  のとき最大となる。

(中村義作 信州大学工学部)