

共同事業における費用負担

1. ゲーム理論とOR

「ゲーム理論は役に立つのか」という質問は「ORは役に立つのか」という質問と同じで、この質問に答えるためには「役に立つとはどういうことか」ということから議論をはじめなければならない。ここはその場ではないので省略するが、一つだけ筆者の経験を話れば、筆者が企業や官庁の人たちにゲーム理論の話をする時、若い人はそれを抽象的な理論として聞いているが、年配の人やトップに近い人はそれをきわめて具体的な現実の話として聞いているようである。おそらく年配の方々のほうがゲーム理論的な状況に直面することが多く、自分の経験にてらして実感をもって聞くことができるからであろう。

ゲーム理論は非常に数学的な基礎的な理論であると同時に、ORをはじめ情報科学、制御工学、経済学、政治学、心理学など、非常に広い領域にわたって用いられている。その意味では、ORの中のLPやDPと並ぶ一つの分析方法というよりは、むしろ確率論と似たような立場にあるといえる。LPと同格なのはゼロ和2人ゲームであり、DPと同格なのはストカスティック・ゲームであるにすぎない。数理経済学の一部とゲーム理論との関係も統計学と確率論の関係のようなものであり、情報理論は現在確率論によって基礎づけられているが、より一般化された情報理論は確率論とゲーム理論とによって基礎づけられるようになるといえよう。

2. 表現の形式と解の概念

ゲーム理論はまず誰がプレイヤーであることを明

示することからはじめる。このことは一見何でもないのであるが、ゲーム理論があくまでも意思決定をし行動をする主体を中心とした理論であることを示している。

プレイヤーの集合を明示し、そのプレイヤー間の関係を考察するのがゲームの理論である。したがってまずこの関係を数学的分析にたえるような形に表現しなければならない。それはプレイヤーの取りうる行動、その行動を規定する社会的ルール（それは社会の文化、倫理、法、技術などを反映したものである）、プレイヤーのもつ評価などによって表現される。表現の形式としては、展開形、標準形、特性関数形の三つの基本形式がある。

プレイヤーの取りうる行動や情報構造などをゲームの木によって詳細に記述し、情報と戦略や利得の関係を考察するのが展開形、ゼロ和2人ゲームや、時間 t を含み微分方程式の形で表現される微分ゲームなどが標準形、プレイヤーの間の協力の問題を中心において表現するのが特性関数形である。この号では、この三つの表現法を紹介するように配慮し、本稿の後半と、廃棄物処理場の建設の問題を考察したのが特性関数形、囚人のジレンマと宇宙船の軌道の問題を考察したのが標準形、シナリオ・バンドル法によって国際政治を分析したのが展開形である。

このようにして社会的ルールによってゲームとして表現された状況において、プレイヤーが何らかの行動基準によって行動することによって、そのゲームはある状態に帰結する。それがゲームの解である。プレイヤーの行動基準としてさまざまなタイプが考えられるように、解としてもさまざま

またタイプのものが考えられる。

たとえば、標準形では、均衡点、ナッシュ解、その一般化として Kaneko and Nakamura [10] によって提案されたナッシュ型社会厚生関数などがあり、特性関数形では、コア、安定集合、仁、シャープレイ値などがある。いかなる表現形式を用い、いかなる解の概念を用いるかは、問題となっている対象の性格による。今後ともより適切な表現方法、より適切な解の概念が現実の多様性に応じて考えられるであろう。現在提案されている解の概念はおそらく100を越え、200に近いと思われる。その意味でゲーム理論はいまでは一つの理論というよりは一つの分野といったほうがよいであろう。

3. 水資源共同開発における費用負担

3.1 開発費用の推定と特定関数

水資源の新規開発が困難になってきたので、広域水道事業団のようなものをもうけて自治体による共同開発が行なわれるようになり、また農業用水の都市水道への転用も問題になりつつある。このような農業用水の水道への転用を含めた共同開発事業を行なった場合の費用と便益との配分はどのような方法で行なったらよいかを考え、ある一つの方式を提案することにする。

転用を含めて考えた場合、農業用水の水利権保持者に転用によって生ずる損失を補償するのは当然であるが、果たしてそれだけでよいかどうか問題である。単なる補償という考え方だけでは、彼らが長い間苦勞して水資源を保持してきた努力は充分につぐなわれない。そのため転用を認めることを拒否することが多く、認めた場合には単に損失以上のものが、補償の名のもとに支払われている。われわれは転用を考える場合には、農業水利権保持者(単に農業水利団体とよぶことにする)も、積極的にこの共同事業に参加し、この事業のプレイヤーの1人として考えるべきであると考え。それは単に補償を受ける人ではなく、あくま

でも共同事業に参画しているプレイヤーの1人である。

神奈川県のをあげて、この考え方を説明する。まずプレイヤーの集合 N は、農業水利団体の集合 $A = \{\text{相模川水系(1), 酒匂川水系(2)}\}$ と、水道事業団体の集合 $B = \{\text{神奈川県営水道(3), 横浜市(4), 川崎市(5)}\}$ とし、 $N = A \cup B = \{1, 2, \dots, 5\}$ とする。そして N のメンバー全体によって、ダム建設と農業用水の転用とによって、新規水資源の開発が行なわれるものとする。

全体としての共同事業をはじめめる前に、もし単独で開発した場合の費用(これを C_i とする)や、 N の中のあるメンバーだけで共同開発した場合の費用は当然算定されることになるであろう。なぜなら、 N の部分集合 S というグループによる費用を C_S としたとき、 $C_N > C_S$ であつたり、 $C_N > \sum_{i \in N} C_i$ であつたりすれば、 N 全体による共同開発は行なわれない。そこで実現可能なすべての部分集合について、その費用 C_S を求めることにする。

C_S はダム事業費 D_S 、農業用水の上水道への転用工事費 T_S 、転用にともなって生ずる損失に対する補償費 F_S からなるであろう。これらの費用はいずれも技術的な観点から充分に納得のゆくものとして算定されるものとする。

いま、各プレイヤーの開発予定の年間取水量を δ_i 、農業水利団体 i から水道事業者 j への年間取水量を $x_{ij} \geq 0$ とする。逆の転用はないものとする。またダムからの取水量を y_i とし、 $y_i = 0$ ($i \in A$) $y_i \geq 0$ ($i \in B$) とする。そのとき開発費用 C_S は、

$$\sum_{j \in S} x_{ij} + y_i \geq \delta_i \quad (i \in S)$$

という制約のもとで、

$$C_S = \min_{x^S, y^S} \{D_S(y^S) + T_S(x^S) + F_S(x^S)\}$$

として求められる。 x^S, y^S は S 内での x_{ij}, y_i を示す。この C_S を求めることによって、 S 内での最適な x^S, y^S も求めることができる。

このようにして求めた C_S が、全体としての共同開発の費用と便益との分配を話し合うさいの基

表 1 余剰水量 w_i と計画取水量 δ_j

	余剰水量 w_i [m ³ /year]	計画取水量 δ_j [m ³ /year]
相模川系 1	1.67 × 10 ⁸	0
酒匂川系 2	1.28 × 10 ⁸	0
神奈川県 3	0	1.48 × 10 ⁸
横浜市 4	0	2.28 × 10 ⁸
川崎市 5	0	1.94 × 10 ⁸

表 2 特性関数 $v(S)$ と開発水量

提携 S	$v(S)$ [× 10 ⁸ yen]	開発される水量 x_{ij}, y_i [× 10 ⁸ m ³ /year]								
		x_{13}	x_{23}	y_3	x_{14}	x_{24}	y_4	x_{15}	x_{25}	y_5
1	0									
2	0									
3	0			1.48						
4	0					2.28				
5	0									1.94
12	0									
13	49.7	1.48	0							
14	47.1			1.67	0.61					
15	55.8						1.67		0.27	
23	3.3	1.28	0.20							
24	201.3				1.28	1.00				
25	237.6							1.28	0.66	
34	130.8			1.48		2.28				
35	131.2			1.48						1.94
45	288.4					2.28				1.94
123	49.7	1.48	0	0						
124	229.5				1.67	0.61	0			
125	259.6							0.66	1.28	0
134	239.3	1.48	0	0.19	2.09					
135	278.0	1.48	0				0.19			1.75
145	428.2			1.67	0.61	0				1.94
234	289.1	0	1.48	1.28	1.00					
235	288.8	0	1.48					1.28	0.66	
245	428.2			1.28	1.00			0	1.94	
345	432.2			1.48	1.00	2.28				1.94
1234	371.9	0.67	0	0.81	1.00	1.28	0			
1235	435.7	1.48	0	0				0.19	1.28	0.47
1245	556.5			1.00	1.28	0	0.67	0	1.27	
1345	562.5	0		1.48	1.67	0.61				1.94
2345	562.8	0	1.48	1.28	1.00			0	1.94	
12345	679.2	0.67	0	0.81	1.00	1.28	0	0	0	1.94

礎になる。われわれはそれを特性関数として、

$$v(S) = -C_S$$

と定義する。あるいはよりわかりやすく、

$$v(S) = \sum_{i \in S} C_i - C_S$$

と定義する。いずれの定義をとっても以下の議論に変わりはないので、2番目の定義で考えることにする。2番目の形の特性関数は、 S というグループが共同で開発事業をすることによって、各メンバーが単独でした場合よりも、どれだけコストが安くなるかを示すもので、いわば共同の精神が生み出した便益ということになる。

農業水利団体の余剰水量と水道事業主体の計画取水量とを表1に、特性関数 $v(S)$ とそのさいに得られる x_{ij}, y_i とを表2に示す。

3.2 交渉の帰結としての仁

全体としての共同事業による成果 $v(N)$ をプレイヤー i に $p_i (\geq 0)$ だけ分配し、彼はこの利得を受け取ることによって、 $q_i = C_i - p_i$ だけの費用を負担するものとする。とうぜん、

$$p_1 + p_2 + \dots + p_5 = v(N), \quad q_1 + q_2 + \dots + q_5 = C_N$$

である。

$p = (p_1, \dots, p_5)$ をどう決めるかが当面の問題である。各プレイヤーは自己の取り分をもっとも有利になるように主張するとともに、それによって

共同事業そのものが不成立にならないようにするという考慮が働くであろう。したがって不満を残しながらもある点でやむを得ないとして妥協する点が見い出されるものと期待される。このようにして見い出された解の概念として仁 (nucleolus) がある。

n 人のプレイヤーが全体として協力して共同事業をするにしても、その部分集合 S だけで共同事業をする可能性があるわけであるから、提案された配分 p に対して、 S は S だけで事業をした場合

の可能な値 $v(S)$ にもとづいて,

$$e(p, s) = v(S) - \sum_{i \in S} p_i$$

を考えるであろう。この値が大きいかほど S は p に対して大きな不満をもつと考えられる。二つの配分 p^1, p^2 があつたとき、それに対するすべての部分集合の不満を求め、それぞれの最大の不満を比較して、それが小さいほうが全体として受け入れられると考えられる。最大の不満が等しいときには、2番目の大きさの不満を比較する。すなわち辞書式順序によって比較し、その小さいほうが受け入れられるとすると、すべての配分間の比較が可能になり、ある一つの配分が得られる。これを仁という。すなわち仁は最大の不満を最小にするような配分であり、交渉はそこで妥結すると考えられる。

われわれの例では、表2の特性関数から仁 p_i^* および費用分担 $q_i^* = C_i - p_i^*$ を求めると、

$$q_i^* = (C_N - C_{N-\{i\}}) - b \quad \forall i \in N$$

という形で求めることができる。すなわちプレイヤー i は、彼が共同事業に参加することによって生ずる費用の増分から、共通の剰余 b を差し引いた額を費用として負担することになる。この結果は S のメンバーの数が3人以下のときの値が小さいので、このような形になったのであるが、差し引かれる額 b がすべてのプレイヤーに共通であるのが興味深い。得られた p^*, q^* は表3の如くである。

ここで農業水利権保持者 ($i=1, 2$) の費用負担が $q_i^* = -p_i^*$ となっているのは、農業水利団体がこの共同事業に参加し、農業用水の転用を認めたこ

とに対して、損失の補償を越えて受け取る報酬である。このゲームでは農業水利団体は保有する水利権を、水道事業団体は C_i を、それぞれ提供して共同事業をはじめ、後にその共同による成果を各プレイヤーに p_i^* だけ支払われたとみることもできる。

ゲーム理論には、先にも述べたようにさまざまな解の概念があり、ここで用いた「仁」がこの問題に対して適切な解の概念であるかが問題になる。

われわれは利得の分配にあたって、かなり激しい話し合いがあるものと想定した。したがって、この分配方式に対して異議の申し立てが行なわれるに違いない、その場合それに対抗する充分な逆異議を申し立てて相手を説得しなければならないが、そのような異議申し立てに耐えうるかどうかを検討しなければならない。幸いなことにあるプレイヤーから他のプレイヤーに対して、お前の取り分が多いのではないかというような異議申し立てに対して、それとほぼ同じ理由で、その異議に対抗しうる逆異議が存在するという性質を「仁」はもっている。また「仁」は最大の不満を最小化するという性質をもっているが、さらに、プレイヤー i がプレイヤー j に対してもつ最大の不満とプレイヤー j がプレイヤー i に対してもつ最大の不満とがバランスするという性質ももっている。またこの神奈川県例では、プレイヤーの中のあるグループが「仁」の配分を不満として、そのグループだけで共同事業をしようというようなことは起こらない。すなわち N のどんな部分集合をとっても、

$$\sum_{i \in S} P_i^* \geq v(S)$$

という性質をもっている。いいかえると、仁は他の解の概念であるコア、交渉集合、カーネルにも属していることが確かめられる。これらの性質から、仁は充分に説得力のある配分であるということがで

表3 仁および費用分担 [$\times 10^8$ yen]

	相模川系 1	酒匂川系 2	神奈川県 3	横浜市 4	川崎市 5
単独開発費用 C_i	0	0	489.7	747.6	749.8
仁 p_i^*	70.9	71.2	77.3	198.0	261.8
費用分担 q_i^*	-70.9	-71.2	412.4	549.6	488.0
計画取水量 δ_i	0	0	148	228	194
q_i^*/δ_i	×	×	2.79	2.41	2.52

きる。

また仁はある種の公平さの感覚をもっている。最近哲学者ロールズは公平の概念として、最悪の立場の人を考へて、その人をもっともよくする政策が社会的公平の規準であるとして、その規準を政策決定に用いることを主張している。仁は最大の不満を最小にするという意味でロールズの公平の概念に類似の概念であるということが出来る。鈴木 [2] 参照。

この神奈川県の場合でいえば、川崎市は、その計画取水量に比して、単独で事業をすればもっとも多額の費用を要するプレイヤーである。すなわち彼は最初に提供する資金 C_i がもっとも大きい。その意味でもっともめぐるまれないプレイヤーである。彼は C_i が大きいので当然大きな利得分配 p_i^* を受け取ることになるが、その価は、横浜市の場合に比べると、それぞれの C_i に比して川崎市は相対的により大きな p_i^* を受け取っているのがみられる。その結果、水の単価は横浜市と川崎市とではさほどの差がなくなっている。このことは望ましい結果というべきで、一種の公平な配分として受け入れやすい性質ということが出来る。

このような見地から、この水資源共同開発の費用負担方式を仁という解の概念にもとづいて行なうことを提案することにしたのである。

この水資源の例は Suzuki and Nakayama [6] および鈴木・中村 [4] にすでに発表されているものであるが、編集部求めにより、その概要と背景とを再説した。仁の求め方など、より詳細については鈴木・中村 [4] にくわしいので、参照していただきたい。

4. ゲーム理論の応用について

経済学では、複占や寡占、完全競争などの市場のメカニズムをゲーム理論を用いて分析することは、いまでは普通のことになっていて、経済学の雑誌の随所にみられるところである。用いられる

表現形式も三つの形式にわたっている。この動きは今後いっそう拡大し、公共財の供給のメカニズムや社会的選択の理論、組織と制度の経済理論、情報の経済理論などの分野でも成果をあげようものと期待されている。参考文献はあまりに多いので省略する。

政治学でも国際関係や提携形成、投票理論、政党の分析などさまざまな応用例がみられる。[11] [12], [13], [14]など参照。制御理論ではよく知られているように微分ゲームが主であるが、微分ゲームの内容は急速に発達しつつあって、単に制御工学だけではなく、広く他にも応用されつつある。

OR的な例も次第に増加しつつあり、地域間の協力によって電力開発を行なった場合の費用と便益の分配について考察したものに [7], 飛行場の利用料を飛行機の型ごとに算出したものに [8], 予算配分の政治経済学的考察といったようなものに [9] などがあつて、その他合理的な電話料の算定とか、投票の場におけるあるプレイヤーのもつ影響力の算定、セリの構造とそれによる最適資源配分など、さまざまの例がみられる。

この号では企業行動についての例を紹介する紙数がなくなつてしまつたが、それについてはジャーナリストによって書かれた「ビジネスのゲーム」[15] (ビジネス・ゲームとよばれるものではない。それはまた別のカテゴリーのものである) が非常に興味深い例をあげてくわしく述べている。一般向きで面白く書いてあるのでぜひ読んでいただきたい。

参 考 文 献

- [1] 鈴木光男：人間社会のゲーム理論，講談社。
- [2] 鈴木光男：計画の倫理，東洋経済新報社。
- [3] 鈴木光男：ゲームの理論，勁草書房。
- [4] 鈴木光男・中村健二郎：社会システム，共立出版社。
- [5] 鈴木光男編：ゲーム理論の展開，東京図書。
- [6] Suzuki and Nakayama: The Cost Assignment

- of the Cooperative Water Resource Development : A Game Theoretical Approach, *Management Science*, Vol. 22, No. 10, pp. 1081—6, 1976.
- [7] Gately, D.: Sharing the Gains from Regional Cooperation : A Game Theoretic Application to Planning Investment in Electric Power, *International Economic Review*, Vol. 15. No. 1, pp. 195—208, 1974.
- [8] Littlechild and Thompson: Aircraft Landing Fees : A Game Theory Approach, *The Bell Journal of Economics*, Vol. 8, No. 1, pp. 186—204, 1977.
- [9] Schotter, A. : Economically Efficient and Politically Sustainable Economic Contraction. *Mathematical Economics and Game Theory*, ed. by Henn and Moeschlin, Springer-Verlag, 1977.
- [10] Kaneko, N. and K. Nakamura : Nash Social Welfare Function. Forthcoming in *Econometrica*.
- [11] 鈴木光男編：競争社会のゲームの理論，勁草書房。
- [12] 鈴木光男：国際関係における中立の可能性，季刊芸術，Vol. 24, pp. 54—70, 1973.
- [13] de Swaan, A. : *Coalition Theories and Cabinet Formations*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 1973.
- [14] Brams, S. J. : *Game Theory and Politics*, The Free Press (Macmillan), 1976.
- [15] McDonald, D. : *The Game of Business*, Doubleday, 1975.

すずき・みつお 1928年生
東京工業大学理学部情報科学科教授