

り表現可能であることが示される。またマトロイドが表現可能であるためのいくつかの必要条件が紹介される。

第10章 2値マトロイド

マトロイドが2値〔正則〕マトロイド(標数2〔任意〕の体上に表現可能なマトロイドのこと)であるための必要十分条件が与えられる。

第11章 体, 群からのマトロイド

代数的に表現可能なマトロイドについて論ぜられる。

第12章 実験計画

射影幾何やアフィン空間と実験計画やスタイナーシステムとの関連が示される。

第13章 Mengerの定理とグラフにおける連接

横断理論を一般化したところのグラフにおける Menger の定理に関連して定義されるマトロイド等のグラフから誘導されるマトロイドの例が示される。

第14章 横断マトロイドと関連した話題

横断マトロイドや直並列グラフがもつ性質を一般化したところの“基対付合マトロイド”について論ぜられる。

第15章 多項式, 彩色問題, コードと埋蔵

グラフの彩色多項式, 半順序集合の Möbius 関数, マトロイドの特性多項式, Tutte 多項式, Whitney の階数母関数等の性質が調べられ, マトロイドの“臨界指数”が有名な平面グラフの四色問題と関係していることが示される。

第16章 限界の問題

基の数とかサーキットの数といったマトロイドを特徴づけるいくつかの数量に関する等式, 不等式, 教えあげ等を説明してある。

第17章 マトロイドや幾何的束の写像

マトロイドからマトロイドへの写像で, 零元や上限を保存するものの性質が調べられ, 写像による因子分解, 自己同型群などが定義される。

第18章 マトロイドに関連した凸多面体

マトロイドの階数関数の値域を非負実数にまで拡張した概念である“ポリマトロイド”の性質が調べられ, いくつかの公理系が示される。ポリマトロイドの独立ベクトルの集合(凸多面体となる)の端点集合が決定される。最後にマトロイドの定義域を半順序集合に一般化した概念である“超マトロイド”が紹介される。

第19章 組合せ論的最適化

マトロイドの重み最小の基を求める問題やある種の線形計画問題に対する“ガツガツ算法”が紹介される。

Shannon のスイッチング・ゲームに対する Lehman の解法やネットワーク・フロー問題にマトロイド的構造がいかに関係しているかが示される。

第20章 無限マトロイド

マトロイドの台集合を可算無限の場合に拡張した独立空間の理論を紹介し, 双対性, 横断理論がマトロイドと同様に議論できることが示される。

以上の各章の内容からわかるようにマトロイドの基礎からごく最近のトピックス的なものまで内容はきわめて豊富であって, 演習問題の中にはいくつかの未解決の問題もあり, 各章の終わりには歴史的な事実についての注釈もついているので, ぜひ一読をおすすめする。

(富澤信明)

書 評

Rabe von Randow

Introduction to the Theory of Matroids

Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 109

出版社: Springer-Verlag, 1975

ページ数: 102

本書の構成は, だいたいつぎのようになっている。

1. マトロイドの各種の定義と基本的性質
階数による定義, 独立集合による定義, サーキットによる定義, 基底による定義
2. その他の性質
スパン, 超平面とコサーキット, 双対マトロイド

3. 例
線形代数からの例, バイナリマトロイド, グラフ理論からの例, 組み合わせ理論からの例
4. グリーディアルゴリズム
5. 基底変換
要素対の変換, 小マトロイド, 集合対の変換

