論文紹介

数理計画

M9　線形相補性理論の未解決な問題について

J. S. Pang. 360-363.

Mathematical Programming 13, 3, 1977

qをn次元(縦)ベクトル，Mを$n\times n$行列とする．非負条件：

$$q+Mx\geqq 0,\ x\geqq 0$$

と相補性条件：

$$x\cdot(Mx+q)=0$$

を満たすn次元ベクトルxを求める問題は線形相補計画問題とよばれている．ただし，$x\cdot y$はn次元ベクトルxとyの内積をあらわしている．数理計画法やゲームの理論のいくつかの問題がこの問題に変換されることが知られている．線形相補計画問題はn次元ベクトルと$n\times n$行列Mを与えることによって一意的に定まる．そこで，qとMによって形成される線形相補計画問題を〔q, M〕であらわすことにする．qとMを任意に与えたとき，問題〔q, M〕が解をもつとはかぎらない．問題〔q, M〕に課せられた二つの条件である非負条件と相補性条件のうち，前者を満たすxが存在するか否かは，線形計画法のシンプレックス法の第1フェイズによって簡単に確かめられる．それゆえ，少なくとも非負条件を満たすxは存在するような問題〔q, M〕のクラスに話を限定することはきわめて自然であろう．$n\times n$行列Mを与えたとき，非負条件を満たすxが存在するようなn次元ベクトルqの集合を$C(M)$であらわす．すなわち，

$$C(M)=\bigcup_{x\geqq 0}\{q:q\geqq -Mx\}$$

明らかに，$C(M)$はすべての非負n次元ベクトルを含む．各$q\in C(M)$に対して，問題〔q, M〕がいつでも解をもつような$n\times n$行列Mのクラスを$\mathscr{K}$であらわす．$M\in\mathscr{K}$に対しては，非負条件をチェックするだけで問題〔q, M〕が解をもつか否かを簡単に判定できる．クラス$\mathscr{K}$には非負定値行列，P－行列，Z－行列のクラス等が含まれることが知られている(それらの部分クラスで$\mathscr{K}$全体をカバーはしていない)．任意に与えられた$n\times n$行列Mがこれらの部分クラスに入っているか否かは，代数的な方法で確かめることができるし，また，Mがこれらの部分クラスに入っていて，かつ，$q\in C(M)$の場合には，問題〔q, M〕をLemkeの方法で解くこともできる．$n\times n$行列Mが$M\in\mathscr{K}$であるための必要十分条件を最初に与えたのはMangasarianである．その後，Cottleやこの論文の著者であるPang等によって研究されている．Mangasarianが最初に与えた条件は理論的(数学的)には必要十分条件を形成しているが，かなり複雑であったし，その条件を$M\in\mathscr{K}$の実際の判定に利用することはほとんど不可能であった．この論文でPangが与えた必要十分条件はMangasarianのものと比較するとある程度簡単になっている．しかし，著者も認めているように，$M\in\mathscr{K}$の判定に実際に利用できるまでには改善されていない．$M\in\mathscr{K}$の判定は，この論文のタイトルが示すように未解決のまま残されている．　(小島政和)

確率統計応用

P2　一般化されたセミ・マルコフ過程の定常状態確率分布の"Insensitivity"その1

R. Schassberger. 87-99.

The Annals of Probability 1, 5, 1977

この論文では，主として東欧の人々によって研究されている一般化されたセミ・マルコフ過程の定常状態確率が"insensitive"であるための，必要条件と十分条件をそれぞれ追究している．

集合Sであらわされた部品の集まりであるシステムを考え，Sの部分集合gが動いていることを状態gと書く．集合gの中の一つの部品sが故障すると，つぎの状態g'へ推移するが，この推移確率を$p(g,s,g')$と書く．最初状態g_0にあるとき，部品$s_i\in g_0$の寿命値を$y_{i,0}$と書き，時刻tにおける状態を$X(t)$，そのときの部品の使用経過時間を$Y(t)$，と書く．すると，最初のシステムは$(X(0), Y(0))=(g_0, y_0)$，ここで$y_0=(y_{i,0})$，となり，つぎの状態に移った直後には，$(X(t), Y(t))=(g_1, y_1)$となる．ここで，$y_1=(y_{i,1})$で，$s_i\notin g_1$のとき$y_{i,1}=0$，$s_i\in g_0-\{s\}$のとき$y_{i,1}=y_{i,0}-\tau_1(\tau_1=\min_{s_i\in g_0}y_{i,0})$であり，その他の場合は寿命分布$\varphi_{s_i}$にしたがった分布の実現値をとる．また，$\varphi_{s_i}$は部品$s_i$の寿命分布をあらわすことにする．確率過程$(X(t), Y(t))$を一般化されたセミ・マルコフ過程という．

寿命分布$\phi=\{\varphi_s; s\in S\}$の集合を$\Phi$と書くとき，$\Phi$に属するすべての$\phi$に対して，$X(t)$が同一の定常状態確率をもつとき，$\Sigma$は$\Phi$-insensitiveであるという．ここで，$\Sigma=(G,S,p)$，$G$は$g$の集合，$p$は推移確率をあらわす．この論文では$\Phi$-insensitiveの条件を出すのが目的であるが条件は複雑である．しかし，結果は待ち行列論や信頼性のいくつかの定理を含むことが示される．

(真壁　肇)

P 3　"二つのエレベータ" 問題

D. Sjasz. 550-559.

The Annals of Probability **5**, 4, 1977

ソロビエフ(A. D. Solovyev)が著者に1974年に提案した信頼性の一問題に解答を与えることが，この論文の目的となっている．

二つのエレベータを使って昇り降りするビルを考えることにし，これらの各エレベータはともに可動と停止修理を交互に繰返す再生過程（正しくは，alternating renewal process）をつづけているが，二つのエレベータが停止修理の状態に入った瞬間にシステムはショックを受けたということにする．いま，可動時間の分布関数を $F(x)$，停止修理時間のそれを $G(x)=G^{\varepsilon}(x)$ とし，新品の状態で可動をはじめた二つのエレベータ・システムがはじめてショックを受けるまでの時間を τ^{ε} とするとき，平均修理時間 $\int_0^{\infty} x dG^{\varepsilon}(x) \to 0$，$(\varepsilon \to 0)$ という仮定の下に τ^{ε} の漸近分布を求めることが，ソロビエフの出した問題である．

この論文では，$\lambda=\int_0^{\infty} x\, dF(x)$，そして，一般性を失うことなく，$\varepsilon=\int_0^{\infty} x dG^{\varepsilon}(x)$ とし，F と G^{ε} にいくつかの条件を課した上でショックのおこる時点 τ^{ε} の分布は近似的に母数 $2\varepsilon/\lambda^2$ のポアソン過程にしたがうことを示している．　　　　　　　　　　　　　　　　（真壁　肇）

P 4　信頼性システムの最適設計における分解の利用

D. A. Butler. 459-468.

Operations Research **25**, 3, 1977

独立なコンポネントから構成されるシステムを考える．各コンポネントの信頼度は種々の理由により設定される上，下限を満たさねばならず，またシステムの信頼度は要請される水準を満足しなければならない．コストが各コンポネントの関数として与えられるとき，上記の条件の下でコストを最小にする問題を信頼性システムの最適設計問題とよぶ．

すなわち，n 個のコンポネントから構成されるシステムで P_i を i 番目のコンポネントの信頼度とし，$\boldsymbol{P}=(P_1, \cdots, P_n)$ とおくとき，システムの信頼度はコンポネントの独立性から $\boldsymbol{P}$ の関数 $h(\boldsymbol{P})$ と書きあらわせる．$c_i(P_i)$ を信頼度 P_i を実現させるのに要するコストとしたとき，最適設計問題は，

$$G(R)=\min \sum_{i=1}^{n} c_i(P_i)$$

s. t.

$$h(\boldsymbol{P}) \geq R,\ \boldsymbol{u} \leq \boldsymbol{P} \leq \boldsymbol{v}$$

と書ける．ここで R は満たすべきシステム信頼度の下限値，$\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ はそれぞれコンポネントの下，上限値とする．

一般のシステム，コストを考える場合，この種の問題は容易に解けるとはかぎらない．しかしながら，並列，または直列システムの場合には，コスト関数にかなり緩い条件を設けることにより，Kuhn-Tucker 条件から解を求めることができる．

この論文では，より複雑なシステムを取り扱う．システムが並列のコンポネントの群，あるいは直列のコンポネントの群を一つのコンポネントに置換する操作を繰り返したとき，ただ一つのコンポネントに帰着されるときそのシステムは *SP* クラスに属するという．システムが *SP* クラスに属するとき，コスト関数 c_i が凸より多少厳しい条件を満たし，かつ各コンポネントの下限がかなり大きな値をとるとき，解をパラメトリックな方法で求めることができることを示している．　　（嶋山由紀夫）

ソフトサイエンス

S 10　一次エネルギーの代替モデル：エネルギーと社会の相互作用について

C. Marchetti. 345-356.

Tech. Forcasting and Soc. Change **4**, 10, 1977

一次エネルギーの長期的な代替関係に関するMarchettiの結果は，極端にいえば1枚のグラフにすぎないが，非常に重要なものであり注目に値する．1850年以降の米国における薪，石炭，石油，天然ガスなどの一次エネルギー消費量を集計し，F を各エネルギーの市場占有率として $ln\{F/(1-F)\}$ を縦軸に年を横軸にとるとつぎのようなグラフが得られる．まず薪，石炭，石油，天然ガスへの市場への浸透過程および市場からの後退過程は基本的に直線として描き出される．つぎに石炭の場合にみられるように市場占有率が上昇した後，他のよりすぐれたエネルギー，つまり石油や天然ガスなどによって置換され市場占有率が下降する場合は，上昇直線と下降直線をむすぶなめらかな山があらわれる．これらのエネルギーの長期的な代替過程は驚くほどきれいなグラフにあらわされる．

競合関係にある二つの商品の代替過程は一方の商品の市場占有率を F とすると，

$$ln \frac{F}{1-F}=\alpha t+c \quad (t \text{ は時間，} \alpha, c \text{ は定数})$$

とあらわされることが J. C. Fisher や R. H. Pry によって実証的に示されたが，Marchetti はこの結果を一次エネルギーに適用したのである．

この研究は Marchetti が IIASA 滞在中に行なったものでIIASAのシンポジウム(Proceedings of the Workshop on Energy Demand, May 22-23, 1975) でも報告されている．　　　　　　　　　　　　（斉藤雄志）