

# モデルと解析手段

ORにおいては“モデル”が中心的な役割を果たす、ということがいわれている。ここでの“モデル”は、現象を抽象化しそれを使って何かを計算し、それによって何らかの結論を導く、というようなプロセスまでを含めているのであろう。一方、ORの教科書には、問題解決のためのOR手法とよばれるさまざまな解析手段が解説されている——線形計画法、待ち行列理論、信頼性、スケジューリング、ネットワーク、ゲーム理論等々。そして、それぞれの方法にはそれを解くためのモデルの設計の仕方が例題を含めて書かれてある——シミュレーションモデル・在庫モデル・意思決定モデル、等々。先程のモデルとこのモデルとはどう違うのだろうか。後者のモデルは明確にその解析手段を意識してつくられているのに対し、前者は、解析手段はさておいて、現象を把握するという点に力点が置かれているようである。表題にあるモデルとは、前者の意味で用いることにしよう。一方解析手段とは、文字どおりモデルを解析する手法のことであるが、上に見たように、それはおのおのそれを適用するためのモデルと密接に結びついているから、それぞれの手法の名を冠したモデルと置き換えてもよい。この小論では、これら二つのモデルが関連し合う時、どのようなことが問題になるだろうか、ということに関して若干の考察を試みようとするものである。

## 良いモデル化とは

モデルというのは、現実のシステムを模倣してつくり上げることが目的ではなく、それを使って議論し、計算し、分析し、再編成しながら何らか

の結論を導くためのものである。これら一連のプロセスのすべての目的をかなえたモデルが良いモデルということになるが、それは不可能に近いから、ある目的には向かないが、この目的には最適というように、いろいろなモデルのできる可能性がある。解析手段についての知識をあまりもたない問題提供者、意思決定者たちは、現実を忠実に模倣したものがわかりやすく、議論しやすいので良いモデルと思うだろうし、解析を受けもつ側は、現実のシステム特性を記述し得る範囲で、あるいは、少しぐらいの変更は目をつぶってでも計算のしやすい構造の簡単なモデルを選ぼうとするだろう。これら双方の主張に対する妥協点を見出す必要がある。

現実には解決を迫られている問題は、一般に複雑多岐な環境のもとにおかれており、それに絡まるすべての要因を列挙しそれらの要因間の関係を記述しつくすことは不可能であるから、モデルが現実のシステムに忠実でない部分を含むのは不可避である。また、現実には忠実であればわかりやすいというのは一種の神話であって、たとえば、経済モデルの何百本、何千本の連立方程式を思い起こせば、その誤りに気づくであろう。さらに、モデル化によっては現実に忠実であることが、かえって判断の誤りを生ずることさえある。たとえば、時系列データで過去  $n+1$  コのスカラ量（スカラー量）のデータがあった時、これを  $n$  次多項式であてはめたとしたらどうであろうか。たしかにこの“予測式”は過去のデータをすべて再現してはいるが、そのデータをよく説明しているとか、将来の予測に有効であるとはいえないだろう。解析する段階にな

ると、現象の忠実な模倣は、むしろ欠点となるかもしれない。人為的に制御できる要因をすべて網羅し、多くの環境条件を取り込んだ非常に精密なモデルをつくったとしよう。どのような制御をした時にシステムがどう動くかという計算をするだけでも相当の時間を必要としようが、その制御変数のすべての組み合わせを計算するころには、問題の結着がついてしまうだろう。

一方、モデルは単純なほどよいか、というとそう簡単に割り切れるものではない。複雑な現象を単純な構造で置き換えるためには、多くの要因の切り捨て、条件の緩和等を行なわねばならないが、そこには多くの作為が入り込む余地があるから、現象を一面的にしかとらえられないという危険性を伴うからである。要は、モデルとは、現象を記述したり、解析したりするのが目的のではなく、意思決定のための判断基準を提供するものであるということに常に念頭に置かねばならないということである。

### 良い解析手段とは

たくさんあるOR手法のうち、どれを使ったらよいか、というところで解析手段の評価という問題が生ずる。評価の基準としては、その場その場に応じて各人各様のものが考えられてよいが、比較的一般性のあるものとしてつぎのようなものが考えられよう。

#### (a) 計算の手間

計算にかかる労力は、現在の発達した電子計算機をもってすれば、あまり重要な判断要因ではなさそうに思えるが、決してそうではなく、たとえば、組み合わせ的な問題では問題の規模に応じて計算時間は指数関数的に増大し、答を得るのに何日もかかる（あるいは、それだけやっても解が得られないかもしれない）ような問題はいくらかもある。もしパラメータの値を変えて何通りもの計算をやってみる（多くの場合、このような繰り返し計算は不可欠である）という時には、このよう

な長すぎる計算時間は、致命的な欠陥になるだろう。

#### (b) 解のわかりやすさ

計算のプロセスが現実の動きそのものに対応していることはかならずしも必要でないが、途中の計算結果も含めて解析結果が、現象に即して説明し得ることが望ましい。これは解析に直接携わる人たちとの対話において、あるいはモデルの説得力という点に関して無視できない要因の一つである。

#### (c) モデルの正当性の検証

衆知を集めて構成されたモデルでも、そのモデル化の段階で、いくつかの条件が見落されていたり、構造が現実にとぐわなかったり、という部分が残されているのはやむを得ないことである。あるいは当初からキッチリした構造をつくらずに、試行錯誤的に細部の構造を決めていくような、いわば発見的なモデルづくりにおいては、そのような“発見”に寄与する多くの情報を必要とする。いずれの場合も、モデルの動きをキメ細かにモニターできるような方法が望ましい。

#### (d) 適応性・汎用性

ある特定の現象向けの専用シミュレータの作成がいつも可能であるとはかぎらないし、もし可能であったとしても、それには多大の労力と時間を必要とするし、他の目的に転用できるだけの柔軟性に乏しいから、できるならば、ちょっとした状況の変化にも応じられるような適応性のある解析手段をもつことが望ましい。

### 解析手段の正しい評価のために

OR手法の中で実際に役に立つのはLP、PERT、シミュレーションである、ということがよくいわれる。逆にいうと、他の数あるOR手法は論文はたくさんあっても現実にちっとも役に立っていない、という非難が耳をすますと聞えてくるようである。あるいは、前記3手法に関しても、使ってはみたものの思ったような成果が得られな

い、ということをよく耳にする。たしかに、使う上での制約条件がきつすぎるとか、あつかえる問題の範囲が狭いというような欠点が解析手段の側に存在するが、それを使わない、あるいは不当に評価する側にも問題はないだろうか。いわば、評価する側のモラルについて考えてみたい。ある手法を使って思うような結果が得られなかった、それではシミュレーションでもやってみるか、という前につぎのようなことを考えてみてはどうだろうか。

(イ) 処方箋通りに使っているか

どんな解析手段にも、その解法が有効であるための前提条件がある。線形性、独立性、微分可能性、平衡条件、等々。それらの条件が満たされているという保証がなければ、その解法を使って得られた解の正当性は保証されていないということはいうまでもない。計算機用プログラムパッケージを使う場合でも、仕様通りの入力をしないことによるミスが少なくない、ということもこの種の誤りであろう。

(ロ) 使われたデータは正確なものか

モデルの構造を決定するパラメータの値の多くは、過去のデータにその根拠を求める。そのデータそのものが誤りを含んでいたり、計算の過程で誤差が混入したりすれば、途中の計算をいくら正確にしたところで、正しい結果を得ることはできない。

(ハ) 必要以上の精度を要求していないか

シミュレーションのように、何らかの統計処理を必要とする解析手段によって得られる解は確率的な叙述が伴う。95%の確率で真の値はこれこれの間にある、というように。この信頼区間の広さがしばしば不信の対象となる。しかし、ORの問題ではモデルの設定段階に、仮想的・近似的な要素が多いことからして、精度がそれほど切実に要求されることは少ないのではないだろうか。

(ニ) 能力限界を正当に評価しているか

モデルを解析することによって得られる解は、

その解析手段を使う人がこうあって欲しいと願った結果ではなしに、指令された通りのことを実行して得られた結果である。多くの場合、モデル化の過程は現実のシステムに対して、制約条件の緩和、構造の改変、分布関数の変形・理想化、変数の統合・省略、離散量の連続化（あるいはその逆）等々の簡略化がなされることが普通である。このようなモデルに対して適用した結果が現実を反映していないといわれても、これは解析手段の側の責任ではない。

(ホ) 結果を正しく解釈しているか

たとえばシミュレーションによる解法で、一つ一つの解は与えられた確率過程の一つの見本を使って計算されたにすぎないのに、それが真の値であるかのように考えてしまったり、標本平均のパラッキを無視してしまったりすることは結果を正しく解釈しているとはいえないし、(イ)で触れた制約条件を忘れて、得られた結果は無条件に正しいと思ひ込むこともこの種の誤りであろう。

ある解析手段をあるモデルに適用して、上記のような、その手法にとって責任を負えないような不本意な評価によってその解析手段が排斥されたとしても、それはその問題解決にとって有効であったかもしれない一つの有力な道具を失うだけのことであるが、意思決定が上述のような誤りを含む解析結果の解釈にもとづいて行なわれたとなれば、どのような大損害を引き起こさないともかぎらない。このようなチェックリストが必要とされる所以である。

### 存在定理よりアルゴリズムを

前節が解析手段を提供する側からの発言であったとすれば、つぎにそれを使う側からの発言がなくては均衡を逸するであろう。しかし、筆者は後者の立場に立った経験が乏しいので、ここでは提供する側の反省の意味を込めて、これからの解析手段のあり方を考えて、この小論をしめくくるとしよう。

OR手法とよばれるほとんどのものは、それぞれの問題に直面してから、その状況を抽象化し、解析することによって理論体系をつくり上げてきたのである。したがって、それなりの問題に対しては有効な方法というものがつぎつぎとできあがっていったが、一方では理論は一人歩きをはじめ、細分化され、抽象化の度合いが進んで実際の現象から遊離する方向にあるようである。もちろん、このような理論的なバックグラウンドを用意することも必要であるには違いないが、それはあくまでも実際の現象の理想化であって、それを実践に移すためにはそれなりの方法論を研究する必要があると思われる。理論的には存在定理を証明することが第一義であっても、それを使うためには解を求めるためのアルゴリズムが必要なのである。

理論の実践という点に関してもっとも必要でありながらあまり触れられていないのが、前提条件に関する感度分析ではないだろうか。理論はすべてそれを成り立たせるための前提条件をもっているが、その前提条件を満たす現象はまれとってよい。しかし、われわれは所与の条件を満たしていると見なして解析を行ない、それほどの不都合を生じない、という例を数多く経験している。理論というのは現実に起こり得ないような場合も含めてあらゆる事態を想定して構成されており、そのような特殊例にひきずられた条件が設定されている場合が多い。したがって、どのような条件がどこまで緩和できるか、ある条件を別の条件で置き換えた時、結果にどのように響くかというようなことを考えることは、実践という立場に立てばかなり重要なことだし、その理論にとっても守備範囲を拡げることになるだろう。

さかせがわ・ひろたか 1944年生  
1969年東京大学理学部数学科卒  
現在、統計数理研究所勤務  
専攻：計算機数学および待ち行列理論