

え せ 似非モデルの功罪

頭の体操は、日頃頭を使わなさすぎる人たちのためにある。数学モデル、似非モデルにかぶれた手合いは、もっと手足を動かし、人間族の生きざまを観察すべきではないのか。

ORで登場するモデルにもいろいろあるが、個別モデルや標準モデルとよべないモデルも相当ある。それらに共通している点は標準モデルと同等かまたはそれ以上の複雑さはあるがその背後に対応する実際の現象が存在しないことである。その意味でモデルという言葉はついていてもモデルではないので“似非モデル”とよぶことにしたい。後で議論するように、似非モデルにもまったく役に立たないものから、将来標準モデルに昇格しそうなもの、また対応する現象はないが他の標準モデルの性質を理解するうえで有用な情報を提供してくれるもの、などいろいろあり、その名前から一概に悪者あつかいするわけにはいかない。

またモデルの範疇には入らないが、標準モデルを抽象化していった究極のものとして各種の数学がある。これらも直接対応する現象は存在しないが、標準モデルよりも抽象化が進んでいるところが似非モデルとは異なる。これらをモデルのための数学という意味で“モデル数学”とよぶことにしよう。モデル数学は現在知られている標準モデルの性質を理解するのに必要であるだけでなく、新しいモデルを創造していくうえで決定的に重要な役割を担っている。ここでは似非モデルの功罪とモデル数学の役割について考える。

似非モデルの例

似非モデルとはどういうものかを討論したときに、その例として、複素計画モデル、信頼性の k out of n モデル、待つと効用が下がる待ち行列モデル、ゲーム・モデルとくに双対ゲーム・モデルをあげる意見があった。はじめの二つについて少し考えてみよう。

例 1 複素計画モデル

これは通常の実変数をもつ数理計画モデルを、複素変数を導入することによって拡張したものである。数理計画モデルでは、不等式条件の下である目的関数を最大または最小にするわけであるが、そこで本質的な役割を果たしているのが実数の順序性、つまり大小関係である。ここで変数を複素変数に拡張するとこの順序性がなくなり、いろいろ面倒なことが起こる。しかしその面倒を取り除くような仮定や条件を入れると、双対性などとの数理計画モデルとかなり似た性質をもつことが導きだせる。

この例は非常にポピュラーな標準モデルを数学的興味によって拡張して似非モデルをつくった典型的なものである。このモデルに対応する現象はいまのところ知られていない。ひょっとすると、将来、このモデルを使ってモデル化するのが適切であるような状況が見つかるかもしれないが。

例 2 信頼性の k out of n モデル

システムの信頼性を考えるときに、各構成要素が直列に並んでいるとか、並列に並んでいると考えて、各構成要素の信頼性からシステムの信頼性を演繹する方法はよくなされている。この直列と

並列の中間の状況を表現するために k out of n という並び方を考えたのがこのモデルである。これは、 n 個の構成要素のうち故障しているものの数が $k-1$ 以下ならばシステムは正常な稼動状態にあるが、故障している構成要素の数が k 以上になるとシステムは故障の状態になると考えるものである。

筆者は不勉強で、このモデルがどのような理由から提案されたのかはわしくは知らないが、素人考えでつぎのような現象と対応させたのではないかと想像している。

n 台の冷凍機をもつ冷却システムを考える。

このシステムが要求されている冷凍能力は、ちょうど $n-k+1$ 台の冷凍機がフル回転したとき得られるものに等しい。したがって $n-k$ 台以下の冷凍機しか動かないときは故障とみなす。

これは k out of n モデルでモデル化してもよさそうではあるが、冷凍機がフル回転しているときと余裕ある運転をしているときでは故障率が違ってきはしないかとか、必要な冷凍能力という概念自体ははっきりしたものではないので故障の冷凍機の台数が k と $k-1$ でシステムの状態が全然違ったものにする必要があるのか、などの疑念が生じる余地がある。 k out of n モデルは筆者には似非モデルのように感じられるが、ピッタリする現象があって本当は立派な標準モデルなのかもしれない。

この例のように標準モデルなのか似非モデルなのかかわからないモデルは多い。待ち行列モデルの中でも本当に標準モデルといえるのはほんのわずかで、変てこなサービス分布をもった待ち行列モデルなどは似非モデルに違いない。

似非モデルの功罪

似非モデルには既成の標準モデルを修正してつくられたものが多い。つくられたときの動機には、数学的興味によるもの、モデルの解析の演習問題として、もとの標準モデルの性質を調べるた

め、業績を稼ぐ目的から論文をでっちあげるため、などいろいろなものがある。しかしどれもが実際の現象をモデル化することを目的としていないところに問題がある。ではこれらの似非モデルはわれわれにとってどの程度役に立っているのであろうか。

これらのモデルがそれらをつくった人に対してそれぞれいくらかずつはプラスしていることは否定できない。数学的興味からつくられたものはその興味をいくらかは満足させたであろうし、演習問題としてつくられたものは数学的思考の訓練にかなり役立ったであろう。論文をでっちあげて業績を稼いだのは十二分にその目的を果たしたものといえよう。

しかし、これらがモデル本来の使命またはモデル理論体系の発展に貢献しているかという点、そうではないものが大部分であるといわざるをえない。とくに論文をでっちあげるためにつくられた似非モデルは、美辞麗句で着飾っているためちょっと見にはすばらしいモデルのようであるから始末が悪い。情報過多の根本原因である。

演習問題を行なうためにつくられたモデルにも役立たない似非モデルが多い。これらはつくった本人には役に立っても、モデル学にとっては害にしかたない。ただ、学生たちが勉強のためにモデルをつくり、学会の研究発表会で発表する程度のことは大目みでやりたい気もする。本物のモデルの研究へ入る準備段階なのだろうから。

多少役に立っていると思われる似非モデルにはいくつかのタイプがある。一つは、現在対応する実際の現象が知られていなくとも、将来、そのモデルがピッタリする現象が見つかる可能性の大きなものである。前述の、信頼性の k out of n モデルが似非モデルだとしたならば、ちょうどこのケースに相当するであろう。このようなモデルには似非モデルではなく“先取りモデル”とか“昇華モデル”という名前をつけるべきだという意見もあった。しかし数学的興味から標準モデルをいじ

くっているうちに、たまたま昇華モデルが出てきたというのならともかく、はじめから新しいモデルをつくることを目指して昇華モデルをつくるというのは本末転倒である。

役に立つ似非モデルのもう一つのタイプは、他の個別モデルや標準モデルの性質を洞察するためにつくられたものである。たとえば、変わった型のサービス分布をもつ待ち行列モデル（それ自身は似非モデル）がそうで、その性質を調べることによって、平均待ち時間などのサービス分布への依存の具合がわかり、個別モデルの性質をみる時に有用となる。筆者はサービス時間が0の客が混って入ってくるような $M/G/s$ 型待ち行列モデルを使ったことがあるが、これは平均待ち時間の議論に非常に有効であった。前述の複素計画モデルもこのタイプの似非モデルと考えられないこともない。少々苦しい感じはするのだが……。

このように、当然のことながら、はっきりと目的をもった似非モデルはそれなりに役に立っているが、モデルをつくるだけの目的でつくった似非モデルはほとんどのものが百害あって一利なしである。やはり個別モデルから出発して、標準モデルへいくのが堅実な方法であろう。

モデル数学の例

モデル数学にはいろいろのものがある。初等的なものでは、線形数学、微積分、確率統計、など、少し高級なものでは、微分方程式論、確率過程論、ゲームの理論、などの例がある。もっともゲームの理論とかグラフの理論などは標準モデルの集まりと考えてもよいかもしれない。最近発達したものではマトロイド理論がある。これはグラフ理論とネットワーク理論で線形独立と類似の概念をとりあげて新しい理論に構築したものである。確率過程論のほうでは weak convergence の概念が出て、待ち行列モデルの近似の問題などが大分見通しよくなった。トムのカタストロフィー理論はまだモデル数学としての評価が確立して

いないが、将来、有力なモデル数学となる可能性もある。

数値計算に密接に関連した“アルゴリズム”もモデル数学と考えるとよいのかもしれない。数値計算用のアルゴリズムがいろいろと開発されたことによって、モデルのたて方にも変化が出てきて、いいアルゴリズムのある標準モデルばかりが好んで利用されるようになった。これが標準モデルのメニューを減らす結果となっているのは皮肉である。

モデル数学の役割

標準モデル、個別モデルを問わず、よいモデルをつくるには、その道具ともいべきモデル数学が整備されていることが必要である。モデルにおけるモデル数学の役割には大きくわけてつぎの三つがある。

- i) 現象を記述する道具としての役割
- ii) 記述されたモデルの解析を行なう道具としての役割
- iii) 現象を記述する際に捨象してしまった要因による影響の程度を見積る手段としての役割

このうちで ii) の役割については、ほぼ満足できる程度の水準までモデル数学は発展していると思われる。電子計算機利用技術の発達によって、いままで数学的に解析しにくかった問題も数値的にならば解析できるようになり、解析不能なモデルはほとんどなくなった感じである。残された問題点は、いかに効率よく解析するかであろう。とくに数値的にしか解析できないものを数学的に解析できるようにモデル数学を展開できれば最高である。たとえ数値的な解析ができるとしても、数学的に解析することに比べれば、それに必要な費用ははるかに大きい。しかも、パラメータのいろいろなケースについて別々に計算してみなくてはならず、見通しの点からも数学的な解析には遠くおよばない。

しかし、モデルを効率的に解析するモデル数学をつくり出していく点については、i) や iii) の役割のモデル数学を発展させることに比べてはるかに楽観できる状況にある。これはわれわれモデル屋と自称している数学屋のもっとも得意とする分野であるからである。それと反対に i) や iii) の役割を果たすモデル数学をつくることは非常に重要ではあるが、われわれにとって非常に苦手なところである。これらは現象に対する深い洞察力が必要とされるからで、ゲーム理論、ファジィ情報、カタストロフィー、マトロイド、と i) の最近の成果を並べてみても、これらの発展がごく少数の天才の手に委ねられてきたことがわかる。

i) の現象を記述するモデル数学の発見は、たしかに天才でないともむずかしいかもしれない（とはいっても、われわれの一人一人が天才でないという証拠はないので諦めてはいけないのかもしれないが）。しかし、天才が発見してくれたモデル数学の芽を育てるのはわれわれの仕事ではなからうか。これらをどんどん個別モデルにとり入れ、標準モデルにまで消化（昇華）する努力を惜しんではならないと思う。

iii) のとり入れなかった要因の影響を見積るモデル数学も似たような状況にある。こちらのほう

が ii) と関係があるだけ、われわれにはとりつき易いかもしれない（それにしても、感度分析や摂動法という名前で知られるモデル数学の消化の悪さは、われわれの怠慢をあらわしているようで、はずかしいかぎりである）。近頃のように環境問題が大きな社会問題となってきたときに、iii) のモデル数学の発展に力を入れないと、ORのモデルがますます社会の要請と遊離してしまう恐れがある。これからのモデル屋の最大の課題であろう。このようなモデル数学はどのようにして研究していけばよいのか筆者にはむずかしすぎてわからないが、感度分析だけでなく、デルファイ法とかKJ法、NM法などの発想法的方法の中にもその糸口があるような気がする。また i) のタイプのモデル数学とも密接に関係してくるであろう。天才も凡人も、役に立たない似非モデルなどいっていないで、i) と iii) のタイプのモデル数学の研究に力を結集すべきときがきたのではなからうか。

たかはし・ゆきお 1944年生
1972年東京工業大学大学院博士課程修了
東京工業大学助手を経て、現在東北大学助教授
(経済学部経営学科)