

ほどよい“うそ”を加味したモデル

なぜモデルをつくるのだろうか。それは問題解決というOR本来の目的のためにつくる場合と、直接は問題解決とは無関係につくる場合とがある。このような議論は本特集の中の随所でいろいろな側面からなされている。鈴木氏、森村氏、高橋氏らの記事を読んでいただきたい。

前者の立場から見れば、モデルは目的でなく手段であり最終的に結果が出ないものでは意思決定のためには何の役にもたたない。したがって、このモデルが解けなくても、たとえ解がなくても答を出すのがORワーカーの仕事である。そのためには少々の“うそ”は大目にみていただかなくてはならない。いや、積極的な“うそ”の利用こそORの精神だといえる。国語辞典には、

うそ＝事実とくいちがっていることと出ている。自然科学で学んだ数学的モデルはあたかも真実の表現そのものと錯覚するほどであるが、ORのモデルはどんな素人にも事実とのくいちがいが明らかにわかるものが多い。とくに人間のかかわりあうシステムでは顕著である。

われわれの社会では“うそ”は大体が悪いことと相場が決まっているが、モデルの世の中ではいくら“うそ”をついても法律にふれる心配もないし、出てきた結果の使い方を間違わなければ大いに“うそ”の効用を享受したいものである。

“うそ”の効用といっても、実際には問題の設定から解を得るまでの各段階でいろいろな種類と水準の効用がある。たとえば、問題を診断する段階で、「ハハハ、これはLP病だ」と“うそ”をついてしまえば、あとは計算機メーカーのお仕着せのMPSがうなりをあげて答を出してしまう。こ

れは、定式化が容易で、さらに最適解が必ず見つかるというご利益を承知していたからであろう。また、定式化してみたが解けないということは日常茶飯のことであるが、いったん数学的な厳密さをかなぐり捨ててしまえば、その型の問題の大部分のものに対して最適解に準ずるようなよい解を出してくれる簡便法や近似解法が考えられる場合が少なくない。

以下では、モデル化の各段階で“うそ”を掘りだしてみよう。

1. 問題設定の段階における“うそ”

「困った、困った」といっている問題を定式化可能な形に問題を記述することが行なわれる。学校の教師が学生の試験問題を作成するとき、その問題が定式化できて、しかも解が求められることまで見通している。ある型の標準的な問題に対しては、このような見通しのもとに問題自身を記述することができるだろう。しかし、一般的には問題の認識の仕方によって問題の目的も変わってくるし、制約と思っていたものもそうでなくなるし、環境条件だと思っていたものも制御可能になったりする。このように問題の境界をはっきりと決めないうちは問題が確定しないが、このあたりでついた“うそ”はもっとも影響の大きい“うそ”になる。ある工場だけをみれば、フル生産が最適解であったが、全社的に見ればこの工場の生産を停止することが最適解になることがある。ORの入門書では問題は与えられるものとしてあつまっているが、与えられた問題が本当に問題であるのかどうか疑問をもつことが大切である。現実の日

常性の中に深くはまり込んでしまうと、現実を大胆に否定してみるという“うそ”はなかなかつきにくくなっている。制約の中で最適化を考えるより、まず制約を崩す効果を調べるほうがはるかに面白いことがある。このような問題の設定をいろいろの角度から試みたくえて問題を確定すべきである。

在庫管理手法を学んだ者が在庫費用を節減するために、発注量を変えてみたり、発注点を変えてみたりしようとする。このような問題設定のパターンに馴らされているからである。下請け業者に一杯飲ませてリードタイムを短くするほうが在庫を節減してくれるかもしれない。また、部品を標準化し共通部品としてトータルの在庫を減らすことも可能であろう。

問題を設定することに対し、なまじOR手法を知っていることが禍になってはつまらない。柔軟な頭で与えられた問題の“うそ”を看破し、また本当の問題を浮かびあがらせるよううまい“うそ”で問題を洗練することが望まれる。とはいうものの、標準的な手法やモデルを積極的に意識しながら問題を整理することは、これ以降の段階における手間や解を得る保証があることを考えれば利口なやり方の一つではある。

2. 定式化の段階における“うそ”

ORのプロセスでこの段階の“うそ”がもっともOR的ではなばなしなものといわなければならない。ときには芸術的とさえ思われる“うそ”もある。現実の問題をあつかううえでは、モデルは現実に似ているかどうかは問題でなく、モデルを通じて得られる解や情報が役に立てばそれで十分なのである。モデル学においては、モデルは現実の抽象という意味で似ていることが建前となっている。たとえば、砂糖の代用品としてのサッカリンは化学的モデルでよく似ているが、米の飯の代用食としてのふかし芋は似ても似つかないが目的は果してくれたといえる。

さて、数理計画モデルにおける線形性の仮定とか凸性の仮定や、確率モデルにおける独立性の仮定とかマルコフ性の仮定など、すべて議論の単純化→モデルの単純化→解析の容易化という流れに乗せてしまうための“うそ”である。現実には線形であるはずがなくても、線形であると仮定した“うそ”の効果は感度分析などで容易に評価でき、解を補正することが可能なら文句はなからう。変に曲ったままモデル化すると、はじめから解けなかったかもしれない。このような“うそほんとうなモデル”は牧野氏の“阿呆かしこなモデル”に通ずるところがある。

モデルづくりには構成要素間の因果関係を記述するという一面があるが、その因果関係がよくわからないところを確率変数の導入によって“うそ”をつくることがある。たとえば、ある品物の需要は何々分布にしたがうなどという。実際には需要全体が偶然に決まるものではなく、70%か80%の部分までは確定的な因果関係があつて説明がついて残りが偶然の変動と見るべきかもしれない。需要はわれわれの手で動かせないのならば何々分布というあつかい方で不便はなく、むしろ面倒がなくよい。しかし、確定的な因果関係の側にわれわれの手がとどく制御可能な変数が含まれていれば、問題の様子は一変してしまう。ルーレットはモンテカルロ法の解説などでランダムネスの代表選手として話に出てくるが、カジノのディーラーが本気になると、かなりの確率で制御可能になるとさえいわれている。

また、分布しているものの評価を期待値でごまかすことが多いが、注意を要する。たとえば、1/2の確率で100万円が当たる宝くじが1枚だけある。この宝くじの収入の期待値は50万円であるから40万円でこの宝くじを買うのは得である。しかし、買う気になる人は少ないものと思われる。歪みのない硬貨をはじめて表がでるまで続けて投げる。それが第 n 回目だったら2 n 万円もらえる。この賭けの参加料がいくらだったら参加するか。期待

収入は ∞ だから参加費がいくらであっても得である。しかし、100万円の参加料を払う人がいるだろうか。期待値が評価の基準にならない例である。

定式化された問題がすべて解けるわけではないから、問題が解けるように再定式化することが必要になる。順序づけやスケジューリングの問題を0-1型整数計画問題に定式化するのは簡単だが、実用的な規模の問題はまず解けない。分枝限定法のような列挙法によるか、それでも効率の悪い場合はヒューリスティックな近似解法によるかになるだろう。分枝限定法では、簡単で精度のよいバウンドをどうやってつくるか、いかにブランチを出すかが定式化の巧拙につながる。ヒューリスティックな方法では名人芸の定式化が問題となる。

その他、最適制御のような変分問題を離散的に近似させて線形計画問題に定式化したり、非線形な関数を折線で表現したりするのはみな解析を容易にするためにつく“うそ”である。

しかし、 x_j は0または1という条件を、 $x_{j-1} \leq 0$ かつ $x_j(1-x_j) \leq 0$ と非線形計画問題に定式化するのは“うそ”ではなくトリックといわれる。

“うそ”は役に立たなければならぬ。

3. 解析の段階における“うそ”

定式化の部分と解析の部分とは一連の過程で常にフィードバックがかかりながら煮つまってゆくものなので、日常ルーチン化した型の問題を除いては、それぞれの段階の仕事を別の下請にやらせることは考えられない。したがって、境界を引いてしまうことは無意味だが、ここでは一応話をわけて整理してみた。

モデルから正しい解が求まらないとき、この段階における問題が発生する。厳密な解を見つける方法が見いだせない場合、原理的には見つかるのだが計算量が莫大になって実際的でない場合である。いずれの場合においても、定式化の段階に戻って“うそ”のつきなおしをするのは一つの筋道である。さらに、予測用のモデルをつくったが過

去の実績をも再現しないというように、モデル自身が不適格と考えられる場合もある。これは定式化における“うそ”が正に“うそ”だったのである。

もう一つの筋道は解き方にバラエティをもたせるために“うそ”をつくることである。離散値しかとらない変数を含んだ最適化の問題では微分法は使えないが、場合によっては連続変数と思って微分し、その結果を丸めれば正解が得られる。

厳密な解を求める算法が見つからない場合は、近似的に最適な解を求める手だてを考えることになる。昨77年の12月号の本誌で特集したIA法はネットワーク上の最適な流れを求めるための近似解法である。ときには最適解に到達することもあるだろうが、近似解は最適解からとんでもなく離れた解であるかもしれない。また、設備投資計画問題における追加利益率法は組合せの問題の近似解を得るための簡便法である。いずれも、実際問題では容認できる“うそ”といえよう。

もっと細かいところまで目を向ければ変数変換なども解を得るための工夫である。いままで歪んで見えていたものが、あつという間にまっまるに見えたりすることになるのだから面白い。

厳密な最適解が見つかる場合でも、200万円の経費をかけて利益500万円の最適解を求めるほうが得か、50万円の経費ですむ近似解法で利益400万円の最適でない解を求めるほうが得かは考える余地もない。最適解を求めることが最適であるというのは“うそ”になってしまった。

粗いモデルを使って精密な計算をするのは馬鹿ばかしい。どこかのラジオ局が自局の視聴率は何%になるかというので、キャスターが団地などへ出かけてゆき、生番組でラジオから団地の奥さんによびかける。「何号棟の奥さん、このラジオを聴いている人はバルコニーに出てください」と。

「28軒中5軒の方が手を振っています」。そうすると、局の方で電卓で計算し、「本日の視聴率は17.8571428%でした」という。この割算に“うそ”はないが、2桁目でさえ信頼できない。サンプル

数と信頼区間の関係は統計学で学ぶところだが、これと同じようなことをORの計算の中でやっていないと誰が断言できよう。「15%から20%ぐらいといっておきましょう」とでもしてもらえば満足である。概算のほうが正しい情報を提供し、詳細な計算のほうが“うそ”の情報を提供しているというのはいいすぎか。

4. データの“うそ”

たいていの問題を解くには、モデルづくりにもデータが必要だし、解を求めるにもデータが必要である。データが用意されていないと大破綻になる。所要のデータをとりにいくことが可能であっても、1年に1個のデータしか採取できないような場合は、さし迫った意思決定のためにモデルが使えない。まして過去のデータは何年待っても得られない。“うそ”のデータを捏造しなければならない。そのために、またまたモデルをつくって“うそ”のデータを発生させることが考えられる。

また、実際ほとんどのデータ自身に“うそ”が混じりこんでいる。卒論で電気製品の需要予測をしている学生が「先生どうしましょう」と相談にきた。第*t*年度の需要 $X_t = \text{新規需要 } Y_t + \text{買増需要 } W_t + \text{買替需要 } V_t$ という基本式を考え、 Y_t 、

W_t 、 V_t をそれぞれ決定するモデルをつくらうというのである。実際に観測されているのは何年分かの X_t と人口 P_t 及び普及率 r_t だけである。そこで、新規需要 Y_t の推定値 $\hat{Y}_t = r_{t+1}P_{t+1} - r_tP_t$ として $W_t + V_t$ の推定値を $\hat{W}_t + \hat{V}_t = X_t - \hat{Y}_t$ として計算した。そうするとこれが負になってしまう年がでてきた。

どのような方法で観測し、どのような計算を行なってつくったものが明確でないデータがすべて真実と思って使うことはできない。データの“うそ”を取り除いてしまう“うそ”が必要になる。

皆さん、上手な“うそ”を開発しましょう。

参 考 文 献

- [1] 昭和51年度総合研究(A), 鈴木義一郎他: モデルの適合性と最適化(II)
- [2] Wagner: *Principles of Operations Research*, Prentice-Hall, 1969.
- [3] OR誌 Vol. 22, No. 12, 1977.
- [4] 千住鎮雄, 伏見多美雄: 設備投資計画法, 日科技連, 1974.

わかやま・くにひろ 1941年生
慶応義塾大学大学院工学研究科管理工学専攻修了
法政大学工学部助教授

「オペレーションズ・リサーチ」誌定価改訂のお願い

昭和51年1月、本誌が日本オペレーションズ・リサーチ学会の機関紙として刊行されてからはや2年が経過いたしました。この間、諸物価高騰の激しい経済的変動の中で現定価を維持しながら、読者の皆さまへより新しい知識と、より迅速な情報をお届けすべく努力して参りました。

しかしながら、印刷費・用紙代の値上り、人件費をはじめ諸経費の上昇などのため、読者の皆さまのご協力をあおがなくては学会運営に支障をきたす段階に立ちいたりしました。低成長時代と呼ばれている今日、誠に心苦しいお願いではございますが、3月号よりつぎの通り定価を改訂させていただきます。

ただし、すでに契約済みの分につきましては、次回購読更新時までは現行定価にて取り扱わせていただきます。

なお、「オペレーションズ・リサーチ」誌の充実につきましては、今後格段の努力をつづける所存でございますので、今後ともご愛読賜りますよう切にお願い申し上げます。

社団法人 日本オペレーションズ・リサーチ学会

1部定価 650円 (現在 600円)
年間予約購読料 7,200円 (現在 6,600円)