解説

信頼性の数学(3)

鳩山　由紀夫

3. 保全性の数学

過日OR学会のパネルディスカッションの席上，ORが盛んになって一番得をしたのは大学関係者であろう．なぜなら論文が書きやすいから，との発言が企業の方からなされていた．企業に直接役立たない論文ばかりであるという指摘と解釈できるが，信頼性，保全性などの理論は社会的有用性の仮面をつけているだけ余計にその直撃から免れ得ないところである．ただ，程度の差こそあれ，この現象は他のほとんどの学問にも顕著であるようで，たとえば数理経済学でもこれが大きな悩みと聞く．

ところで，居直ってしまえば話は簡単で，大学は即戦力養成機関である必要はない．学生にとっては，問題に直面したとき，その問題の性格を認識し，解決への方向づけがある程度念頭に浮かぶくらいのセンスを身につけることができるならば，十分社会での活躍が期待できるはずだし，教育もそれをめざすべきである．学術論文のほとんどは簡略化されたモデルをあつかい，実践にそのまま応用できるものは少ないであろうが，それらからのエッセンスを抽出し，上記のセンスを養なうことには十分意味がある．

一流の板前は同じ料理でも客の好みを見わけ，客ごとに味付けを変えるという．そのセンスは経験的および直観的に客の嗜好を選別し，使うタネ，包丁，調味料などを十分認識することによって養なわれる．われわれは，これからシステムの保全問題を研究される方，あるいは多少とも興味をもっておられる方を対象として，問題という客を見わけつつ数学とよばれる包丁をいくつか紹介してみようと思う．

3.1 待ち行列を用いるモデル

一般にシステムの保全性を考える場合，システムあるいはその構成要素（ユニット）は，摩耗などの原因により劣化，故障し，それが修理または取替により元の正常な状態にもどる．システムがある特定の瞬間に機能を維持している確率をアベイラビリティー(アップタイム比)とよぶが，システムのアベイラビリティーの計算にとくに関心がある場合などに待ち行列を利用したモデルが使用されることが多い．このモデルが効力を発揮するのは，保全を考慮に入れたシステムを設計する際に，システムの冗長度や，保全員の数，能力等の組合せにいくつかの候補があり，システムダウンが致命的な影響をおよぼすためにできるだけアベイラビリティーの高い政策を選択しなくてはならないときである．

このモデルの長所は，ユニットの故障とシステムダウンとの関係がある程度複雑でもあつかえること，アベイラビリティーの他，故障しているユニットの数（休止台数)の平均値，休止台数を総ユニット数で割った休止率，休止しているユニットが修理を受けるまでの修理待ち時間の平均値等が比較的容易に求まることであろう．これに対して欠点としては，待ち行列の特性として，システムが複雑になるに伴ない，ユニットの故障間隔が指数分布にしたがい，修理時間も指数分布にしたがわないと数学的にあつかいにくいこと，異なる政策ごとにモデルを構築して解いてから比較せねばならぬこと，それに予防保全の思想が入りにくいことがあげられよう．

典型的な例を2つ示して，いかにモデルを構築して解くのかを学んでゆこう．

〔例1〕 単一ユニットシステム

もっとも単純なモデルである．システムはただ一つのユニットから構成され，作動しているユニットの故障間隔はパラメータ(故障率) λ の指数分布にしたがい，修理時間はパラメータ(回復率) μ の指数分布にしたがうものとする．故障ユニット数を状態と考えれば，システムの状態は0で作動中，1で故障中である．時点 t においてシステムの状態が i (0か1)である確率を $p_i(t)$ とすれば，$p_0(t)$ が求めたいシステムのアベイラビリティーであり，$p_1(t)$ がアンアベイラビリティーである．t 時点から $t+dt$ 時点の間に，状態が $0\to1$ となる推移確率は λdt,

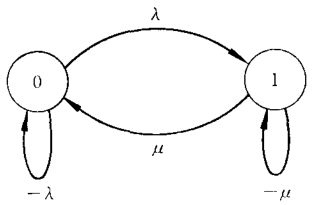

図 3.1 単一ユニットシステム

$0\to 0$ は $1-\lambda dt$, $1\to 0$ は μdt, $1\to 1$ は $1-\mu dt$ なる確率をそれぞれもつ．これを図 3.1 のようにあらわす．したがって，

$$(37)\quad \begin{cases} p_0(t+dt)=p_0(t)(1-\lambda dt)+p_1(t)\,\mu dt \\ p_1(t+dt)=p_0(t)\,\lambda dt+p_1(t)(1-\mu dt) \end{cases}$$

が成り立ち，$dt\to 0$ とすれば，

$$(38)\quad \begin{cases} \dfrac{dp_0(t)}{dt}=-\lambda p_0(t)+\mu p_1(t) \\ \dfrac{dp_1(t)}{dt}=\lambda p_0(t)-\mu p_1(t) \end{cases}$$

となる．この微分方程式を見て，図 3.1 のかきあらわし方が納得いただけたと思う．これらと，

$$p_0(t)+p_1(t)=1$$

より $p_i(t)$ が解かれ，アベイラビリティー $A(t)$ は，$\rho=\lambda/\mu$ とおけば，

$$A(t)=p_0(t)=\frac{1}{1+\rho}+\frac{\rho}{1+\rho}e^{-\lambda(1+1/\rho)t}$$

と求まる．ここで ρ はシステムを一時間稼動するために必要な平均修理時間であり，保全性に重要な係数である．アベイラビリティーは漸近的に $A(\infty)=\dfrac{1}{1+\rho}$ に近づく．

〔例 2〕 k-out-of-n システムで保全員 s 人の場合

同一のユニット n 個から成るシステムで，n 個中少なくとも k 個が動作していればシステムは動作する冗長システムを考える．例 1 と同様ユニットの瞬時故障率は λ で，保全員 1 人によるユニットの故障回復率は μ であり，可能なかぎりにおいて各故障ユニットに 1 人の保全員が修理にあたる．簡単のため保全員の数は $s\leqq n-k+1$ 人とする．システムダウンの間は全ユニットを休止させ，新たなユニットの故障は起こらないものとする．前の例と同様，故障ユニットの個数を状態と考えれば，システムの流れ図は図 3.2 のようになる．この図からただちにつぎの連立微分方程式が立てられる．

$$(39)\quad \begin{cases} \dfrac{dp_0(t)}{dt}=-n\lambda p_0(t)+\mu p_1(t) \\ \dfrac{dp_1(t)}{dt}=n\lambda p_0(t)-(\mu+(n-1)\lambda)p_1(t) \\ \qquad +2\mu p_2(t) \\ \dfrac{dp_2(t)}{dt}=(n-1)\lambda p_1(t)-(2\mu+(n-2)\lambda) \\ \qquad p_2(t)+3\mu p_3(t) \\ \qquad \vdots \\ \dfrac{dp_s(t)}{dt}=(n-s+1)\lambda p_{s-1}(t)-((s-1)\mu \\ \qquad +(n-s)\lambda)p_s(t)+s\mu p_{s+1}(t) \\ \qquad \vdots \\ \dfrac{dp_{n-k}(t)}{dt}=(k+1)\lambda p_{n-k-1}(t)-(s\mu+k\lambda) \\ \qquad p_{n-k}(t)+s\mu p_{n-k+1}(t) \\ \dfrac{dp_{n-k+1}(t)}{dt}=k\lambda p_{n-k}(t)-s\mu p_{n-k+1}(t) \end{cases}$$

これらと $\sum_{i=0}^{n-k+1}=p_i(t)=1$ から，状態 i にいる確率 $p_i(t)$ がすべて求まる．この問題では，$\overline{A}(t)=p_{n-k+1}(t)$ がアンアベイラビリティーで $A(t)=1-\overline{A}(t)=\sum_{i=0}^{n-k}p_i(t)$ がアベイラビリティーを与える．一般式は煩雑にすぎるのでここでは簡単な 2-out-of-3 システムで保全員が 2 人の場合を取り上げ，定常状態におけるアベイラビリティーを計算する．この場合には流れ図は 図 3.3 のようになる．

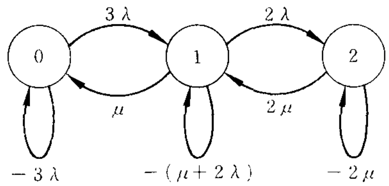

図 3.3 2-out-of-3 システムで保全員 2 人の場合

連立微分方程式は

$$(40)\quad \begin{aligned} \frac{dp_0(t)}{dt}&=-3\lambda p_0(t)+\mu p_1(t) \\ \frac{dp_1(t)}{dt}&=3\lambda p_0(t)-(\mu+2\lambda)p_1(t)+2\mu p_2(t) \\ \frac{dp_2(t)}{dt}&=2\lambda p_1(t)-2\mu p_2(t) \end{aligned}$$

これと $p_0(t)+p_1(t)+p_2(t)=1$ から t 時点でのアベイラビリティーは求まるが，$t\to\infty$ の定常状態では $\dfrac{dp_i(\infty)}{dt}=0$ となり，

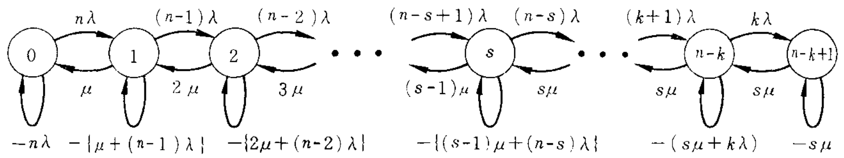

図 3.2 k-out-of-n システムで保全員 s 人の場合

$$(41)\quad \begin{cases} -3\lambda p_0(\infty) \qquad +\mu p_1(\infty) \qquad\qquad =0 \\ 3\lambda p_0(\infty)-(\mu+2\lambda)p_1(\infty)+2\mu p_2(\infty)=0 \\ 2\lambda p_1(\infty)-2\mu p_2(\infty)=0 \\ p_0(\infty)+p_1(\infty)+p_2(\infty)=1 \end{cases}$$

を解いて，$\lambda/\mu=\rho$ とおき

$$p_0(\infty)=\frac{1}{1+3\rho+3\rho^2},\quad p_1(\infty)=\frac{3\rho}{1+3\rho+3\rho^2},$$

$$p_2(\infty)=\frac{3\rho^2}{1+3\rho+3\rho^2}$$

が求まる．したがって定常状態のシステムアベイラビリティーは，$A(\infty)=p_0(\infty)+p_1(\infty)=\dfrac{1+3\rho}{1+3\rho+3\rho^2}$ である．

この辺の議論は[17]，[21]にくわしいので参考にされたい．

3.2 再生理論を用いるモデル

再生理論は保全性の問題では以下の2つのケースにとくに興味があるときに用いられることが多い．ひとつは機械が故障したときに取替あるいは修理を繰返すとき，与えられた期間中にどのくらいの修理回数あるいは予備品の個数を見積る必要があるかを知りたいときである．もうひとつは，事後保全のみでなく予防保全の思想も取り入れ，故障のときでなくともある時期がきたら取り替える，あるいは時期がくるまで故障しても取り替えず，その間の故障は部品修理程度ですます．さらに，あるいは故障回数がある値に達するまでは部品修理ですまし，値に達したときに取り替える等の保全政策を考察し，適当なコストや故障分布の仮定のもとに，最適な取替時期を決定したいときである．

このモデルの長所は故障の分布，修理時間の分布が待ち行列理論と比較してかなり任意であり，完全な分布が把握できていなくともある程度の性質が得られるならば理論的あつかいが可能なこと，一般のシステムやユニットの故障率は時間とともに変動するのが通常であるが，これに対処できることなどであろう．故障分布，修理時間分布に自由度がある反面，対象となるシステム自体は単純にならざるを得ないことが多い．すなわち，システムーユニット間の故障に関する絡み合いが複雑なシステム，保全員が多数いるシステム，政策が多種にわたるシステム，作動，取替，修理などの費用が単純でないシステムなどは困難である．

まず，最初のケースである予備品個数の見積りの場合から説明しよう．ある機械が故障のたびごとに取り替えられるとする．故障分布を F とすれば，時点 t までに取り替えられる個数 $N(t)$ の確率分布は，

$$(42)\quad P(N(t)=n)=F^{(n)}(t)-F^{(n+1)}(t)$$

で与えられる．ここで $F^{(n)}$ は F の n 回の畳み込みである．一般の分布形の場合(42)を各 n について計算し $N(t)$ の分布を求めるのは厄介である．このようなとき，分布の性質（たとえば IFR など）がわかっているならば，容易なバウンド計算が可能となり便利である．

定理13：$R(t)=-\log \bar{F}(t)$ とおく．

（i） $F\in\{\mathrm{NBU}\}$ ($\{\mathrm{NWU}\}$) ならば $n=1,2,\cdots$, で

$$(43)\quad P[N(t)<n]\geq(\leq)\sum_{j=0}^{n-1}\frac{[R(t)]^j}{j!}e^{-R(t)}$$

（ii） $F\in\{\mathrm{IFR}\}$ ($\{\mathrm{DFR}\}$) ならば $n=1,2,\cdots$, で

$$(44)\quad P[N(t)<n]\leq(\geq)\sum_{j=0}^{n-1}\frac{[nR(t/n)]^j}{j!}e^{-nR(t/n)}$$

証明は省略する([1] p. 162参照)．これらのバウンドはポアソン分布の表さえあれば求まるので有用であろう．なお，前章で説明したように，$\{\mathrm{IFR}\}\subset\{\mathrm{NBU}\}$ であるから，IFR に関しては（同様に DFR に関しては）分布を両側からはさむことができる．

つぎに時点 t までの取替回数の期待値を $M(t)$ とかくと，定義により

$$(45)\quad M(t)=\sum_{k=1}^{\infty}F^{(k)}(t)$$

であり，これは再生方程式

$$(46)\quad M(t)=F(t)+\int_0^t M(t-x)dF(x)$$

を満たす．したがって，分布 F の平均値を μ とすれば，有名な Blackwell の定理から，

$$(47)\quad \lim_{t\to\infty}[M(t+h)-M(t)]=h/\mu$$

これから極限状態における任意の時間間隔中の取替回数の期待値が得られるが，さらに $F\in\{\mathrm{NBUE}\}$ ならば，期待値 $M(t)$ は，

$$(48)\quad t/\mu-1\leq M(t)\leq t/\mu$$

で抑えられる．$\{\mathrm{IFR}\}\subset\{\mathrm{IFRA}\}\subset\{\mathrm{DBU}\}\subset\{\mathrm{NBUE}\}$ であるから，信頼性，保全性で重要な故障分布の多くにこのバウンドを使用できる．

機械が故障したとき，取替ではなく修理を行なうとした場合，機械が稼動している比率，すなわちアベイラビリティーを考慮する必要がでてくる．機械の故障率を λ，修理による故障回復率を μ とし（ともに分布は指数である必要はない），各故障，修理時間は互いに独立であると仮定できるとき，そのアベイラビリティーは再生定理（[15]参照）により，

$$(49)\quad A(\infty)=\lim_{t\to\infty}A(t)=\frac{1/\lambda}{1/\lambda+1/\mu}=\frac{1}{1+\rho}$$

で与えられる．ただし $\rho=\lambda/\mu$ である．

独立な n 個のユニットから構成されるコヒーレントなシステム ϕ を考えよう．その信頼度 $h=P[\phi=1]$ が各ユニットの信頼度の関数として得られているとき，もし各ユニット i が故障率 λ_i，修理回復率 μ_i をもち，故障

と同時に修理が開始されると仮定できるならば，システムのアベイラビリティーは，

$$A(\infty)=h(A_1(\infty),\ A_2(\infty),\cdots,A_n(\infty))$$
$$=h(1/(1+\rho_1),\ 1/(1+\rho_2),\cdots,1/(1+\rho_n)) \quad (50)$$

と求まる．ただし，$\rho_i=\lambda_i/\mu_i$ である．この式は，信頼度関数が既知の複雑なシステムでユニットの故障率，保全員の修理能力に選択の余地があるとき，費用などの条件を満たしつつ最大のアベイラビリティーをもたらすように設計したい場合などに用いることができよう．

つぎに，コストを導入した最適保全政策に話を移そう．使われる議論は必ずしも再生理論を中心としてはいないが，関連性の上でここで述べることが適切と思われる．古典的な3つの政策を取り上げる．くわしい展開は各文献を参照されたい．

ポリシーI([11])：もっとも単純な予防保全政策で，ユニットの取替時期は，作動開始から T 時間経過した時点か，あるいはそれ以前に故障するならば故障の時点である．故障したユニットの保全費用が予防保全費用よりも高く，ユニットの故障分布がＩＦＲクラスに属するならば，ユニットの取替に関する最適政策はポリシーIの形をとる．

ポリシーII([10]，[26])：多くのユニットから構成されるシステムで，ユニットの応急修理はシステム全体の故障率に影響を与えないモデルを考える．システムは一定時間間隔 T ごとに取り替えられる．その間のシステムの故障は故障したユニットの応急修理で済ます．応急修理にかかる時間の分布は任意とするとき，最適政策がポリシーIIの形をとるための必要十分条件が得られている．

ポリシーIII([22]，[23])：ポリシーIIと同様の条件下でのモデルを考える．システムは k 回目の故障ごとに取り替えられ，それ以外の故障時には故障ユニットの応急修理ですます．故障分布がＩＦＲクラスに属するとき，アベイラビリティーの見地から，また保全費用の見地からポリシーIIIの最適な政策の存在が保証されている．

3.3 マルコフ決定理論を用いるモデル

この10年あまり保全問題でのモデルづくりで流行しているのが，マルコフ決定過程およびセミマルコフ決定過程による定式化である．保全政策によるシステム内の変動を状態の遷移ととらえ，状態の遷移とそれに伴なう費用を現在の状態と政策とだけから記述し，費用の最適化をはかるのがマルコフ決定理論を応用したモデルであり，セミマルコフ決定理論を応用したモデルではさらに状態の遷移の起こる時点をも現在の状態と政策だけから確率的に記述することができる点で拡張されている．なぜ多く使用されているのか，その特徴を列挙してみる．

長　所

1. 定式化が容易である．
2. 動的計画法による定式化は解法をも示唆する（マルコフ決定理論での種々の既存のアルゴリズムを使用すればよい）．
3. 目的が費用最小化で説得力がある．
4. 平均期待費用の場合でも割引率のある総期待費用の場合でも，ほぼ同様に解が求まる．
5. 多種のアクションを同時にあつかえ，その中での最適なアクションを得ることができる．
6. システムの劣化の状態を詳細に記述できる．

欠　点

1. つぎの状態が現在の状態だけから記述できなければならない．
2. 解の定性的な意味づけを怠りやすい．
3. 実測しにくい費用を導入していることがある（目的が費用最小化である問題にはしばしばつきまとう）．

それでは実際にどのような保全モデルが考えられているかを追ってみることにする．大きく離散時間モデルと連続時間モデルとにわけられるが，定性的な意味づけは前者のほうが容易と思われるので，離散時間モデルに焦点を絞ることとする．

離散時間の保全モデルはまず Derman [12] によって基礎づけられ，Kolesar [20] によってより一般的な費用を含むモデルに拡張された．これらをさらに多少一般化したモデルをここで構築してみよう．

単一機械が作動しているシステムで，N 日間作動することを目的とする．毎日の終わりに機械の状態は検査され，離散的な劣化の状態（0が最良，1,2と劣化が進み，L で故障，$L+1$ は修理の状態を示す）のどれかにあることがわかる．n 日目の終わりを考えると，このとき故障していれば機械は修理されなければならないが，故障していない場合，すなわち $i<L$ のとき，修理するかそのまま翌日も使用するかどちらかのアクションがとれる．修理コストは $C_n(i,L+1)$ で，修理しない場合には作動コスト $C_n(i,i)$ がかかり，機械の状態はつぎの1日の間に i から j に確率 $p_{ij}{}^n$ で移行する．$j_n(i)$ を n 日目に状態 i にある機械に修理か否かのアクションをとった直後の機械の状態とすれば，

$$j_n(i)\in S_i=\begin{cases}\{i,\ L+1\} & i<L\ のとき\\ \{L+1\} & i=L\ のとき\end{cases}$$

であり，関数の列 $(j_1(i),j_2(i),\cdots,j_N(i))$ をポリシーとよぶ．このとき，N 日間の総期待費用を最小にするようなポリシーを選ぶことがわれわれの目的である．

$f_n(i)$ = n 日目終わりに状態 i にいるときの n 日目から N 日目までの最小期待費用

とおけば，つぎの動的計画法による定式化ができる．

$$f_{N+1}(i)\equiv 0$$

$$(51)\quad f_n(i)=\min_{j\in S(i)}\left[C_n(i,j)+\sum_{k=0}^{L}p_{jk}{}^n f_{n+1}(k)\right]$$

これを解けばよいわけであるが，定性的な議論なしでは，データが与えられるたびに解の形の推測なしに解かなくてはならず不便であるし，また定性的な議論から解法のアルゴリズムの改良が見いだせることが多い．いくつかの保全のアクションが可能なモデルを取りあつかう場合，しばしばなされる定性的な議論は最適なポリシーが直観的に魅力的な単純な形にならないかということである．

たとえばこのモデルでは，劣化が進むほど修理というアクションをとるべきであろうという直観のもとに，劣化の状態がある値よりよければ修理せず，悪ければ修理という単純なポリシーを考え，コントロールリミットポリシーとよび，そのポリシーの形が最適となるための十分条件を与える．

$$(52)\quad P_i{}^n(j)=\sum_{k\leq j}P_{ik}{}^n$$

とおき，さらに F，G を2つの確率分布関数とするとき，任意の $t\geq 0$ に対して $F(t)\geq G(t)$ ならば $F\subset G$ とかき，F は確率的に G より小と読む．つぎの性質がある．

補題4： $P_i(\cdot)\subset P_{i+1}(\cdot)\qquad i=0,1,\cdots,L-1$

⇔任意の非減少関数 $f(j)$ に関して

$$g(i)=\sum_{j=0}^{L}p_{ij}f(j)$$

が i に関する非減少関数となる．

証明は[13]に見られるので省略する．

$\gamma_n{}^*(i)$ を(51)の右辺を最小にする $j\in S(i)$ の値とするとき，つぎの定理が成立する

定理14： $n=1,2,\cdots,N$ に関して

a）$C_n(i,L+1)$ が i に関して非減少 $(0\leq i\leq L)$ で，$C_n(i,i)-C_n(i,L+1)$ が i に関して非減少 $(0\leq i\leq L-1)$ である．

b）$P_i{}^n(\cdot)\subset P_{i+1}{}^n(\cdot)\qquad i=0,1,\cdots,L-1$

a），b）がともに成り立つとき，以下のコントロールリミットポリシーが最適となるようなコントロールリミット i_1，i_2，…，i_N が存在する．

$$\gamma_n{}^*(i)=\begin{cases} i\ (\text{修理せず}) & i\leq i_n\ \text{のとき}\\ L+1\ (\text{修理}) & i>i_n\ \text{のとき}\end{cases}$$

さらに $f_n(i)$ は i に関して非減少である．

証明： 帰納法を用いる．まず $f_{n+1}(i)$ が非減少と仮定し，

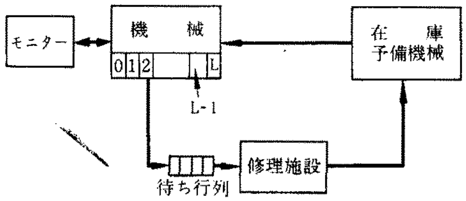

図 3.4 一般化された保全性システム

$$\varphi_n(i)=\begin{bmatrix}n\text{日目に修理しない}\\ \text{場合の最適期待費用}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}n\text{日目に修理する場}\\ \text{合の最適期待費用}\end{bmatrix}$$

$$=C_n(i,i)-C_n(i,L+1)+\sum_k(p_{ik}{}^n-p_{L+1,k}{}^n)f_{n+1}(k)$$

とおけば，b）と補題4から $\sum_k p_{ik}{}^n f_{n+1}(k)$ が i に関して非減少で，これとa）から $\varphi_n(i)$ が非減少となる．同様の議論により $f_n(i)$ も非減少となり，したがって任意の $n=1,2,\cdots,N$ について f_n，φ_n がともに i に関して非減少となる．i_n を $L-1$ を越えない $\varphi_n(i_n)\leq 0$ を満たす整数とすれば（もしそのような i_n が存在しないとき $i_n\equiv 0$ とする），$i\leq i_n$ のとき修理せず，$i_n<i\leq L-1$ のとき $\varphi_n(i)>0$ だから修理をするアクションをもつポリシーが最適である．（証明終わり）

これは有限期間内での最適ポリシーを求める問題であるが，割引率をもつ無限期間での問題への拡張は容易である．その場合には時間によらない定常なコントロールリミット $(i_n=i_{n+1})$ が存在する．また，平均期待費用を目的関数とする問題でもほぼ同様の結果を得る．

この種の問題，とくにコントロールリミットポリシーに焦点を合わせたモデルの拡張にはいろいろな方向づけがある．まず費用を確率的に変動させたモデルが[18]で研究されている．また，取替から修理への拡張，およびそれに伴ない必然的に生ずる予備機械の問題が[16]でなされている．劣化の状態を直接調べるのが困難で，モニターを必要とするときなど劣化状況検査に費用がかかる場合，毎時検査を行なうのが最適とはかぎらない．このような，アクションに検査を加えたモデルは[24]，[27]等に見られる．在庫と保全とを結合させたモデルもいくつかあり，[14]では事後保全の場合の予備機械発注時期と量を決定し，[25]において一般化され，予防保全を含むものとなっている．セミマルコフ決定過程を用いた一般化は[19]でなされている．すなわち劣化の状態の遷移時間が遷移に依存する確率変数となっている．コントロールリミットポリシーの最適性の条件が与えられているが，劣化の状態だけでなく，状態にいる時間をも考慮に入れたものに拡張されている．

一般化された保全性システムは図3.4のようであり，これを適当な条件のもとでマルコフ決定過程の問題とし

て定式化するのは困難なことではない．ただ，定性的な議論をするときに捉えにくいので未だあつかわれてはいず，現在までのものはその一部分を取り上げたものにすぎない．単なる取替は修理施設の能力0と解釈すればよい．複数作動機械，複数修理施設，修理施設の開閉，モニターの不完全性等，モデルの適用範囲は広く理論的展開が待たれる．

以上，保全問題を考えるときに使用されている数学のいくつかを具体的に示した．これらの概念が実際に個々の保全問題をつくるときの一助となればと願っているが，従来の形式にとらわれすぎ，無理にはめ込んで考えてしまうことは危険を伴なうので注意が肝要である．

参考文献（つづき）

[10] Barlow, R. E. and L. Hunter, "Optimal Preventive Maintenance Policies," *Operations Research*, **8**, 1 (1960), 90—100.

[11] Barlow, R. E., F. Proschan and L. Hunter, *Mathematical Theory of Reliability*, Wiley, 1965.

[12] Derman, C., "On Optimal Replacement Rules when Changes of State are Markovian," *Mathematical Optimization Techniques*, R. Bellman (ed.), University of California Press (1963). 201—210.

[13] Derman, C. *Finite State Markovian Decision Processes*, Academic Press, 1970.

[14] Derman, C. and G. J. Lieberman, "A Markovian Decision Model for a Joint Replacement and Stocking Problem," *Management Science*, **13**, 9 (1967), 609—617.

[15] Feller, W., *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, Vol. II, John Wiley & Sons, Inc., 1966.

[16] Hatoyama, Y., "Markov Maintenance Models with Repair," Technical Report No. 175, Department of Operations Research and Department of Statistics, Stanford University, 1976.

[17] 市田嵩，「保全性工学入門」，日科技連，1976.

[18] Kalymon, B. A., "Machine Replacement with Stochastic Costs," *Management Science*, **18**, 5 (1972), 288—298.

[19] Kao, E., "Optimal Replacement Rules when Changes of State are Semi-Markovian," *Operations Research*, **21**, 6 (1973), 1231—1249.

[20] Kolesar, P., "Minimum Cost Replacement Under Markovian Deterioration," *Management Science*, **12**, 9 (1966), 694—706.

[21] 国沢清典，本間鶴千代（監修），「応用待ち行列辞典」，広川書店，1971.

[22] Morimura, H., "On Some Preventive Maintenance Policies for IFR," *J. of Operations Research Society of Japan*, **12**, 3 (1970), 94—124.

[23] Morimura, H. and H. Makabe, "On Some Preventive Maintenance Policies," *J. of Operations Research Society of Japan*, **6** (1963), 17—47.

[24] Rosenfield, D. B., "Deteriorating Markov Processes Under Uncertainty," Technical Report No. 162, Department of Operations Research and Department of Statistics, Stanford University, 1974.

[25] Ross, S., "A Markovian Replacement Model with a Generalization to Include Stocking," *Management Science*, **15**, 11 (1969), 702—715.

[26] Sivazlian, B. D., "On a Discounted Replacement Problem with Arbitrary Repair Time Distribution," *Management Science*, **19**, 11 (1973), 1301—1309.

[27] Taylor, H. M., "Markovian Sequential Replacement Processes," Annals of Mathematical Statistics, **36** (1965), 1677—1694.

（おわり）

（はとやま・ゆきお　東京工業大学 工学部 経営工学科）

本誌に事例報告の原稿を

ORの特徴は実践にあるといわれています．実際的な応用をぬきにした理論ということはORでは考えられません．ところがわが国のOR界の現状では理論的な研究発表に比べて実践的な事例の報告がやや少ない感があります．

本誌でも以前から会員の皆さんからの事例報告をお願いしていましたが，まだ十分な成果をあげているとはいえません．その理由のひとつとしては企業の秘密ということもあると思いますが，ORの実践例というものが理論的な目新しさがなければ価値が少ないと誤解されていることも一因となっている気がします．

もっと気軽に，「こうやったらこれだけ利益があった」とか，「この問題はこう処理したが，もっとよい方法はないか」というような実例や問題提起をどしどししていただきたいと思います．会員同士の知恵の交換というつもりでこの欄の活用をお願いいたします．

（編集委員会）