特集　IA法

通信網設計へのIA法の応用

後藤　敏

電子通信における通信網は電話加入者や通信端末機器などからのメッセージの要求に応じて，その発信元から到着先へいたる径路をきめる交換機とメッセージを電気的な信号に交換して伝達する伝送路から成る．これらの交換機と伝送路とが有機的に結ばれ，組織的に一体化され，ネットワークを形成してはじめて，通信網の有効な利用，高度の利用が可能となる．

通信網には電話網，データ通信網，計算機網等さまざまの種類があり，これらは目的，規模，性格により分類されている．通信網設計の立場から見るとおのおのの通信網に共通な基本的問題にはつぎの2つのものがある．1つは与えられた通信網に対して，信頼性，融通性を考慮したもとで能率よく通信網を運用すること，すなわち，通信径路の選択制御という通信網制御の問題である．他の1つは通信の目的，メッセージの流れや量に応じて伝送路および交換機の機能を定め，制御が容易でかつ経済的にも効果のある網を設計することである．すなわち，いくつかの制限条件を満たすもとでの最適な網の構成問題である．これらの問題は電話網において古くから研究されてきた課題であるが，以下の理由から近年になり活発な研究が行なわれはじめた．

(1)　計算機網，データ通信網等の新しい通信網，および通信機器の出現

(2)　通信網の大型化

(3)　通信網制御へのコンピュータの導入

(4)　加入者へのよりよいサービスの向上

(5)　経済的効果への強い要求

本文では現実の場で解決を要求された，あるいは今後の重要な課題となっている通信網設計の問題のうち，IA法を実際に適用した例をいくつか紹介したい．まず第1節では通信網設計における共通な2つの基本的ネットワーク・フロー問題—多種フローにおける最大流問題(MXF問題)と最小コスト問題(MCF問題)—を述べ，これらの問題に対するIA法の解法を簡単に説明する．つぎに2節，3節では具体的な通信網設計の問題を取り上げ，それらの問題がMXF問題，MCF問題に帰着されることを示し，IA法を実際に適用する際の問題点を述べる．さらに，4節では簡単なプログラム実験の結果を示す．

2節であつかった伝送路網とは電話回線の持続のために日本全国の数百個の主要電話局間を結んでいる市外伝送路網を示している．電話局間に何本かの回線(チャネル)を設けておき，局内の切換装置により，回線の接続が行なわれ，通信が行なわれる．3節の計算機網とは，全国各地に設置されたコンピュータ間を通信制御装置を介して通信回線で結ぶものである．典型的な例としては米国のARPANET，TYNETがあるが，最近では企業内の計算機網化も活発となり，通信とコンピュータの有効な利用により，情報の多角的利用が進められている．伝送路網と計算機網との基本的違いは，ネットワークを設計する当事者は日本にお

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

いては，前者は日本電々公社であり，後者は一般のユーザーである．計算機網においてはユーザーは公社へレンタル料金を払い，ユーザーの目的にもっとも合った回線を借りることができる．

1. ネットワーク・フロー問題とIA法

通信網を解析または設計する場合，数理計画モデルにより定式化を行ない，適当な解析手法および計画手法を用いることにより問題の本質を明らかにすることができる．通信網設計の場合には，多くの問題はネットワーク・フロー問題に帰着される．そのうちでもとくに多種フローにおける最大流問題と最小コスト問題に帰着されることが多く，2節，3節でこれらの問題を具体的にあつかうため，この節でこの2つの問題を説明しておく．

以下の記号を定義しておく．

$V=\{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ ：節点の集合

$E=\{e_1, e_2, \cdots, e_m\}$ ：枝の集合

$G=(V, E)$ ：無向ネットワーク

$\delta^+(v_k)\,(\delta^-(v_k))$ $(k=1, 2, \cdots, n)$ ：ネットワークGの枝に任意に向きをつけたとき，節点v_kから出る(入る)枝の集合

$c_i\,(i=1, 2, \cdots, m)$ ：枝e_iの容量

$N_j(j=1, 2, \cdots, q)$ ：節点s_jとt_jとの間の要求フロー

$d_j(j=1, 2, \cdots, q)$ ：N_jの要求フロー量

$f_j(j=1, 2, \cdots, q)$ ：d_jのうち，Gに流せたフロー量

x_{ij} ：枝e_iに流れる要求フローN_jのフロー量

$\tilde{x}_i(i=1, 2, \cdots, m)$ ：枝e_iに流れるフロー量の和$=\sum_{j=1}^{q}|x_{ij}|$

$g_i(\tilde{x}_i)$ ：フロー量$\tilde{x}_i$を枝e_iに流すのに必要なコスト

多種フローにおける最大流問題(MXF問題)とは(1)式のものをいう．

MXF問題

(目的関数)最大流： $\sum_{j=1}^{q} f_j \rightarrow \max$

(制限条件)容量制限：$\tilde{x}_i \leq c_i$

連続性：

$$\sum_{i\in\delta^+(v_k)} x_{ij} - \sum_{i\in\delta^-(v_k)} x_{ij} = \begin{cases} f_j & (v_k=s_j) \\ 0 & (v_k\neq s_j,\ t_j) \\ -f_j & (v_k=t_j) \end{cases} \quad (1)$$

フロー要求：$0\leq f_j\leq d_j$

$(i=1, 2, \cdots, m\,;\ j=1, 2, \cdots, q\,;\ k=1, 2, \cdots, n)$

また，多種フローにおける最小コスト問題(MCF)問題とは，つぎのものである．

MCF問題

(目的関数)最小コスト：$\sum_{i=1}^{m} g_i(\tilde{x}_i) \rightarrow \min$

(制限条件)連続性：

$$\sum_{i\in\delta^+(v_k)} x_{ij} - \sum_{i\in\delta^-(v_k)} x_{ij} = \begin{cases} d_j & (v_k=s_j) \\ 0 & (v_k\neq s_j,\ t_j) \\ -d_j & (v_k=t_j) \end{cases} \quad (2)$$

$(j=1, 2, \cdots, q\,;\ k=1, 2, \cdots, n)$

容量制限：(1)式と同じ

節点s_jとt_jとの間の要求フローN_jに対して，ダミー枝e_jを定義し，ネットワークGにダミー枝を付加したネットワークをG^*とする．(**図1**参照)．枝のコストの値として，Gの枝には安く，ダミー枝にはきわめて高いものを考える．すなわち，

$E'=\{e_{m+1}, e_{m+2}, \cdots, e_{m+q}\}$：ダミー枝の集合

$E^*=E\cup E'$ ：Gの枝とダミー枝の和集合

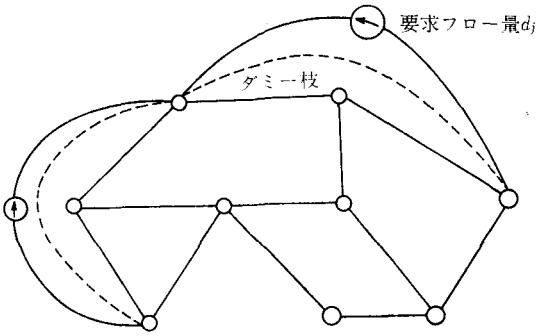

図1 ダミー枝を付加したネットワーク

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

$G^*=(V,\ E^*)$　　：ダミー枝をGに付加したネットワーク

$g_i(\tilde{x}_i)\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ m+q)$：フロー量$\tilde{x}_i$を枝$e_i$に流すに必要なコスト

$g_i(\tilde{x}_i)<<g_j(\tilde{x}_j)$

$(i=1,2,\cdots,m\ ;\ j=m+1,m+2,\cdots,m+q)$

と定義すれば，MXF問題は以下のようなMCF問題へ変換される．

MXF問題からMCF問題へ

(目的関数)最小コスト：$\sum_{i=1}^{m+q} g_i(\tilde{x}_i)\rightarrow \min$

(制限条件)容量制限：　$\tilde{x}_i\leq c_i$

連続性：

$$\sum_{i\in\delta^+(v_k)} x_{ij}-\sum_{i\in\delta^-(v_k)} x_{ij}=\begin{cases} d_j\ (v_k=s_j) \\ 0\ (v_k\neq s_j,\ t_j) \\ -d_j\ (v_k=t_j)\end{cases} \tag{3}$$

$(i=1,\ 2,\ \cdots,\ m\ ;\ j=1,2,\cdots,q\ ;$
$k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$

MXF問題がMCF問題へ帰着されることは以下の理由による．要求フローのすべてをネットワークG^*内に流すこととする．そのために容量が無限大のダミー枝を設けておく．MXF問題はG内にできるだけ多くのフロー量を流すことであり，このことはG^*内でダミー枝に流すフロー量をできるだけ少なくすることである．よって，フローがダミー枝に流れるときわめて高いコストがかかり，Gの枝に流れると安いコストがかかるとして，全体のコストが最小となるように流し方(MCF問題)を考えれば，もとのMXF問題を解いていることとなる．

さて，基本的にはMCF問題を解くこととなり，この問題は一般に非線形計画法によって解くことが可能である．ここではIA法を解法として適用するために，容量制限条件のない計画問題へ帰着させることを考える[1]．枝を流れるフロー量が容量制限を満たす間はさほどでもないが，満たさなくなると値が急激に増加するという罰金関数を設け，目的関数に加味することにより，容量制限の条件は考えなくてもよいこととなる．この罰金関数は$\varphi(p,\ \tilde{x}_i)$という2変数であらわされている．ここで，$p(\geq 0)$はパラメータで，$\frac{\partial\varphi}{\partial\tilde{x}_i}$は$\tilde{x}_i$に関して単調増大，$\lim_{p\rightarrow\infty}\varphi(p,\ \tilde{x}_i)=\lim_{p\rightarrow\infty}\frac{\partial}{\partial x_i}\varphi(p,\ \tilde{x}_i)=\begin{cases}0\ (\tilde{x}_i\leq c)\\ \infty\ (\tilde{x}_i>c)\end{cases}$となるものである(**図2**を参照)．よって(3)式のMCF問題は以下の容量制限なしMCF問題となる．

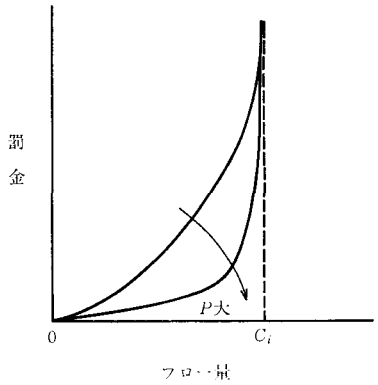

図2　罰　金　関　数

容量制限なしMCF問題

(目的関数)最小コスト：

$$\sum_{i=1}^{m+q} g_i(\tilde{x}_i)+\sum_{i=1}^{m}\varphi(p,\ \tilde{x}_i)\rightarrow \min \tag{4}$$

(制限条件)連続性：(3)式と同じ

(4)式の目的関数が連続微分可能な凸関数であるとき，Kuhn-Tuckerの条件[2]のネットワーク的解釈を行なえば，つぎのことが成立する．

「最適解においては，任意の要求フローN_jに対して微小のフローをそのフローを割当てている径路に流した場合，いずれの径路に対してもコストの増加は等しく，かつ，そのフローを割当てていない径路に流す場合に比べ，コストの増加は安い．また，この逆も成立する．」

以上の事実を利用することにより，つぎのIA法がみちびかれる．

(Phase 1)

最初はフローがまったく流れていない状態から出発し，おのおのの要求フローに対して少しずつ(ε%程度)，目的関数の値の増分を最小とする径

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

路にそって流してゆく．100/ε 回繰返し流すことによって，操作は終わる．

(Phase 2)

すでにすべての要求フローが流された下で，おのおのの要求フロー量の ε% を流してある径路から取り除く．フローが ε% 除去されたネットワークに対して，目的関数の値の増分を最小とする径路にそって，ε% のフローを再割当てする．先に述べた最適解の条件を満たせば操作は終了する．

Phase 1, Phase 2 で共通な目的関数の値の増分を最小とする径路とは，各枝についてコストのフロー量に関する微係数を長さとして枝に付加したネットワーク上での s_j から t_j への最短径路に相当する．Phase 1 ではなるべくいい解を速く求めることに主点があり，上で述べた方法をとくに用いる必要はなく，適当ないいヒューリスティック解法があれば採用すればよい．

p の値としては最初は p を小さくして解いておき，徐々に増加して最終的には∞の値とする．適当な p および ε をきめることは〔3, 4〕を参照されたい．

2. 伝送路網設計への応用

伝送路網は**図 3** に示すように，リンク(枝)と局(節点)からなるグラフであらわされる．リンクはいくつかの回線束(チャネル)からなり，回線はチャネルの縦続接続により構成される．現用回線とはある局から他の局への径路(パス)であって，そのパスが通るリンク内の 1 つのチャネルを占有する．予備回線とはすべての現用回線で占有されたチャネル以外のチャネル(予備チャネル)のみを用い，その縦続持続によって任意に構成されるある局から他の局へのパスである．局にはチャネル切換装置(SW)があり，回線の接続はこの SW によりきめられる．

故障がない状態(正常時)においては，現用回線の接続により通信が行なわれている（**図 4** 参照）

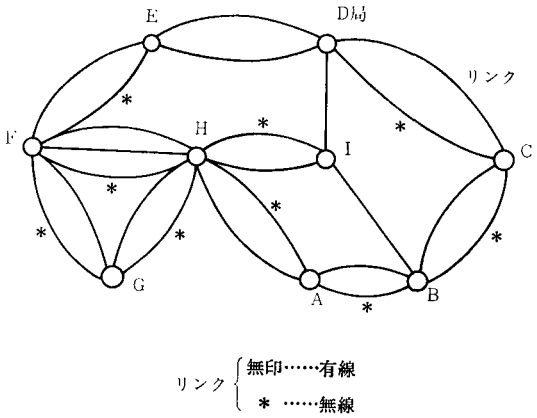

図 3 伝 送 路 網

が，リンクが故障したとき，そのリンク内のすべてのチャネル(現用および予備とも)は使用不可能となるため，そのリンクを通っている現用回線を他のリンクの予備チャネルへ割当てて，救済をはかることがなされる．図 4 でリンク BD が故障したとき，BD を通る現用回線は BD と ABD の 2 つあるが，予備チャネルが十分にないためにいずれかの一方のみが救済可能である．伝送路網は以上のような構成のもとに制御されているが網設計を行なう際に解決すべき問題をつぎに述べたい．

2.1 障害時における割当て問題

伝送路網は局を節点に，リンクを枝に対応づけたネットワークであらわされる．リンク e_i の予備チャネル数を枝の容量 c_i に，現用回線を要求フロー N_j に，予備回線をネットワーク内に要求フローを割当てたパスにそれぞれ対応づけることとする．現用回線に関するデータとして，つぎの記号を定義しておく．

$A_i(i=1, 2, \cdots, m)$：リンク e_i を回線として使用している現用回線の集合

$\sigma(N_j)\,(j=1,2,\cdots,q)$：現用回線 N_j を構成するリンクの集合

(i) 特定の 1 つのリンクの障害

リンク e_α だけが障害を起こしたとしてリンク e_α を通っている現用回線をリンク e_α 以外の予備チャ

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

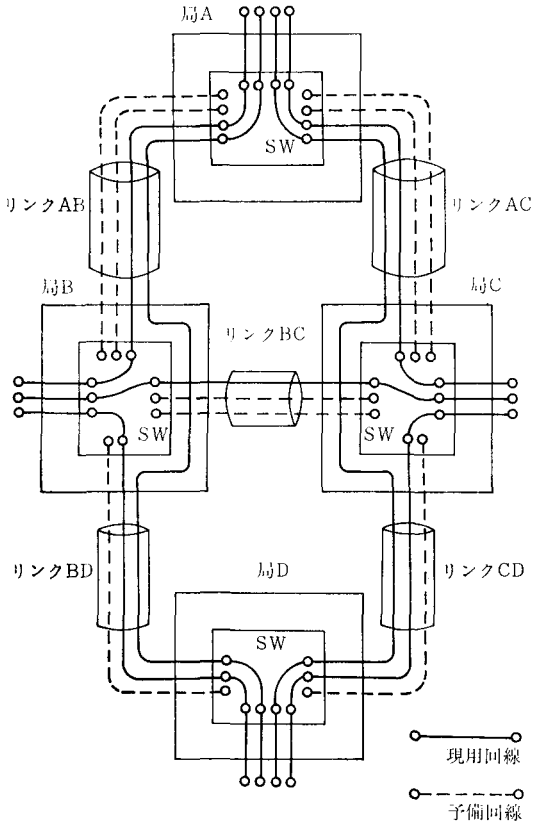

図 4 正常時における通信

ネルを使ってできるだけ救済する問題を考える．

(目的関数)最大流： $\sum_{j\in A_\alpha} f_j \to \max$

(制限条件)容量制限： $\tilde{x}_i \begin{cases} \leq c_i (i\neq\alpha) \\ = 0 (i=\alpha) \end{cases}$

連続性：

$$\sum_{i\in\delta^+(v_k)} x_{ij} - \sum_{i\in\delta^-(v_k)} x_{ij} = \begin{cases} f_j \ (v_k=s_j) \\ 0 \ (v_k\neq s_j, t_j) \\ -f_j (v_k=t_j) \end{cases} \quad (5)$$

フロー要求：$0\leq f_j\leq d_j$

整数：x_{ij}

$(i=1,2,\cdots,m\,;\, j\in A_\alpha\,;$
$k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$

この問題は整数型 MXF 問題となっている．

(ii) すべてのリンクの障害

リンクの障害は1度には1本しか起こらないとして，すべてのリンクが障害を起こす場合に救済する現用回線の本数を最大にする問題を考える．

(目的関数)最大流： $\sum_{j=1}^{q} f_j \to \max$

(制限条件)容量制限： $\sum_{j\in A_l} |x_{ij}| \begin{cases} \leq c_i (i\neq l) \\ = 0 (i=l) \end{cases} \quad (6)$

$(i, l=1,2,\cdots,m)$

連続性，フロー要求，整数

：(5)式と同じ

もし救済する現用回線を構成するチャネル数の総和を最大にするためには，(6)式の目的関数を，

$$\sum_{j=1}^{q} f_j \cdot \sigma(N_j) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j\in A_i} f_j \to \max \quad (7)$$

とすればよい．

(6)および(7)式であらわされる問題は制限条件または目的関数において MXF 問題と少し異なるが，MCF 問題へ変換したならば，枝の重みの与え方が異なるだけで，(4)式の容量制限なし MCF 問題と本質的には同じ形をしている．ただ1つの大きな相違点は伝送路網の問題では決定すべき変数 x_{ij} が整数値しかとらないことのため，IA 法を適用する際の理論的根拠はない．よってあくまでも最適解へ近い解を速く求めるというヒューリスティック算法の1つとして IA 法を採用することとなる．ところで整数型 MXF および MCF 問題は NP 完全であることが証明されており[5, 6]，最適解を簡単に（問題の規模に関して多項式オーダーのアルゴリズムで）求めることはまず不可能とされている．よって，ヒューリスティック算法に頼らざるを得ないが，コンピュータ実験の結果では，IA 法的アプローチによれば，十分満足な成果が得られている．

ここでの問題に IA 法を適用するときに注意すべき点は以下のとおりである．

(1) 微係数をとるかわりに，単位のフロー量を流すときに増加するコストを枝の重みとしたネットワークを作成し，最短径路問題を解く．

(2) 要求フロー量が少ない場合（実際の伝送路網では3以下のものもある）には，おのおのの要求フローを ε% 程度均等に減少させるわけにはゆ

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

かない．このときには要求フローの一部分を全体からランダムに取り出し，それらに対して径路の再割当てを行なうことを考える．

(3) 容量制限いっぱいにフローが流れている枝に着目し，そこのフローを適当な量だけ減少させ，新たに要求フローをより多く流すように行なう工夫も必要である．

その他IA法について一般的にいえることだが

(4) ネットワーク内に並列枝があるときは，前もって処理して，1本の枝にしておく．

(5) 1本の枝だけを使って流すことのできる要求フローがあれば，前もってそれらの要求フローの割当てを行ない，固定してしまう．残りの要求フローに対してIA法を適用する．

(6) ネットワーク構造を固定した下で，枝の重みを変えて最短径路を何回も繰り返し解く処理が要求される．プログラムの能率を高めるためには，この処理に対して特別の工夫も必要となる[7]．

ここであつかった問題に関連した文献は〔8—10〕を参考にされたい．

2.2 網の構成問題

通信網を新しく設計する問題，または既存の通信網を増強してゆく問題はネットワーク構成問題とよばれ，古くから理論的検討がなされていた．最近になり，アナログ網やディジタル網の統合化および新設・増設問題が現実の問題としてあらわれ，実用的見地から伝送路網を構成することが要求されている．網の構成問題はつぎのようにあらわせる．

局(節点)が与えられ，局間に回線が敷設可能ならばリンク(枝)を設け，不可能ならば設けないとして，ネットワークができる．このネットワークは一般には完全グラフの構造からほど遠いものとなっている．各リンクe_iには設置するチャネル数$\tilde{x}_i$(枝e_iに流すフロー量)の関数となっているコスト$g_i(\tilde{x}_i)$が与えられる．いくつかの局間を結ぶべきチャネル数d_j(要求フロー量)が与えられたときコストの総和が最小となるように各リンクのチャネル数を決定することが網の設計問題である．

$$
\begin{aligned}
&\text{(目的関数)最小コスト}：\sum_{i=1}^{m} g_i(\tilde{x}_i) \to \min \\
&\text{(制限条件)連続性}：\\
&\qquad \sum_{i\in\delta^+(v_k)} x_{ij} - \sum_{i\in\delta^-(v_k)} x_{ij} = \begin{cases} d_j & (v_k = s_j) \\ 0 & (v_k \neq s_j, t_j) \\ -d_j & (v_k = t_j) \end{cases} \\
&\qquad (j=1,2,\cdots,m\,;\ k=1,2,\cdots,n)
\end{aligned}
\tag{8}
$$

この問題はMCF問題となっており，目的関数が連続微分可能な凸関数であれば，1節で述べたIA法が直接適用できる．ところが目的関数が連続微分可能であっても凹関数であるときは，IA法を用いることは好ましくない．この理由は凹関数の性質から，任意の1つの要求フローを2つ以上の径路に分割して流すときのコストは，適当にとった1つの径路だけに流すときのコストに比べ，常に高いことが成立するためである[11]．

よって各要求フローに対して1本の径路をどのように定めるかが問題となり，IA法のように要求フローを分割して流すことはまったく意味がない．凹関数のときの問題は本質的に組合せ計画問題となるため，能率よい組合せ計画算法という立場から問題を取り組まねばならない．実際の問題では，各リンクのコスト関数は大域的には凹関数の形をした階段関数であり．最適化をはかることはきわめてむずかしい問題となっている[11]—[14]．

3. 計算機網設計への応用

計算機網の目的は資源の共有をはかることにより，処理の多様化をはかり，同時に能率と信頼性の向上をめざすことである．このとき資源としてコンピュータ，ファイル等の共有はもちろんのこと，通信網自体の共有をはかり，有効な利用をすることが要求される．

計算機網は**図5**のように，端末はホストコンピュータ(HOST)につながり，HOSTは通信制御用プロセッサー(IMP)につながっている．(端末が直接つながった通信制御用プロセッサー(TIP)もある．) IMPおよびTIPは通信回線で結ばれ

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

て，ネットワークを構成している．通信回線は日本では電々公社からレンタルで借りることができ，回線速度とコストとのかねあいで，ユーザーはシステムの要求に合わせて適当なものを選ぶことができる．端末からのメッセージはいくつかのパケットに分割されており，おのおののパケットはIMPまたはTIPを通過する際には，いったんその内部に蓄積され，径路割当て基準にしたがってつぎのリンクへ送り出される．

計算機網はIMP，TIPを節点に，リンクを枝に対応づけたネットワークであらわされる．リンク e_i の転送容量(ビット/秒)を枝の容量 c_i に，局間に通信すべきパケット数を要求フロー d_j に対応づけるとする．ここで計算機網の特性を記述するために，つぎのようなパラメータを導入する．

$\frac{1}{\mu}$：平均パケット長(ビット/パケット)

P_i：リンク e_i を通過する際の遅れ時間(秒/パケット)

k_i：リンク e_i の終端にあるIMPを通過する際の遅れ時間(秒/パケット)

各メッセージの径路の割当て方をきめたとき，リンク e_i を流れる平均データ量(ビット/秒)を $\tilde{x}_i=\sum_{j=1}^{q}|x_{ij}|$(枝 e_i に流れるフロー量)とすれば，ネットワーク内のメッセージ全体の平均遅れ時間 T† は

$$T=\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{m}\tilde{x}_i\left[\frac{1}{c_i-\tilde{x}_i}+\mu(p_i+k_i)\right] \tag{9}$$

であらわされる．ここで $d=\sum_{j=1}^{q}d_j$ である．

3.1 最適径路割当て問題

計算機網の径路割当て方法には，メッセージの平均的な流れを前もって知っておき，平均的な意味で最適となるように径路の割当てを求める静的な方法と，流れの混雑状態に応じて径路の割当てを変える動的な方法とがある．ここでは前者の静的な方法に関して，最適な径路割当てを考える．

† 仮定として，各リンクへはパケットはポアソン分布で到着し，パケット長は指数分布をしているとした．

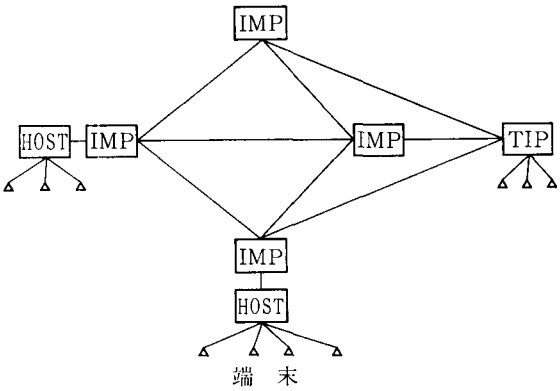

図5 計算機網

問題はリンクの転送容量およびいくつかのIMP間に通信すべきパケット数を与えて平均遅れ時間が最小となるように径路を決定することである．

(目的関数)最小遅れ時間：

$$\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{m}\tilde{x}_i\left[\frac{1}{c_i-\tilde{x}_i}+\mu(p_i+k_i)\right]\rightarrow\min$$

(制限条件)連続性：

$$\sum_{i\in\delta^+(v_k)}x_{ij}-\sum_{i\in\delta^-(v_k)}x_{ij}=\begin{cases}d_j & (v_k=s_j)\\ 0 & (v_k\neq s_j,t_j)\\ -d_j & (v_k=t_j)\end{cases} \tag{10}$$

容量制限：$\tilde{x}_i\leq c_i$

$(j=1,2,\cdots,m\,;\,k=1,2,\cdots,n)$

この問題はMCF問題となり，しかも目的関数は凸関数となるため，1節で述べたIA法が適用できる．

3.2 網の構成問題

計算機網の場合は，回線はレンタルで借りているために，伝送路網に比べて比較的容易に網の構成を行なえ，また，再構成も楽である．

IMP，TIP(節点)が与えられたとき，IMP間に回線が接続可能ならば，リンク(枝)を設けることにより，ネットワークができる．リンク e_i に転送容量 c_i の回線を使用するときには $g_i(c_i)$ のコストがかかるとする．問題はいくつかのIMP間に流すべきパケット数を与えて，平均遅れ時間が $T_{\max}$ 以内の下で，回線を借りるのに必要なコストを最小にすることである．

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

(目的関数)最小コスト：$\sum_{i=1}^{m} g_i(c_i)$

(制限条件)最大遅れ時間：

$$\frac{1}{d}\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{1}{c_i-\bar{x}_i}+\mu(p_i+k_i)\right]\leq T_{\max} \quad (11)$$

連続性，容量制限：(10)式と同じ

この問題は径路の割当て問題とリンクへの容量割当て(回線速度の決定)問題とを同時に解く問題となる．よって，3.1の最適径路割当て問題をIA法により解くルーチンを繰り返し使って，コストが最小となるようにリンクの容量を決定してゆく方法をとることとなる．

3節であつかった問題の参考文献は〔15—17〕を参照されたい．

4. 実験結果[8]

2.1節の(ii)の問題((6)式であらわされている)をプログラム化し，実験を行なった．すなわち，リンク障害が起こった場合に救済する現用回線を最大にする問題である．**表1**にプログラム実験の結果をまとめた．ネットワーク理論における最大フロー・最小カット定理を用いて，解の上界を求めて，プログラム実験の結果と比較したところ，例題1と例題3では本方法による結果は最適解に到達しており，例題2ではあとたかだか2本しか流せないことがわかった．

必要なメモリーの大きさはプログラムとデータの部分から成り，プログラム自体の大きさは9kwであった．データ部分に関しては問題を記述するに必要なデータと解を格納するに必要なデータから成り，余分な作業領域はほとんど必要としなかった．計算時間はPhase 1とPhase 2とから成るが，ほとんどはPhase 1にかかった時間であった．一般のIA法の場合はPhase 2にかかる時間は大きいが，ここであつかった問題では変数が整数値しかとらなく，しかも1つの要求フローあたりのフロー量が平均2.5程度であることのために，局所的最適解へ速く到達してしまうことが，Phase 2にかかった時間が少なかった原因と思える．

表1 プログラム実験の結果
(計算機はNEAC 2200 M500を使用)

	例題1	例題2	例題3
節点数	9	24	24
枝数	27	27	27
枝の容量の総和	101	247	289
要求フローの種類	54	112	112
要求フローの総量	133	291	291
流せた要求フロー量	122	262	291
必要メモリー(kW)	17	30	30
計算時間(秒)	1.2	9.3	7.4

ここではIA法をヒューリスティック算法の1つとして用いたが，プログラム実験ではきわめてよい結果が得られており，IA法は実用的に有効な方法であることが確かめられている．ただし，もし真の最適解または真の最適解からの相対誤差がある範囲内に入っている解を求めることを要求された場合には，組合せ計画手法の立場から，アルゴリズムを考えねばならない．

むすび

本文では通信網設計へIA法を応用する立場から，IA法の基本的な考え方，IA法が適用できる通信網の設計問題，および実験結果を述べた．電子通信システムの分野で他にIA法が応用されている問題として，LSIレイアウト設計における配線径路決定問題[18]〔19〕，交通システムにおける交通流予測問題[20]等がある．これらはいずれも多種フローの最適化問題として定式化され，IA法が利用されている．

IA法の特長として，

(1) 問題の構造は同じだが，目的関数または制限条件が異なる問題に対しては，枝のコスト関数を少し変えるだけで，プログラムはまったく同じものが使える．

(2) 使用する計算機のメモリーは問題を記述す

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

る程度ですむ.

が上げられ，実験結果によれば計算実行時間も速いことがわかった．またプログラム自体もさほど大きくなく，簡単につくり，試すことができる．

最後に，本稿をかくにあたり貴重なご意見をいただいた日本電気株式会社・伝送通信事業部および中央研究所のかたがたに感謝いたします．

参考文献

〔1〕 A. V. Fiacco and G. P. McCormick, "Nonlinear programming : Sequential unconstrained minimization techniques", John Wiley and Sons (1968).

〔2〕 H. W. Kuhn and A. W. Tucker, "Nonlinear Programming", Proc. of the 2nd Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Univ. of California Press, Berkeley (1950).

〔3〕 伊理正夫, "IA 法の数理計画法による定式化", 本特集.

〔4〕 森口繁一, "IA 法における振動と収束", 本特集.

〔5〕 R. M. Karp, "Reducibility among combinatorial problems", Complexity of Computer Computation (R. E. Miller and J. W. Tatcher eds.), Plenum Press, New York (1972).

〔6〕 S. Sabni and T. Gonzalez, "P-complete approximation problem", J. ACM, Vol. 23, No. 3 (1976).

〔7〕 S. Goto, T. Ohtsuki and T. Yoshimura, "Sparse matrix techniques for the shortest path problem", IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. CAS-23, No. 12 (1976).

〔8〕 堀口，岡村，吉村，後藤，吉田，石崎, "伝送路網の多径路化問題のグラフ理論にもとづく一考察", 電子通信学会・通信方式研究会，CS 75-48 (1975).

〔9〕 Y. Ishizaki, N. Yoshida, S. Sasabe and Y. Ishiyama, "Multi-commodity flow approach to assignment of circuit in case of failure in a communication network", IX International Conference on Mathematical Programming, to be held in Budapest, Hungary (1976).

〔10〕 山縣，八木，笹部，石山，吉田, "DSW 方式における切換パターン設計法", 昭和51年度電子通信学会総合全国大会 (1976).

〔11〕 B. Yaged, Jr., "Minimum cost routing for static network models", Networks, Vol. 1 (1971).

〔12〕 N. Zadeh, "On building minimum cost communication networks", Networks, Vol. 3 (1973).

〔13〕 相原，篠田，高橋, "伝送路網構成における集束アルゴリズム", 電子通信学会技術研究報告 CS 77-14 (1977).

〔14〕 千本，稲村，笹部，青島, "障害を考慮した伝送路網構成法", 昭和52年度 電子通信学会 総合全国大会 (1977).

〔15〕 M. Gerla and L. Kleinrock, "On the topological design of distributed networks", IEEE Trans. on Communications, Vol. COM-25, No. 1 (1977).

〔16〕 L. Fratta, M. Gerla and L. Kleinrock, "The flow deviation method : An approach to store-and-foward computer-communication network design", Networks, Vol. 3 (1973).

〔17〕 A. Segall, "The modeling of adaptive routing in data-communication networks", IEEE Trans. on Communications, Vol. COM-25, No. 1 (1977).

〔18〕 後藤，小山田, "LSI 配線プログラムの径路決定について", 情報処理学会第15回大会 (1974).

〔19〕 H. Kato, H. Kawanishi, S. Goto, T. Oyamada and K. Kani, "On automated wire routing for Building Block LSI", IEEE International Symposium on Circuits and Systems (1974).

〔20〕 西野他, "交通量の予測方法の開発", 日本OR学会 (1972).

ごとう・さとし　1945年生
1970年　早稲田大学大学院工学修士
日本電気中央研究所勤務
専攻：電子通信システムのCAD

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.