

IA法について

その発展過程と応用

奥平 耕造

1. IA法の出現まで

IA法という言葉は、まだ一般に受け入れられている言葉ではない。Incremental Assignmentの頭文字をとって、便宜的にIA法とよんでいるだけである。森口教授は、IA法のことを“ちょびちょび法”と、よんでいる。“ちょびちょび法”というのがIA法をよくあらわす日本語であることは、そのうち、わかってもらえると思う。

Incremental Assignmentというのは、もとは交通計画において考案された方法であるので、IA法の説明にはIA法があらわれた当時の交通計画研究の状況を説明しておかねばならない。

1950年代アメリカにおいて、道路建設計画を科学的に行なおうとする一連の努力が払われた。その過程で、交通網にある変更を加えたら、それを利用する人がどのように反応するかを調べることが重要視されるようになった。はじめのうちは、バイパスをつくれれば、それに、どれだけの交通量が転換するかといった、交通網のごく一部を対象にした研究であったものが、やがては、都市内全域へ広げられた研究へと発展した。

本格的な交通計画は起終点調査 (Origin Destination Survey) にはじまった。ある地点から、ある地点へゆこうとする車が何台あるかという調査である。その量を将来のある時点で予測し、それが無理なく交通網を流れることができれば、計

画された交通網は適切なものであると判断することができる。そのために、予測された交通需要を実際に交通網に流してみることが必要である。しかしながら、「現実に近い形で流してみる」ことはかなり厄介なことであることがわかってきた。具体的な作業としては、2地点間を移動する車台数をそれが利用すると思われる道路に割付けることであり、それを Assignment と名付けた。

車が2地点間を移動しようとするとき、もっとも早くゆける径路を選ぶと考えられる。したがって、もっとも単純な Assignment は移動の総量を最小時間の径路に全部割付けてしまうことである。この方法はなるほど簡単ではあるが、いくつかの問題がある。たとえば割付けられる順番の早いものが、いい道をどんどん埋めてしまうので、順番の遅いものはかなり遠回りをしなければ目的地にゆけなくなる。

このような Assignment の結果が、現実の車の流れと、いちじるしく違うことは明らかであり、それをそのまま交通網の評価に使えないことも明らかである。この方法が利用できるのは、交通路の容量制限をはずしてしまい、もっとも都合のよい道をだれもが利用できるとすれば、交通網の各枝にはどれぐらいの車が通るかを調べる場合である。しかし、便利な道を通りたい車の数は膨大なものになり、それだけの容量をもった交通路をつくるのが不可能なこともあるので、このよ

うな Assignment の結果を十分生かすことはできない。また車がいつも同じ速度で走れるという仮定も非現実的である。

だれしも経験することであるが、道が混んでくると、車は思うようには走れなくなる。ということは交通網内での車の流れ方によって、2地点間を移動する際の最短経路は変わるということである。Assignment において、この点を配慮する試みが行なわれるようになり、Assignment は発展のつぎの段階に入った。そのプロセスは、まず、容量制限をはずして割付けを行なう。つぎに、割付けられた量と容量から、所要時間を修正する。もし、容量よりはるかに多くの車が割付けられていれば、その区画では走行速度が非常に小さくなり、不便な道になる。そのようにして改めた最小所要時間にもとづいた割付けを行ない、収束する

まで繰り返す。

この方法はなかなかすぐれたものであるが、実際に車を運転している人の径路選択法とあまりにかけはなれているので現実をシミュレートしているとは考えにくいという欠点も持っている。そこで登場してきたのが Incremental Assignment である^{3) 5)}。

Incremental Assignment 法（以後略して I A 法とよぶ）の最大の特徴は2地点間の移動の総量をいちどに割付けず、少しずつ(ちょびちょびと)割付けるところにある。そのプロセスをごく簡単にかくとつぎのようになる。

- 1) 割付ける起終点をランダムに選ぶ。
- 2) 選ばれた2点間の最短経路を探す。
- 3) そこに総量のあるパーセンテージだけを割付ける。

- 4) 割付けられた交通量に応じて走行に要する時間を改める。
- 5) すべての交通需要が割付けられるまで1)～4)を繰り返す。

この方法は、常に交通網全体に少しずつ負荷を増やすことができるし、運転者の径路選択に近い決定が行なわれるところから、I A 法は推奨される方法となり普及していった。以上、かなりはしょっているが、I A 法出現までの過程である。このように、I A 法は都市内の自動車の流れをシミュレートするために考案された方法である。

このように、I A 法は都市内の自動車の流れをシミュレートするために考案された方法である。

2. 多種流モデルと I A 法

これまで述べてきたような経緯を経て、I A 法が徐々に定着し、マニュアルも発行されたころ、ちょうど、森口教授を委員長

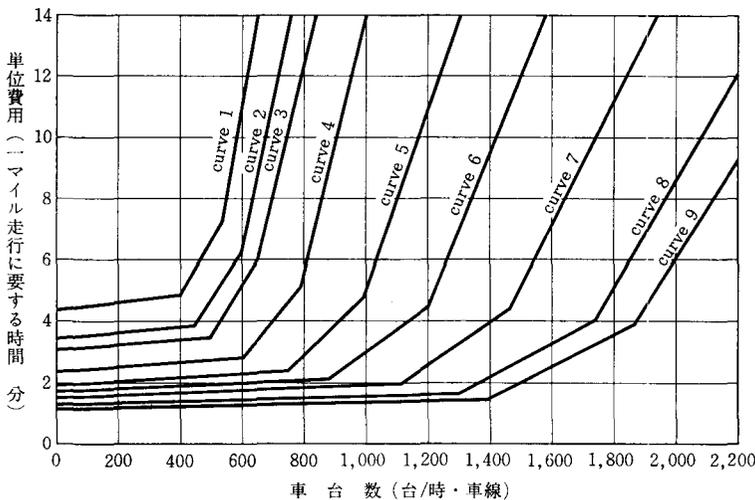


図 1 交通量と単位費用^{2) 5)}

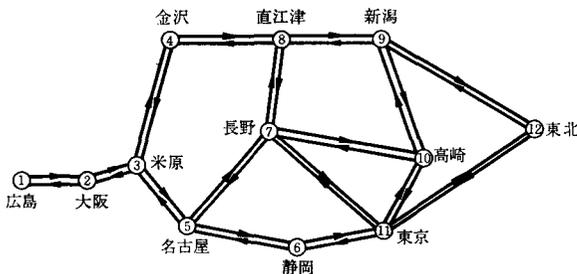


図 2 12ノードモデル

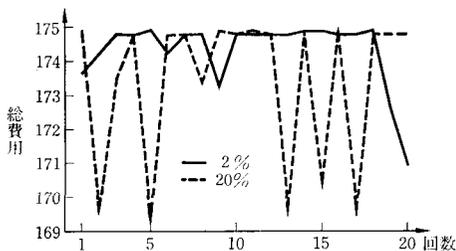


図 3 Increment による総費用の変化

とするグループが、国鉄から、「各種物資の流動において、その特性と生産、消費の立地等の与件から各種輸送網を最適化する基本原理とその手法を研究し、国鉄の長期計画に資する」ことを目的とした研究を受託した。それまで、通勤輸送の研究で交通網内の 1 種類の流れについては経験をつんだグループも、各種物資という多種類の流れについては未経験であり、そのための利用可能な手法についての検討が行なわれた。

多種流問題というのは 1 種流問題の延長上にあるように見えても、ひとつの大きな違いがある。いわゆるキルヒホッフの法則による流れの保存則が成り立っていないなければならないのは当然であるが、輸送網の各枝を流れる物資の総計が、その枝の容量に等しいか、それ以下でなければならないということが問題を非常に複雑にしている。もちろん LP の問題として解けなくはないが、実用的な問題を解こうとすると非常に大きいモデルになり、分解原理によっても容易に解けないスケールになってしまう。そこで、IA 法を使ってみてはということになり、報告書⁵⁾を読んだところ、いくつかの問題が生じ、すぐそのまま適用することには問題があるという結論に達した。それらを列記すると以下ようになる。

- 1) ODペアがランダムに選ばれるということは、Assignment のたびに結果が異なると予想される。
- 2) 1 回の Increment が割付けられる量の 10% となっているが、それが最良であるとは考えにくい。

3) 費用関数が図 1 のような折れ線で近似されているため、費用さえかければ容量はいくらでも増えるというのは、はたして、現実的であるか。

このような疑問を解消しながら、IA 法の実用性をたしかめるべく研究がはじめられた。スタディのために選ばれた輸送網を図 2 にあげる。物資の数は 3 で輸送網もノードの数が 12 と比較的小さいものが選ばれた。

最初に increment を何パーセントにすると、どのような結果になるかという検討が行なわれた。その結果は初期乱数の影響も入るので、厳密に increment のパーセンテージだけの結果におよぼす影響を知ることはできないが、その例を図 3 に示す。毎回乱数の出方が違うので総輸送費用は変化している。輸送網の容量制限がかなりきびしいので、積み残しがあり、積み残しがあれば、それを運ばないですむだけ総輸送費用は小さくなる。一般的な傾向としては、increment が小さいほど変動が激しくなることもあり、素朴な IA 法は安定な方法とはとてもいえないようにみえた。

このような小さいモデルならば LP によって解くことも可能であり、その結果と比較することで IA 法が、最適な輸送計画をたてるために、どれだけ実用的な手法であるかも、あわせて検討したが、結果はかなり不満足なものであった。

3. IA' 法

素朴な IA 法のふるまいは、実用的な方法としては不満足なものであったが、現実の運転者の径路選択をシミュレートするという感じをもっとよく出せば、IA 法が実用に耐えるようになるのではないかというので、つぎのように考えてみた。

いま、ある地域にトラックをそれぞれ 100 台ずつ保有する運送会社が 30 社あり、その地域内の道路網を使って毎日一定量の貨物を運んでいるとする。この道路網を使うのはこれら 3,000 台のトラックだけとする。道路網を構成している各道路を通過するに要する時間は、各道路の混雑状況に応

じて変化するものとする。各運送会社はその日の道路混雑状況を見ながら径路を選定するとする。

ある日、各社がいっせいに開業したとする。第1日目には、各社は保有台数の5%、すなわち5台ずつを道路上に車がないときもっとも短い時間で目的がはたせるような径路を選んで走らせる。

第2日目には、前日の5台は同じ径路を走らせるが、第1日目の混雑状況を見て、その状況のもとでもっとも少ない時間でゆける径路に新たな5台を走らせる。第3日目は、それまでの10台は同じ径路を走らせてつぎの5台を第2日目の混雑状況を見てもっとも早い径路を割当てる。このことを繰り返して20日たつと、各社ともすべての車の径路が定められる。

しかし、第20日目の混雑状況を見て、各社とも、上のようにして定めた路線ではないところを選んだほうがより得だと思ふかもしれない。しかし、各社がいっせいに自社の100台すべての径路を変更したのでは、その変更の影響で混雑状況ははなはだしく変化するので、そのような変更は一般には改善にはならないであろう。そこで、第21日目には、100台中95台までは、第20日目と同じ所を走らせ、あとの5台を第20日目の混雑状況のもとでもっとも有利な径路を走らせてやる。第22日目も同じように前日の交通流を全体として0.95倍したものに、前日の混雑状況のもとで各社にと

ってもっとも有利な径路を通る5台ずつのトラックの流れを重ね合わせる。

もし上記の原理で30の運送会社がすべて行動したとすると、全体の交通の流れは、定常状態に到達することが予想され、そのような流れはなんらかの意味で最適な流れになっていると考えられる。この例では、

- i) 各社のトラックの任意の2地点間の走行台数を与えて、
- ii) 総損失を最小にするような流れを求める問題の解になっていることがわかる。

このようにして解を得る手続をIA'法とよぶことにし、第20日目までの手続に対応する部分を“Phase I”，第21日目以後に対応する部分を、“Phase II”とよぶことにする。アメリカの交通計画におけるIA法は、したがって、Phase Iに相当するものであるといえる。

4. IA*法の検討

IA法をやや改良したIA'法による検討を繰り返すうちに、IA'法でもある程度有用な解は得られるが、無分別にPhase IIを繰り返すだけでは、厳密な解に一致するわけではないことが、理論的にも実験的にも明らかにされた。

総輸送費用(z)は輸送路 κ を流れる物資 i の量を $x_{\kappa i}$ とし、 e_{κ} を輸送路 κ に単位量の物資を流すために要する費用とすると、

$$z = \sum_{\kappa=1}^n e_{\kappa} \sum_{i=1}^q x_{\kappa i}$$

であらわされるが、さらに、輸送路の容量制限を

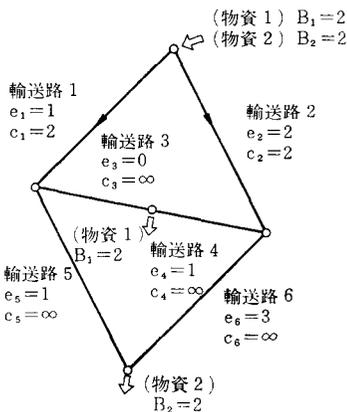


図4 ミニアチュア・モデル

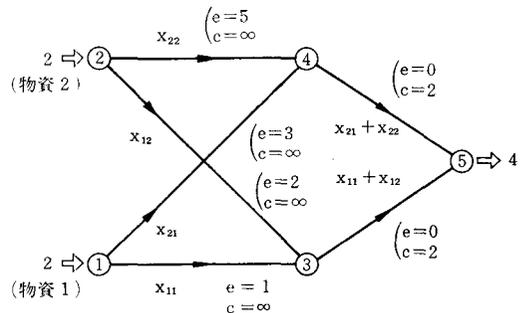


図5 図4と等価なモデル

る⁸⁾。

かなり前の話になるが、全国総合開発計画を改訂した新全国総合開発計画ができあがったとき、日本各地域での各種物資の生産・消費と、その輸送を受けもつ輸送網の容量との整合性を調べるために I A 法によって、各輸送路を流れる物資の量と各地域の積み残し、不足量を求めてみた。輸送路としては水路、鉄道、道路があり、物資の種類も 19 種類とかなり多いが、I A 法によって、およそその流れの状況を非常に安い計算費用で求めることができた。各地域で需要される物資の increment がそこへ輸送するのがもっとも安い地域から供給されるという原理にもとづく輸送計画である。その結果、ある地域間では輸送力をかなり増強しなければならないことが明らかになり、生産が計画どおり順調に伸びても、それを選び出すのが困難な地域や、供給される量が不足する地域があり、生産、消費、輸送網のバランスが十分とれていないことがわかったのはこの研究の一つの収穫であった (図 6)。

I A 法は、輸送路を土地におきかえることによって、地域内におけるさまざまな活動のある種の最適分布を求めることにも利用できる。ある地域をいくつかのセルに分割する。各セルに建てられる建物の量や生活できる人の数には限度があ

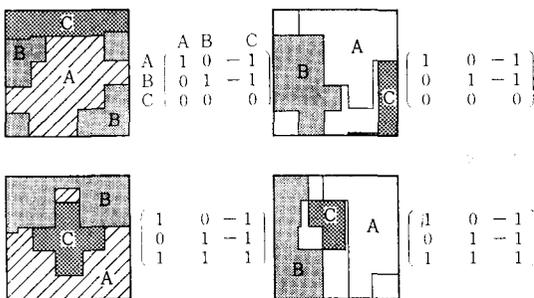


図 7 業種間の関連度からみた望ましい分布のパターン (左は土地を一定の密度で埋めつくした場合、右は余分の地代を払えば便利な所に立地できる場合。文献¹⁰より)

り、これがいわば輸送路の容量にあたる。地域内での活動は各事業所や個人の置かれている状況、具体的には、どのような業種が、どれくらいまわりに分布しているかによって、利益、あるいは、不利益を受けるとすれば、その地域で得られる利益 (便益) の総量を最大にするには各セルにどのような業種がどれだけ入っているのが望ましいかという問題も I A 法によって解くことができる。この問題をもう少し詳しく説明してみよう。

ある地域にいくつかの業種が、それぞれある量だけ集まっているとする。各業種の機能は、一般に、管理的機能、商業的機能、サービスの機能…と分類される。それらの業種間では、互いに密接な関連があるものもあれば、無関係なものもある。相互依存的な業種は地域内に立地するとき、でき得るかぎり近接しようとすると考えられる。また競合関係にあり、近くに立地することが不利なものもある。

いま、 l 業種と l' 業種との関連度をあらわす正方行列を $a_{ll'}$ とする。この行列の要素 a_{ij} は、 i 業種にとって j 業種が近くにあることの好ましさに比例した値をとる。好ましい場合は正、好ましくない場合は負の値とする。 $a_{ll'}$ は対象とはかぎらない。たとえば、娯楽施設や、ある種の工場にとっては、住宅地に近接することを希望しても、住宅地側では、これらの業種を排斥することがあるからである。ある業種との関連の度合いは、規模にも比例すると仮定する。

地域をいくつかの地区に分割し、 k 地区にある l 業種 1 単位からみて k' 地区に l' 業種が m 単位あることの好ましさは、

$$a_{ll'} m_{kk'} / c_{kk'}$$

であらわすことができる。 $c_{kk'}$ は 2 地区間の近接度をあらわすもので、 kk' 間の距離が $r_{kk'}$ とすれば $1/r_{kk'}^2$ のようなものとする。 k' 地区のすべての業種との関連は、

$$c_{kk'} \sum_{l'} a_{ll'} m_{kk'} / l'$$

となり、地域全体では、2 度数えられることを考

慮して、

$$\frac{1}{2} \sum_k \sum_l \sum_{k'} \sum_{l'} c_{kk'l} a_{ll'} m_{kl} m_{k'l'}$$

が、すべての業種がその地域内の各地区に分布することによって得られる好ましき（便益）の総量である。これは大きければ大きいほど望ましいので、これが最大となるような業種の分布を求めることができれば、それはある種の理想都市であるし、これからの都市計画や都市改造にとって貴重な情報を提供することになる。

I A法によってこの目的関数を最大化するにはつぎのようにすればよい。はじめに、適当な分布を与えておき、それ以後、ランダムに選ばれた業種を各地区から取り出し、それをもっとも望ましい地区に再配分することを繰り返し、収束の判定条件を満たすまでつづける。

これにI A法の罰金関数の考えを加味することは、都市内で余分の地価を払えば便利な土地に立地することができることにあたる。最大化すべき目的関数を k 地区における l 業種について、

$$\sum_{k'} c_{kk'l} \sum_{l'} a_{ll'} m_{kl} m_{k'l'} - p_k$$

と変更する。 p_k は k 地区に立地するために余計に払わなければならない費用である。I A法によって近似最適解を求めるプロセスは、まず初期条件を与え、つぎに各地区からランダムに選ばれた業種の ϵ 倍だけを取り出し、それをもっとも望ましい地区に再配分することを繰り返せばよい。これを少ない繰り返し回数でうまく収束させるには、費用関数のパラメータと ϵ の適切な組合せが必要である（図7¹⁰）。

この例のように、2次元の分布について、かなり自由な目的関数のもとで近似最適解を求めることができるのはI A法の便利なところであろう。

I A法はengineering design 関係に多くの応用が見いだされつつある。たとえば本特集によせられた後藤氏の論文もそのひとつである。

このように、I A法によると、物理的直観に比較的素直な形で最適化の計算が行なえ、またかな

り大規模な問題まで手軽にあつかうことができるので、高精度解が必要でない場合には、今後さらに広く活用されることになるであろう。なお、本稿をまとめるについて伊理教授から有用な示唆をいただいた。毎度のことながら、感謝の意を表したい。

参 考 文 献

- 1) Irwin, N. A., Dodd, N., and von Cube, H. G., "Capacity Restraint in Assignment Programs." HRb Bull. 297, (Oct. 1961)
- 2) Irwin, N. A., and von Cube., "Capacity Restraint in Multi-Travel Mode Assignment Programs." HRb Bull. 347, (Jan. 1962)
- 3) Martin, B. V., and Manheim, M. L., "A Research Program for Comparison of Traffic Assignment Techniques." HRb Record. 88(Jan. 1964)
- 4) Traffic Assignment Manual, U.S. Department of Commerce Bureau of Public Roads Office of Planning (June. 1964)
- 5) Martin, B. V., A Computer Program for Traffic Assignment Research, MIT Research Report R 64-41 (Dec. 1964)
- 6) 「各種輸送網の将来計画の基本原則とその手法」運輸調査局，調査研究報告第15号 1969.
- 7) " 第32号 1970.
- 8) 国土開発幹線自動車道整備効果に関する調査：建設省 道路局，1970.
- 9) 首都圏に集中する人口を効率的に収容するための都市システムと費用，効果に関するシステム分析，日本科学技術連盟，1971.
- 10) 奥平耕造：都市工学読本，彰国社，1976.

おくだいら・こうぞう 1936年生
東京大学工学部都市工学科