都市と公共のORの展開

——最適都市論を中心として——

伊賀　隆

1. 都市の特性

多くのメンバーから成る集合であって，各メンバーの役割が固定され，それによって全体としてのまとまった機能が発揮できるようなものは，すべて集団とよぶことができる．都市もまたひとつの集団であり，住民・企業・行政などがそのメンバーである．しかし都市は企業や組合や家族といった集団に比べると，はるかにルーズな集団といわなければならない．ルーズというのは，つぎのような意味である．

1) メンバー加入の条件が緩い．

2) 集団的意思決定のルールが明確でない．

このようなルーズな集団を分析するためには，それに適合した理論を必要とする．いまのところ，都市問題をあつかうための理論体系が整備されているとはいえないけれども，最近の諸論文の中からそうした方向を暗示すると思われるものを取り上げ，若干の展望を試みてみよう．紙幅の関係で，諸論文の内容を忠実に紹介することは不可能であるから，かなり簡略化して紹介せざるを得ない．

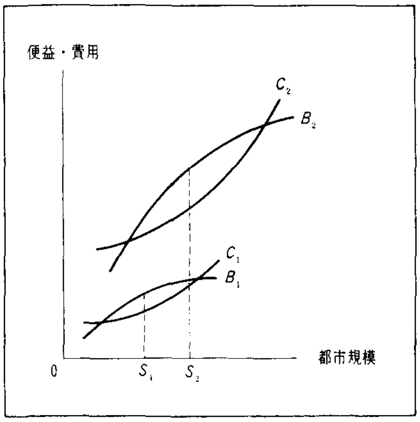

図 1

2. 最適規模論の類型

産業や人口などが都市に集中する現象は，すべての都市問題をひき起こす元凶とみなされている．そして集中を抑制することが，都市問題を解決するための必要条件であるかのように考えられている．最適規模論は，そのための論拠を与えるものとして，しばしば用いられてきた．都市活動にともなう便益Bと費用Cとを，都市規模Sの関数と考え，便益と費用との差，すなわち純便益が最大となる点で，都市の最適規模がきまるというのである．図1のS_1点がそれである．

しかしこの議論は，あまりにも静学的でありすぎる．都市の規模が大きくなれば，便益曲線も費用曲線も上方へシフトするであろう．たとえばB_2・C_2のように．そうすると，最適規模はS_2点に移る．実際の都市では，このような移動がつぎつぎと起こって，その結果都市の成長が可能となるのであろう．したがって動学的な意味では，最適規模は存在しないといわなければならない．

このことを考慮するならば，最適規模論はむしろ最適制御論として理解したほうがよいかもしれない．極端ないい方をすれば，便益曲線や費用曲

線を適当に操作することによって，都市規模を思いのままに変化させることができる．そこで問題は，便益曲線や費用曲線に影響を与えるような因子を見つけることであり，最適規模論はそのために役立つであろう．そこで3つのタイプの最適規模論を取り上げて，この点を検討してみよう．

もっとも単純なタイプは参考文献の〔1〕・〔2〕・〔3〕・〔4〕などであり，代表的なものとして〔4〕を取り上げよう．

Q：都市サービスの供給量，C：都市サービスの費用，　r：都心からの距離

として，つぎのような問題を考える．

$$\min \int_0^r C(r)dr$$
$$\text{s.t.}\quad Q(r) \geqq Q_0$$

この問題の解として得られる r によって，都市規模が定まるというわけである．Q_0 はたとえばシビル・ミニマムのようなものとでも思えばよい．そうすると制約条件は，便益一定という意味に解することができよう．〔4〕では $Q(r)$ と $C(r)$ をつぎのように特定して，問題を解いている．

$$Q(r) = AK(r)^{\alpha}L(r)^{1-\alpha} \quad (0<\alpha<1)$$
$$C(r) = p_K K(r) + p_L L(r) + tr(Q(r)/q)$$

K：都市施設量，　L：土地量，　A：技術進歩率，　p_K：施設単価，　p_L：土地単価，　t：距離あたり輸送単価，　q：1人あたりサービス消費量

そして，

$$\frac{dr}{dA}<0,\ \frac{dr}{dp_K}>0,\ \frac{dr}{dp_L}<0,\ \frac{dr}{dt}<0,\ \frac{dr}{dq}>0$$

という結論をみちびいている．

しかし都市というルーズな集団が，こうして決定された最適規模を実現するために必要な手段をもつ，とは考えられない．その点ではむしろ，企業などのほうがはるかに実行力に富むであろう．こうした立場から，企業の立地行動に重点を置いた最適規模論を展開するのが，〔5〕である．

v：資本コスト，　w：賃金コスト，　Q：産出量，　K：資本量，　N：雇用量，　Π：利潤額，　p：産出物価格

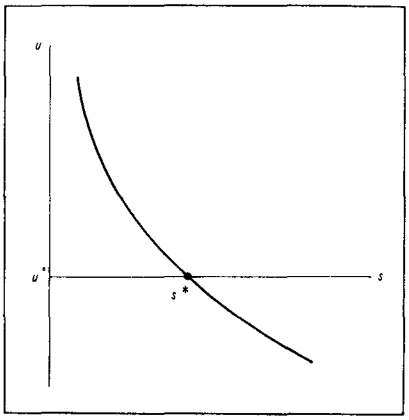

図 2

とすると，問題は，

$$\max\ \Pi = pQ - (vK + wN)$$
$$\text{s.t.}\quad Q = F(K,\ N)$$

で与えられる．ただし，

$$v = \alpha g(S), \qquad w = \beta h(S)$$
$$(\alpha,\ \beta>0, \qquad g'<0,\ h'>0)$$

と仮定する．S が都市規模である．関数 g は S の減少関数，h は増加関数と想定されているが，これは〔6〕・〔7〕の結論を援用したものである．

すなわち〔6〕では，都市規模が大きくなるほど金融市場も大きくなり，情報量も多くなるから，リスク・プレミアムが小さく，そのため資本コストが低くなるという．また〔7〕では，大都市ほど生計費が高くなるため，賃金コストも高くなるという．こうした想定のもとで上の問題を解けば，利潤最大の必要条件から，

$$\frac{wN}{vK} = -\frac{g'(S)}{h'(S)}$$

が得られる．所得分配率を λ とすると，上の比率は $\frac{\lambda}{1-\lambda}$ に等しいから，これを $u(S)$ とあらわすと**図 2** のような曲線となる．現状の分配率を基準にして $u°$ を計算すると，それに対応して最適規模 S^* が定まる．労働者のシェアが増大すると u は小さくなるから，規模が拡大する．反対に企業のシェアが増大すると，規模は縮小する．この結論の是非は別に検討されなければならないが，いわゆる所得革命と巨大都市の出現が，ほぼ時期を同

じくすることを考えるならば，あり得べきひとつの仮説として認めることができるのではないだろうか．

すでに述べたように，都市はルーズな集団であり，集団がひとつの最適化行動を行なうとは考えられない．むしろそのメンバーが個別に最適化行動を行なう結果が合成されて，都市規模も決定されるのであろう．したがって最適規模が実現されるかどうかは疑問である．この疑問に対して，肯定的に答えようとするのが〔8〕・〔9〕である．〔8〕は厚生経済学における周知の議論を応用し，競争均衡解が最適解と一致することを証明する．

B：便益，c：消費量，a：資産量，r：都心からの距離，$f(r)$：距離rの人口密度，$p(r)$：距離rの資産価格，N：都市人口，Y：都市消費量，M：個人購買力

として，都市の最適問題は，

$$\max \int B(c,\ a,\ r) r f(r) dr$$

$$\text{s.t.} \int r f(r) dr = N,\ \int c(r) r f(r) dr = Y$$

とかける．他方で個人の最適問題は，

$$\max B_i(c_i,\ a_i,\ r)$$

$$\text{s.t.}\ c_i + p(r) a_i \leq M$$

とかける．後者の問題を解いてその解を合成すれば，前者の解と一致する．そのことの保証は，前者の問題の制約条件が与えている．人口にしろ消費にしろ，その総量が一定であるというかぎり，個人がどのような最適化行動をとろうとも，結果は全体としての最適に向かわざるを得ない．〔8〕の議論そのものには修正を要する点もあるが，こうした形で個人の行動と集団の行動との間のギャップを架橋する試みが，今後ますます必要となってくるにちがいない．

3. ストック最適とフロー最適

これまでの最適規模論の多くは，ストック問題に傾きがちであった．都市施設や工場・住宅などのストックを中心にして，都市の最適規模を決定しようとしている．しかし最適問題はフローの面からも接近できるのであって，効率的なネットワークが整備されているならば，都市問題もいまのような深刻な姿をとらないですんだかもしれない．こうした角度からネットワーク問題を取り上げてみる必要があろう．しかしここではネットワーク論そのものよりも，ネットワーク問題を解くための各種の手法について，その相互の連関についての議論を紹介してみたい．

ネットワーク問題を解くための手法は多いが，LPモデル・エントロピーモデル・グラビティモデルの3つにしぼって，相互の関係を考えてみる．これらを簡単化のためにLモデル・Eモデル・Gモデルとよぼう．

f_{ij}：$(i-j)$ 間の流量，x_i：i からの流出量
y_j：j への流入量，c_{ij}：$(i-j)$間の抵抗係数

とする．抵抗はコストであったり時間であったり，あるいはまた距離であったりする．ネットワーク問題については，つねに，

(1) $\sum_j f_{ij} = x_i$

(2) $\sum_i f_{ij} = y_j$

(3) $f_{ij} \geq 0$

という制約条件が課せられている．

さてLモデルは，

$$\min\ c = \sum_i \sum_j c_{ij} f_{ij}$$

$$\text{s.t.}\ (1)\cdot(2)\cdot(3)$$

とかけるし，Eモデルは，

$$\max\ S = -\sum_i \sum_j \log f_{ij}!$$

$$\text{s.t.}\ (1)\cdot(2)\cdot \sum_i \sum_j c_{ij} f_{ij} = c$$

とかける．

さて〔10〕・〔11〕は，LモデルがEモデルの極限の場合であると解釈する．そのことは2つのモデルを比べた時，Lモデルの目的関数がEモデルの制約条件となっていることからも，直観的に理解できる．〔11〕はそれに加えて，dual-Eモデルが比較優位の最大化を求める問題として解釈できることを示している．ここから差額地代論におもむくことは容易であり，したがってこれを起点とし

て地価決定問題からひいては都市規模論へと展開していくこともできよう．

しかし〔12〕は，これとはちがった解釈が可能であることを示す．Eモデルをつぎのようにかこう．

$$\max\ S=F!/\Pi_i\Pi_j f_{ij}!$$

$$\text{s.t.}\ (1)\cdot(2)\cdot\sum_i\sum_j c_{ij}f_{ij}=c$$

ただし $F=\sum_i\sum_j f_{ij}$ である．この目的関数は，システムにおけるマクロ的状態が，すべて等しい確率で実現するという想定にもとづいてつくられたものである．これを対数変換してスターリングの公式を用いると，

$$\max\ \log S=-\sum_i\sum_j(f_{ij}\log f_{ij}-f_{ij})$$

となり，解は，

$$f_{ij}=\exp(-\lambda_i-\mu_j-\beta c_{ij})$$

となる．$\lambda_i\cdot\mu_j\cdot\beta$ は，3つの制約条件に対するラグランジ乗数であり，経済学的にはシャドウ・プライスと考えられるものである．そして，

$$a_i=\exp[-\lambda_i]/x_i,\quad b_j=\exp[-\mu_j]/y_j$$

とすると，最適フローの分布は，

$$f_{ij}=a_ib_jx_iy_j\exp[-\beta c_{ij}]$$

となる．これがGモデルである．つまりEモデルがGモデルの理論的根拠を与えているのである．

なお〔12〕は f_{ij} の代わりに $h_{ij}=f_{ij}/F$ を用いることによって，

primal E model=dual geometric model

dual E model=primal geometric model

という関係が成立し，したがってEモデルを geometric programming のアルゴリズムを利用して解けると述べている．

4. 最適都市問題の今後

都市の最適問題を作成する場合，目的関数の選び方が焦点となる．都市というルーズな集団では，明確な目的関数を選定しがたいのが実情である．こうした点をふまえて，〔13〕が目的関数についてつぎの表のような整理を試みている．やや類型化しすぎているきらいはあるが，最適問題の流れをうまく説明しているように思われる．〔13〕は

タイプ ＼ 評価手法	非線形	危険を含む	多次元	集団的決定
費用便益分析	N	N	N	N
消費者余剰論	Y	N	N	N
決定分析	Y	Y	N	N
多元分析	Y	Y	Y	Y
集団的決定論	Y	Y	Y	Y

それぞれのタイプの代表的な例として，つぎのようなものをあげている．

費用便益分析〔14〕，消費者余剰論〔15〕，決定分析〔16〕，多元分析〔17〕，集団的決定論〔18〕・〔19〕．

〔13〕によれば，今後の方向は集団的決定論を導入するという形で開かれていくと考えられる．個人の効用または便益というものが非線形で非加法的な関数であることをはっきりと認め，問題ごとに個人の効用を測定するというプロセスを踏まなければならないであろう．そしてその後に集団的合意形成のプロセスがつづくであろう．こうした側面に分析の比重が移されるべきだ，というのが〔13〕の主張である．

参考文献

〔1〕 Mills, E. S., Urban Density Function, US, 70.

〔2〕 Mills, E. S. and de Ferrant, D. M., Market Choices And Optimum City Sizes, AER, 71.

〔3〕 Solow, R.M. and Vickery, W.S., Land Use In A Long Narrow City, JET, 71.

〔4〕 Fisch, O., Impact Analysis On Optimal Urban Density And Optimal City Size, JRS, 74.

〔5〕 Swanson, J. A., Smith, K. R. and Williamson, J.G., The Size Distribution Of Cities And Optimal City, JUE, 74.

〔6〕 Davis, L., The Investment Market ; 1870—1914, EH, 65.

〔7〕 Fuchs, V., The Service Economy, National Bureau Of Economic Research, 68.

〔8〕 Mirrlees, J. A., The Optimum Town, SJE, 72.

〔9〕 Schweizer, U. and Varaiya, P., The Spatial Structure Of Production With A Leontief Technology, RSUE, 76.

〔10〕 Evans, S. P., A Relationship Between The Gravity Model For Trip Distribution And The Transportation Problem In Linear Programming, TR, 73.

〔11〕 Wilson, A. G. and Senior, M. L., Some Relationships Between Entropy Maximizing Models, Mathematical Programming Models And Their Duals, JRS, 74.

〔12〕 Nijkamp, P., Reflections On Gravity And Entropy Models, RSUE, 75.

〔13〕 De Neufville, R. and Marks, D. H. (ed), Systems Planning And Design, Prentice-Hall, 74.

〔14〕 De Garmo, E., Engineering Economy, Macmillan, 67.

〔15〕 Beesley, M. E., Urban Transport, SEP, 73.

〔16〕 Raiffa, H., Decision Analysis ; Introductory Lectures On Choices Under Uncertainty, Addison-Wesley, 68.

〔17〕 Keeney, R. L., Utility Independence And Preferences For Multiattributed Consequences, OR, 71.

〔18〕 Water Resources Council, Proposed Principles And Standards For Planning Water And Related Land Resources, FR, 71.

〔19〕 Howard, N., Paradoxes Of Rationality ; Theory Metagames And Political Behavior, MIT Press, 71.

(略記号)

AER	American Economic Review
EH	Economic History
FR	Federal Register
JET	Journal of Economic Theory
JRS	Journal of Regional Science
JUE	Journal of Urban Economics
OR	Operations Research
RSUE	Regional Science and Urban Economics
SEP	Studies in Economic Policy
SJE	Swedish Journal of Economics
TR	Transportation Research
US	Urban Studies

いが・たかし 1928年生
略歴 昭和26年神戸商科大学卒業，昭和41年神戸商科大学教授を経て昭和46年神戸大学経営学部教授，現在に至る．
専門 オペレーションズ・リサーチ

交換図書をご利用ください

下記の図書は，交換あるいは寄贈によってOR学会がほぼ定期的に受入れているものです．学会事務局で保管しておりますので，どうぞご利用ください．なお，1976年以前に受入れたものは，ご希望があれば，さしあげられますので，事務局までご連絡ください．

IBM REVIEW
Engineers
IE
運輸と経済
計測と制御
研究実用化報告
高速道路と自動車
産業能率
情報処理
電子通信学会論文誌
統計数理研究所彙報
統計数理研究所年報
Annals of the Institute of Statistical Mathematics
土木学会誌
日本機械学会誌
標準化と品質管理
標準ジャーナル
季刊理論経済学
労働研究
アナウンスメント
数理科学
情報処理研究
技術と経済
電気通信学会誌
電気学会雑誌
経済研究（一橋大学経済研究所）
ビジネスレビュー（一橋大学産業経営研究所資料室）
季刊経済学論集（東京大学経済学会）
月刊文献ジャーナル（富士短期大学出版部）
システム科学研究所紀要（早大生産研究所）
SSI JOURNAL（早大生産研究所）
青山経営論集（青山学院大経営学会）
青山ビジネス・レビュー（青山学院大学）
青山経済論集（青山学院大経済学会）
青山社会科学紀要（　〃　）
大阪大学経済学
研究と資料（大阪市大経済研究所）