

待 ち 行 列

最近の話題 “コンピュータ・ネットワーク”

A 最近、コンピュータ・ネットワークということで、実際のハードからソフトにいたるまで、いろいろな研究が行なわれているようです。通常の待ち行列では、お客が窓口に着し、サービスを受けた後、出ていくまでを考えるが、ネットワーク型となると、サービスを受けた後、つぎのどこかの窓口に、また、サービスを受けに行くというようになっており、全体に相関が出てきます。

したがって、ネットワークが非常に複雑になると、一般的には解けなくなります。サービスが指数分布で、到着がポアソン分布の場合、平衡方程式で解けることになっていますが、いままでは、その簡単な場合しか解かれていません。たとえば、計算機のシステムの場合のように、フィードバックを許すと、非常に面倒になり、さらに、処理の仕方に優先権のクラスがあったり、割込みがあったりすると、到着がポアソン分布で、サービスが指数分布の場合でもむずかしくなります。これも、いままでは解けていなかったのですが、こういうものに対しても、解析的に解いていこうという動きがでています。

いくつかの特別な場合については、計算は非常に大変なのですが、計算のアルゴリズムまでできています。実際に、それらをいかに拡張すれば、実際のシステムに近いもので解けるようになるかということが、重要な問題です。もう1つ問題になるのは、実際のシステム、たとえば、計算機のシステムでは、バッファのメモリーがいっぱいになると、バッファが空くまで待つことになったり、また、サービスの要求が満たされなかった場合に、もう1度繰り返すとかいうようなことがあります。そこまで考察の対象にしようという動きがあることです。これは、理論的な近似を行なってみようということになるのですが、実際のものにどれくらい近づけて、解析的にできるかということが、いちばん問題になっているのではないかと思います。

B いま、お話ししていただいたコンピュータ・ネットワークの中には、たとえば、TSSの一種として、東京、京都、仙台などの大学の計算機を全部つないで共同

利用しようというような話も含まれるのでしょうか。

A そういう場合も含めたモデルですから、だいぶむずかしくなるでしょうね。

待ち行列を使ううえでの問題

C デパートなどの場合ですと、お客さんはポアソン分布で到着するとして、それに対して店員を何人くらいにしたら、なるべくお客さんを待たせないですむかというような問題があります。実際に、利用分布とかサービス分布の測定を実施しようとしても、時間によって到着率がだいぶ違いますし、1日全体のサンプルはとてとれないし、1時間ぐらいですと、その1時間のデータを、他の時間帯には使用できないということになります。さらに、測定ができたとして、 $M/M/s$ で実際に待ち人数を求めても、平均待ち人数のバラツキは大きいのです。平均値の信頼性といえよいかどうかわかりませんが、実際に使用するとき、非常にネックになることがありますね。

D いまの問題は、まったくおっしゃるとおりで、待ち行列には、そういう意味で、もともと非常に不安定なところはありますね。ですから、平均だけでうまくコントロールできるというようなものではないのです。いまの人員を配置する場合の目的として、長い時間にわたって安定するように考える場合と、あるいは、非常に混雑するとき、上手に他の部署から人手を借りて行なう場合とでは、だいぶ違うのではないのでしょうか。

C 後者のほうでしょうね。混んだときに、適正な人員配置ができればよいということになりまして、問題は、平衡状態でなくて、過渡状態について知りたいということになってしまうわけです。

D 過渡状態という以上、お客の到着に対する予測まで含めないと、上手にコントロールできなくなりますね。

E 待ち行列の手法の使い方は、問題の目的によってだいぶ異なるということですが、昔から使われているトラフィック関係の理論というのは、待ちが非常に短かいときの話ばかりをあつかっているわけですか。

A 1日のうちでも、トラフィックがいちばん混んでい

る1時間を対象にしているのが普通です。ですから、いちばん混んでいるときを対象に設計されていることとなります。

E そのとき、ほとんど待ちが生じないというような条件をつけるわけですか。

A その場合に、待ち合せ率が、たとえば1/100になるようにするわけです。相手は機械ですから人間の場合とだいぶ違います。1時間とりましても、1時間の中でも変動しているわけですが、設計するときには、1時間の平均値で設計するなど平均的な考えがとられます。

F だいたい、その1時間の値というのは、安定しているのですか。

A 安定しているといつてよいでしょうね。毎週、時間をきめて測定し、それを、フィードバック情報として用いることなどが行なわれています。

待ち行列の適合した一例

B 待ち行列を使用するときの、いくつかの問題点がだされたところですが、ここで、現実の状態を適切にモデル化して、非常によく適合している例についてお話ししていただきたいと思います。

A 待ち合せがある場合より、損失系のほうがよく適合しているようですね。損失系というのは、窓口が全部ふさがっているとき、お客は待たないで、すぐ帰ってしまう系のことです。普通、そういうお客は、しばらくしてから、また、サービスを受けるためにきます。

電話のシステムは、損失系の一例になりますが、お客の数が非常に多くて、お客の到着に関する確率的、統計的な性質が、すでにわかっていると考えるとよい場合が多いと思います。

E 損失系というのは、電話の場合ですと、お話し中でしたら、電話を切って、もう1回かけなおすということをしているのですか。

A そうです。お客の特性も、電話の使い方などもわかっていますから、非常にあつかいやすいですね。

E 電話のシステムに待ち行列の理論を用いはじめたのは、いつ頃からなのですか。

G 1910年頃からですね。

F 電話の場合は、本質的に損失系しかありませんね。普通のシステムで損失系のときは、サービスを受けにいっためでしたら、また、帰って、また、行くというのではないですから。

A 普通の場合はそうですね。電話の場合は、損失系にしてもあまり問題はありませぬ。しかし、電話の場合で

も専用計算機を用いた交換機では、その中で待ち合せ系ができて、非常にむずかしく複雑になる例があります。

E つぎつぎと迂回路をさがして、busyでないlineを選んでいくというのは、そういう話になるのですか。

A その場合は、一応待ち合せになっていますけれども、選択する時間が短いので、ほとんどの場合、損失系で近似できると思います。また、測定を行なって、その結果をフィードバックして、入力条件とか、サービス時間とか、全部見直すことで、どのくらいの精度があるかを検討していきます。

タンデムの問題

F タンデムとは、単純な2段の場合ですと、第1の窓口に着して、サービスを受け終わったものが、第2の窓口に入って、サービスを受け、そのサービスが終わるまでを問題とするわけです。第2の窓口の前に、待ち合せをいくらか設けても、損失系にしなれば、2段目の待ちがいっぱいになってしまうとき、1段目のサービスを受け終わった客の行先がないので、2段目の待ちが空くまで1段目で待つことになり、1段目のサービスに影響をおよぼします。そういう点が、タンデムの1つの難点になっています。

E たとえば、区役所へ行って、何かもらうときに、まずどこかに並んで用紙をもらって、その用紙に書き込んでどこかの窓口にだし、それからまた、どこかへもって行って、収入印紙をはって、……。

F 用紙をもらったのはいいけれども、書く場所がなくて待っていると……。いまのところ、到着分布がポアソン分布で、サービス分布が指数分布になっている、いわゆるMの場合でない手がつかない状態ですが。

E 待ち行列というのは、Mとか、たくさん斜めの棒が書いてあるように、仲間うちの特殊な用語がたくさんある分野の1つということですね。

A あれは便利ですね。あれを使えば、数表も式もある程度できているしわかりやすいですね。

D そういう意味も含めて、そのKendallの記号というのは、よくできていますね。

B タンデムの待ちの長さというのは、どのようにきめているのが多いのですか。

F トータルで制限する場合と、だいたい1段目は無限に待ち行列をつくって、2段目以降に何人かという制限をつけるとか、あるいは、倉庫を設けてシステムが空になったら、つぎからつぎへと無限に送り込むとか考えられます。

過渡状態について

B 平衡状態、つまり、極限における平均値でシステムをあらわすと、システムが安定であればよいのですが、不安定な場合が多いから、過渡状態についても求めたいという話題がさきほどでしたが、過渡状態について、どの程度のモデルまで調べられているのですか。

G $M/M/s$ についてはありますが、とても使えるという形ではないですね。まあ、ほとんど調べられていないに等しいと思います。私は、それについて数学としてきちっと調べるのは非常におもしろいと思いますが、それがわかったから、何ができるのかということ、あまりわからないような気がします。時々刻々確率が変わるということが、そんなに情報量として大きいかなという感じなのです。確かに、数式の中に含まれる情報量はすごく大きいわけですが、それをどうやって人間が行動に結びつけるかということになりますよね。

D 時々刻々が毎日定常的なパターンとして起こる場合でしたら、それは確かにコントロールするときに非常に意味がありますね。ラッシュアワー的なものは、この場合の1つの例になります。待ち行列の一般的な用い方としては、過渡状態についてはとても無理で、定常解しか求められていない。たとえば、混雑の程度をはかるトラフィック密度 ρ の値が0.7~0.8ぐらいの比較的混雑するような場合ですと、定常解に達するまでの間に、半日とかあるいはもっとそれ以上の時間がかかるといったようなことが多いわけですね。

このように定常解に達するまで長い時間がかかるにもかかわらず、私たちは、一般的に定常解しか得られなくて、それでしか議論できないというジレンマがあります。しかし、だいたい多くの場合、そこにいたるまでに待ち合せ系で考えるかぎり、平均してどのくらい待たされるかというのは、さきほど、非常に不安定だといって否定されたのですけれども、やはりある意味で、1つの物さしではないかと思います。何時間ぐらいたったならば、だいたい定常解のどのくらいになるというような、およその目安を知ることは大事ではないかと思ひまして、少し調べたことはあります。

G 計算上は、トラフィック密度を一定にして無限大の時間までの過渡状態を計算していきますね。ところが、ラッシュの状況の例のように、トラフィック密度が一定である時間というのは、それほど長くつづかないですね。ラッシュ以外のときには、もっと低いトラフィック密度で運用されているので、ラッシュのときのトラフィ

ック密度で計算した結果は、おそらく極端な場合に対応してしまい、実現しないのであろうと思うのです。とくに M/M 型で計算される場合には、たしかに相当過大推定になるところがありますので、その辺が実感と合わないのは、あたり前であると思います。

D 1日のうちで、だいたい、朝仕事をはじめ、夜のうちに片づいて元にもどるというのを暗黙のうちに仮定しているシステムが多いですから。

G 1日のうちのパターンがいろいろ変わって、それに応じてどうこうするというのは、GallilierやKoopman等の結果があります。彼らの結果は、実感に合うみたいだったと思います。

E 何か、ごくおざっぱな保存則みたいなものがあるのですか。たとえば、ラッシュの時間が終わるまで待てば、たいていの場合、何とかなるわけですね。

G それは、混んでいる具合によります。サービスの能力を越えた高さとその継続時間に依存しますね。

E ラッシュ時にくる需要の総数を処理能力で割った程度の時間を待てばいいとか。

G そんな感じですね。Newellなどが行なっているのは、確率分布はやめて、デターミニスティックに見ていこうという思想が多分に入っています。そのような話は、過小評価になりますが、非常にわかりやすいですね。

D Koopman の例でも、ラッシュの程度がひどい場合には、デターミニスティックに行なっても、結果はそう違いません。しかし、ラッシュの程度がちょっとゆるくなってくると、やはり確率的に考えていかないといけません。

G 平均値だけで議論していくと、それだけでは無理な場合もあるでしょう。それで、平均値でなく何分以上待つ確率であるとか、そういう議論になってゆくわけです。

サービス施設の配置との関係

D 最近本誌に、広島市における消防車の適正配置みたいな話がのりましたね(昨年2月号)。都市設計のそのような問題に、待ち行列の考え方が応用できませんか。

H 待ち行列は、一次元の話で進めることができると思うのですが、都市計画では、二次元の話が多いのです。つまり、待ち行列がどのくらいできるかというサービスの質ではなく、サービスを行なう施設をどこに配置するかが問題となるわけです。場合によっては、平面グラフで考え、どこのノードに施設を配置するかという問題に帰着させることができます。しかし、多くの場合、そのように定式化できず、むずかしいわけです。

E 最近、自分で苦勞しているのは、値段が同じである床屋さんがいくつも近くにあるので、どういう規則を考えてどの床屋さんを狙っていけば、いちばん楽に待たずに、散髪してもらえるのかがよくわからないのです。

H それと類似した話は、八百屋とか日用品に関する、お客の行動がどうなっているかということですね。思ったより、行動半径は広いようですが、一応、かぎられた範囲で、だいたい行動しているようです。

E 行列があると逃げて他へいくというのと反対に、行列が長いと並びたがる場合もありますね。

H 食堂は、あまりすいていると、お客は入らない。

G 医者もそうですね。

D 音楽会の切符を買うときもそう。他ですむような場合の例としては、割と近い所に銀行がいくつかあるとき、お客がどういう割合でつくだろうかという問題です。いってみて待たされると、他にうつるとかというような条件を入れてモデル化して、トラフィック密度の意味で、次第に安定していくというような研究もありますね。

G 同じ店がたくさん並んでいると、どの店へ入るかというのはむずかしいですよ。たとえば、自動車で勝沼へいくと、ぶどう屋がずらっと並んでいるわけです。ぶどうを買って帰ろうかという人が、どこかの店に入るか、自分が入るときでも、その心理というのはわからないですね。値段だっかわからないし……。

サービス速度と窓口の数

F 人間の行動が対象になっているとき、とくに ρ がだんだん 1 に近くなってきた場合などでは、理論による計算結果は、あまり合っていないような気がします。 ρ が小さくなれば、休み休みという感じになりますから、適合してくると思います。

G サービス速度というものは、人間でしたら、早くしたり遅くしたりしますからね。 ρ が 0.5 より小さければ、まだ、休み休みという感じですから、サービス速度を一定にしておいても問題はありませぬ。人間の行動が対象になっているとき、待ち行列の問題の解は、だいたい、過大評価になりがちでしょう。

B 首都高速入口の数を制限するとか増やすとかいうのは、待ち合せの理論をどの程度用いているのですか。

G ふさがれている窓口があげられるという状況は、それが起こることをはじめから予測して人員配置をしないかぎり、できないでしょう。

F 窓口が複数個あいておきますと、入りやすいとか、入りにくい窓口があると思うのですが。

G 高速道路の場合ですと、直進がいちばん入りやすいですね。行列があるかぎり全部の窓口についてくれば、いくつ窓口をあげようとも、理論上は複数窓口でいいわけです。ところが現実には、端のほうの窓口は見えないし、窓口によっては、そこを出てから車の流れが交錯して、なかなか本流に入れない。こういう場所では、そこをよく知っている人は端にはいかないですよ。計算上は、複数で計算してしましますが、やはり複数というのには、ちょっとあやしげなところがありますね。

工場の中での待ち

I 工場の中の待ちというよび方で、工場の中にあるネットワーク型の待ちを問題にすることがあるのですが、それには、かなり決定論的な、非確率的な問題もかなり入ってきます。確率的にあつかえる範囲は、そのうちの一部ということになります。

E アッセンブリーライン等も、一種のネットワーク型の待ちになるわけですか。

I 自動車工場などですと、メインラインの他に、サブラインがたくさんありますので、そこにネットワーク的な感じが生まれるわけです。

E サービス時間等にいくらか変動があるわけですか。

I そうです。その研究も行なわれていますし、その他に、いろいろと考えられているようです。

シミュレーションについて

J おもしろい現象は、理論絶対の人とシミュレーション絶対の人がいることです。シミュレーションはあくまでシミュレーションであるからだめで、解析的のほうがよいという数式万能論者と、もう一方は、シミュレーションでこういう結果が求められたのだし、待ち行列のいろいろな理論上の仮定が現実と合っていないからだめという両方の絶対論者がいることです。また、解析の方法で不可能なのでシミュレーションを用いて行なったのに、結果が不安だから、それを検討するために解析法で行ないたいという人もいます。また、これからつくるシステムの動作時間などを推定するとき、諸パラメーターをなんとか仮定して行ないますが、システムが完成した後で、諸パラメーターを仮定していたことを忘れて、あの推定値は違っていたなどと、結果だけで評価する人もいて、実際の現場と理論畑との橋渡しのことを円滑にしていこうとするのは、なかなかむずかしいですね。

G 予測というのは、ユーザー側とすれば、あたらなけ

ればならないから。

D 能率を上げようとする、いろいろシステムを改善することよりも、人間のモチベーションを少し変えることを考えたほうが、能率が上がる場合がありますね。ただ、それに頼りすぎるのは問題ですが。

C エレベーターを群管理で、待ち合せ理論を用いて、いちばん待ち合せ時間が少なくなるように考えていくと、全体の人には確かにいいのですが、個々の人間のイメージとは、かならずしも一致しないようで、そのへんに1つ問題があるような気がします。

A 一応、理論というのは、たとえば、優先系にしたらどうなるかとか、または、まだ内部の細かい方式がきまらないときに、どうするのがいいのかおおざっぱに見当をつける場合に用いています。一方、詳細の方式まで定められた時点で、シミュレーションを行なうようにしているわけです。

シミュレーションは、計算する時間も、プログラムをつくる時間も非常にかかるので、同じ1つのシステムに対して、2回も3回もシミュレータは作成できないのです。だいたいこれでよさそうだなというときに、シミュレーションを行ない、その結果によって、部分的にシステムを改良します。やはりシミュレーションをしなくて、理論では心配なのです。理論を使う場合は、解けないものでも、無理に解けるものに変形してしまうから。

G **A** 氏のところのシミュレーションは、徹底しているのですね。シミュレーションをやる以上は、runの数をものすごく行ない、分布を求めるわけです。だから信用されるのです。一方、デターミニスティックで適当にパラメーターをきめてもよさそうところまで、乱数を使うということが一般にはあるのではないのでしょうか。いかにもそうしたほうが、シミュレーション・プログラムをつくった人が公平であるように感じて、要するに、自分がきめるのではなくて神様がきめてくれるのだとして、公平さをうるために、乱数を用いるという場合があるのではないのでしょうか。そういうシミュレーションを何回行なうのか知りませんが、runの数が少ないということになると何をやっているのかわからないというのが、解析派の心境ではないかという気がします。

C シミュレーションというのは、いったいどのくらい行なえば、一応妥当な結果が得られるのですか。

D トラフィック密度にもよりますが、シミュレーションで、平均待ち時間の長さを10%くらいの精度で求めようすると、すぐ万単位のくり返しが必要になりますね。

A だから、平均値だけって信頼区間など取らないで、1点ではなくて、たとえば、トラフィック密度を変

えてみて、平均値の傾向でみてどうかというふうにする。その値自身が問題なのではなく、傾向をみるために、シミュレーションを行なうというふうにする。

E 待ち行列の場合、解析ではとてもむずかしくてだせないが、シミュレーションでは測定可能であるとかいうもので、何か特徴になるものはありますか。

A ネットワーク的なものは、すべてそうですね。

G コントロールを状態に応じてするよう、たとえば、行列が長くなってきたら、人が少し早くさばくようにするとか、そういうのは理論的にはむずかしいでしょうね。

C 待ち人数と待ち時間の簡単な近似式みたいなものをもっと求められればありがたいと思うのですが。

G 非常に一般に成立するものなんかですね。

D それに近いものもでていますが、それだけでは不十分なので。

F その性質が成立しなかったら、シミュレーションでも、解析のほうでも、どこか欠陥があるわけですから。

分類について

C たくさん論文がでていますが、もう少し、統一的な理論というか、そういう方向は、現状ではどうなっているのですか。

G たしかに統一していかなければ、使いものにならなくなってくると思います。粗い使い方は、近似式でこのくらいなら、このくらいの粗さで大丈夫であるというふうにおさえ、一方では、できるかぎり抽象的にするという両方がいると思います。

A 結果で分類したほうがよいと思いますね。ここが違っていると結果が違ってくるか。

D 普通、調べたいとき、現象のほうから調べていかなければならないので、むずかしい。

E 蜘蛛をみたときに、これが昆虫であるかどうかを教えてくださいのようなものがほしいですね。

第10回ORサロン：「待ち行列」

日時：昭和51年12月6日(月) 18時30分～20時30分

場所：学会センタービル会議室

出席者：石川明彦(東京理大)、根元良子(東芝)、橋田温(電々武蔵野通研)、松井正之(広島大)、森雅夫(茨城大)、森村英典(東工大)、山田昇司(日立システム研)

研究普及委員会：伊理正夫(東大)、山内慎二(NHK技研)、腰塚武志(東大)

司会：山内慎二

記録：山内慎二、腰塚武志、前島信(慶大)