組合せ理論，整数計画法とOR

今日は，今年新しく設けられた部会のなかで，比較的，研究分野としての共通領域が広いと思われる，2つの部会「組合せ理論の情報科学への応用」と「整数計画法」の研究の方向など，両部会のPRも兼ねながら，話しあってみたいと思います．

「整数計画法部会」の研究方向

A 目標については，部会でなん回か議論を行なっているのですが，まだ最終的な結論は出ておりません．一般的に申しますと，つぎの2点になるかと思います．その2つのうち，どちらに主力をおいていくかということを問われていることになると思うのです．1つは，整数計画法の実際への応用，とくに，大型の整数計画問題への応用です．

実際のシステムの最適化問題をややくわしく定式化すると，制約の数，変数の数が大きくなりますので，大型の実際の問題をどのように効果的に解いていくかは，整数計画法の現時点での最大のポイントであると考えています．しかし，一般の大型問題を解くことは，非常にむずかしいので，比較的に構造がはっきりしている問題，たとえば，集合分割問題，ナップザック問題，集合のカバーリング問題，構造のある0－1型の整数計画問題などについて考えを進めていき，あとで，効果的な成果が得られるようなバック・グラウンドをつくっておきたいと考えております．

もう1つの重要な課題は，一般的なアルゴリズムの研究であると思います．いままでに数多くのアルゴリズムが出ておりますが，それらについて，ある程度まとまった見通しを得たいというのが問題なのです．

今日も部会終了後こちらに参ったわけですが，いままで部会で議論されたテーマあるいは，提出された問題について申し上げますと，集合分割問題に関する総合的調査と実際面での問題点，構造のある最適配置問題，不動点計画法の応用の可能性について，2つのマトロイドの共通基底について，双線形ナップザック問題などについてメンバーが報告を行ない，またメンバー以外の講師をお招きして，最近のOR学会誌に載りましたマトロイド上での「最適割当問題」についてお話ししていただきました．

このような話題について，数回部会を開いてきたわけですが，今後，どちらかといいますと，はじめに述べました第1のグループ問題を中心にやっていきたいというふうに思っております．

B 4年前に，OR学会の研究部会の1つに数理計画部会があったのですが，それが活動を停止したあと，関東のほうでは，比較的整数計画・数理計画を中心とした人の交流が少なくなっていました．昨年の春，Balas さんが東京で講演してくださり，その講演会に整数計画に興味を持っている人たちが何人か集まって，整数計画部会の活動を再開しようということになり，またOR学会の研究普及委員会からの話もありましたので，正式にOR学会の研究部会として活動することになったわけです．

この部会に入っておられる方はそれぞれ自分のテーマを持っていらっしゃるようで，直接この研究部会が何か1つの仕事をまとまってやろうとはしていません．

やるのはいいが，いますぐやろうという動きはとくにないということです．将来，いい問題がみつかって，みんなでやってみようということになればいいだろうと考えています．いまのところは，自分が現在持っている問題をどう取りあつかっていくか，または，それに対して他の人の知恵を借りようではないかというような形で研究部会を進めています．

「組合せ理論の情報科学への応用部会」の研究方向

C 整数計画のほうは，歴史も古いですし，整数計画といえば，ORの人たちはわかると思うのですが，こちらの組合せ理論の情報科学への応用というのは，相当わかりにくいのではないかと思いますので，少しくわしくお話ししたいと思います．実は4年ほど前に伊理先生が主査をされたOR学会の部会に組合せ理論部会というのが

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

ありまして，そこでは主として，最適化の方向のことをまとめられたわけです．組合せ理論のなかには，整数計画に非常に近い最適化という問題，適合した状態が何とおり存在するかという数をかぞえる問題と，構成といいますか，実際に組合せをつくっていくという問題の3つの分野があると思います．

この部会でめざしているのは，主として構成のほうでありまして，情報処理関係への応用を考えております．この分野のはじまりは，実験計画のなかでの直交表とか，ＢＩＢの構成の考え方などですので，まず，実験計画的な応用ということ，すなわち，いろいろな条件を満たす記号の組合せを求めるという問題への応用ということが考えられます．また，コーディング理論（または符号化理論）への応用ということもあると思います．コーディング理論という問題そのものは，かなりハードな問題で，通信の理論とかコンピュータの誤り訂正の回路設計の問題などに応用されていますが，その思想というのを数学的に考えてみますと，実験計画法での直交表とかＢＩＢといったものに非常に近いものが多いと思います．

そういった考え方が，最近，情報検索とかデータ圧縮とかいう大量情報処理の問題に応用されようとしているところです．これらの特徴は，非常につかまえにくいのですが，記号の処理として，いままで，サーチやソートを行なっている情報処理の分野に，一種の演算を入れて効率を高めていこうというふうに考えてよいと思います．その記号的な意味の演算としては，たとえば，ブール代数が従来よく使われていたのですが，それにかわるものとして，ガロワ体による演算などが考えられるわけです．

この種の分野には，いろいろな有限幾何の問題とか，さきほどお話に出ましたマトロイドの問題などがあります．構成の問題というのは，やたらに組合せをつくるというものではなく，ある種の条件にあった組合せをつくるということになります．たとえば，情報検索のなかでは，冗長度を最小にするような組合せを求めようという意味で，最適化が入っているわけです．しかし，整数計画のように探索によって最適なものを求めようというのではなく，バランスした組合せをつくることで最適化を達成していこうというわけです．

D いままでの部会の経過をおおまかに申しますと，最初の部会で，部会の研究の範囲とか，いままで知られている手法，および応用面についての一般的な説明を行ないました．次回からは，情報圧縮に関する考え方や実例を調べることになりました．

そこで，データ圧縮を情報理論的観点から取りあつかう理論としてToby Berger の Rate Distortion Theory の紹介，符号化理論の応用として，誤り訂正符号の計算機システムへの応用例の紹介，組合せの問題として考えられているもので，ある種の条件を満たすようにして，1つの円卓に指定された人々をならべる円卓問題という問題の応用例の紹介などを行ないました．ＯＲ学会のこの部会がはじまる以前は，有限数学をもっと研究しようという私的なFICOMPという会合を毎月開いておりまして，その延長として，ＯＲ学会の部会をつくったわけです．公的な部会ですので，その目標をはっきりさせるために，長い部会名にしたわけです．

E あるものをつくる必要があるとき，個々の特性に目をつけて，さらによくするためのかなり一般的な枠組みのなかで，どういう枠をつくったらよいかということを狙うのが，組合せ理論の情報処理への応用の部会だと思います．

それに対して，情報が現実のものとなり，それぞれのデータが与えられたときに，もっといい方法がないかということを狙うのが整数計画の部会であるという気がするのです．両部会ともに，最適化を目標にしている場合でも，それぞれがおかれている状態が違っているのだと思います．

両部会の問題点は!!

F 整数計画の諸々の手法は，それぞれの相異なった目標を満足させる考え方としてあみ出されてきたものですので，一般的に，この方法を用いれば，すべての問題が解けるというものではありません．既知の手法でも，また，新しい手法が考案されたときでも，それがどういう方面の問題になぜ役に立つのか，またはなぜ役に立たないのかを明らかにすることを，私は理論家に期待したいのです．

たとえば，組合せ的な問題を，０―１型の整数計画に書き直して，ブランチ・アンド・バウンドで解けばよいという話は数多くあるのですけれども，実際にそういうアプローチが役に立ったということは，あまり聞いたことがありません．少し乱暴ないい方を許していただくと，最適解を求めることがどのくらい大変なことなのかをよく考えたうえで，近似的な答でもよいから，答を早く，かつ安く求めるという方向のことも，整数計画の1つのおもな目標にしたらよいと思うのです．

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

また，整数計画のなかで，解けそうな問題のパターンというのを，いくつか見つけて，そういうものの性質をじょうずに利用するということも考えられるのではないでしょうか．一般的に，組合せ問題を整数計画の形に書くというのは，もとの問題の方法および構造をまったく無視していくアプローチに見えるのですが．

A 問題を形式化しても，もとの問題の構造をあくまで頭に入れておいてその問題を解いていくということであれば，かならずしも問題の構造を全部こわすことにはならないでしょう．

F 現在，一般的な組合せ問題で，もとの問題の構造をじょうずに残して，問題を形式化して解いていくアプローチはないように思えます．やはり，個別にそのつど，その問題の構造をじょうずに取り入れた，自分で考案したアプローチで早く，安く答えを出すということを行なうほうがよいと思います．

C 情報検索には，いくつかの問題が含まれていると思いますが，その1つにファイリングの問題というのがあります．それに組合せ問題がはじめて応用されたのは，Bose の方法でしょう．キーワード型のデータの情報検索の問題に，実験計画法のＢＩＢの方法を使うと，転置ファイルよりは，冗長度が少なくなるということが提案されたわけです．その後，広島大の山本純恭先生などがグラフ理論のなかのクロー分割の考え方を用いると，もっと冗長度が減るということを，２年くらい前のＯＲ学会のシンポジウムで発表されたことがあります．

実際に，そういう理論が使われているかといいますと，それが数学的にこっているということもあるかもしれませんが，現実にはもっと単純な方法で十分であるという意見が多くて，それを使うだけのメリットがあまり見られないというのが実際家の意見なのです．理論的にはたしかに非常に効率のいい方法なのですが，実際にキーワードのつけ方とか分類の方法というのが，このような理論が使われるほど，リファインされていないといいましょうか，いいかえますと，情報にキーワードをつけるにしても，ある意味では非常に無駄のあるつけ方を人間はしていることなどの影響で，めざましい効率，成果があまりあがっていないのが現状です．

人間に使いやすいキーワードというのは，かなり無駄があるとは思いますが，ある意味の計算処理をやって，キーワードの数を圧縮して，少ないキーワードにしていき，情報をリファインすることができれば，先に述べた理論的方法の効果的な使い方ができるのではないかと考えているわけです．

D 人間に使いやすいキーワードというのには，かなり無駄があり，そのなかのあるキーワードはよく使われるが，ある部分のキーワードを持っているデータはほとんどないという状態であり，その特性を生かしてファイリングを行なう方法が，現在一般によく使われている方法です．

それに対して，キーワードを圧縮して，Hashing 的な方法でコンパクトに収めて，前に述べられた理論が効率的に使えるようなことを考えていきたいと思っているわけです．

G 整数計画の問題も組合せの問題も，ある程度大きくなると解けなくなるので，理論の有効性というようなものをどういう立場で眺めるか，あるいは，研究の方向づけをどういう立場に立って行なうかというようなことが大切ではないでしょうか．十何年前には，どの程度の問題が，どの程度の手間で解けるのかというようなことから，問題の複雑さだとか，解法のよさなどを測って，そういうメジャーに照らして，なにかいい解法を考えるような形にいかなければいけないと思っていましたが，最近，整数計画や組合せなどの問題，たとえば，グラフ理論のハミルトン・サーキットの問題，巡回セールスマン問題などといった種類で，経験上非常にむずかしいと思われている問題が，同族であり，どれか1つが，わりとじょうずに解けると，他のものもわりとじょうずに解けるというようなことがわかってきた．

そこで，どのくらい効率のよい解法があるのかというような観点から，その問題の複雑さというものが整理されてきていることが，組合せ理論だとか整数計画法などの最近の傾向として，相当実際的な意味を持った成果だと思われます．ただ，数学的な興味だけで研究を進めますと，かならずしもＯＲ的な見地から役に立つという結果は出てきませんので，ときどき，初心に返って，この方向ではたしていいのだろうかとか，あるいは，もう少し別な見方がないのだろうかということを振り返ってみるのがいいだろうというのが，最近のこういった問題に関する私の感想なのです．

両部会の共通領域とアプローチの方法

C 形式的な共通性ということになるかもしれませんが，カバーリング問題，マトロイドなどは，両方の分野で，かなり必要な概念として出てきているのではないでしょうか．組合せ理論のほうでは，マトロイドというのは，独立性と従属性の1つの抽象化されたものとしてと

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

らえられており，コーディング理論では，独立というのをガロワ体のうえで考え，maxmal independent setの問題をマトロイドの問題としてとらえていくという感じがしています．

G　一般論からいえることを使いながら，しかもその問題の特殊性を十分考慮にいれていかなければならないわけですが，たとえば，連続型の数理計画の問題では，キューン・タッカー条件だとかデュアリティとか，個々の問題を理解するうえに，一般的理論体系というものが大変役に立ちますね．整数計画の場合に，個々の問題を眺めるのに一般論が役に立つ部分というとどういうところをあげたらよいでしょうか．

もちろん，整数計画にもデュアリティ理論がありますね．ただ，連続型の場合には，デュアリティ・ギャップが相当ゆるい条件の下でなくなりますが，整数計画では，デュアリティ・ギャップというのはあるのでしょう．

B　整数計画法の一般的な解法が，直接個々の問題に役に立つということはないと思うのです．しかし，いろいろな問題に対して，その不連続な程度を考えて，整数線形計画になる問題と，ならない問題とにわけて，どの点が共通なのかということを調べることはできるのではないでしょうか．ただし，整数線形計画にして，はたして解けるのかどうかは別なことですが．

F　整数計画のなかでも，混合整数計画の大型の問題はかなり解けるようになってきたのです．それは，主として，解法に用いているＬＰのアルゴリズムの進歩と計算機の大型化とによっています．しかし，組合せ問題を０—１型になおすと，普通使っているＬＰ問題と違ったＬＰの問題になるのですよ．ＬＰのアルゴリズムというのは，多分，その問題のマトリックスの構造などをじょうずに使っているのだと思うのですが，組合せの場合には，普通あつかっている問題と違ったマトリックスをあつかうことになることと，整数変数の数が圧倒的に違うので，整数計画法の既成のプログラムを用いてもあまりよい結果は得られないのだと思います．計算機の速度が現在の100倍くらい速くなれば，かなりの問題が整数計画の既成のプログラムを使って，かなりの安いお金で解けるようになるかもしれませんが，当分の間は，個々の問題ごとに，それに適した方法で解いていかなければならないと思います．

H　ＬＰがじょうずに解かれているというのは，シンプレックス法という一般的な方法が強力で，しかも，マトリックスの構造がスパースであることなどを利用して解いているからです．整数計画の場合には，そういう一般性のある強力な手法がないけれども，計算センター的なところでは，個々の問題に応じたコードをつくるよりはＬＰを使ってブランチ・アンド・バウンド法と組合せていく混合整数計画の形で解いていくというところが多いようです．最近関連した仕事にも，混合整数計画の方向に定式化して，ブランチ・アンド・バウンド法を用いて解いていったものがあります．

予備知識としてなにが必要か

C　整数計画のほうは，多分かなりパターンがきまっているようですし，お話を聞いていますと，方法中心というところがありますね．組合せ部会のほうは，そういった体系的なものは，まだ全然なくて，暗中模索している状態ですから，あまり予備知識もいらないと思いますので，興味のある方は，これからもどしどし入ってきていただきたいと思います．ただ，情報処理というのは，結局，０，１のいろいろな処理につきるということになります．そういう意味で，従来ブール代数が使われていたわけです．

ところが，通信理論などで，ガロワ体のＧＦ(2)を用いて，回路の最小化問題を，かなり簡単にあつかえるようになりました．回路の最小化だけでなく，同じパターンの繰り返しで，必要な情報処理を達成すると，製作が非常に楽になるという理由から，ガロワ体の拡大という概念を使って，回路設計を行なうと単純化されるという話がだいぶ出てきています．

A　予備知識としては，ＬＰだけご存じならば，整数計画に興味のある方なら，どなたでも入ってきていただきたいと思います．

F　整数計画の教科書も最近かなり出てきましたが，どれを読んでも，入門のところだけ．厚い本でもう少し書いてあるぐらいですね．

I　最近の本は，手法を中心に書かれているのが，非常に多いのですが整数計画で解いたら，非常にうまくいったとか，整数計画でなければ解けないような問題とか，問題があって手法が結びついた事例が集められている本はありませんか．

F　最近，そういう事例を集めようと思って調べてもらっているのですが，最近，そのような事例は，関連雑誌には，載らなくなりましたね．

A　最近宣伝されているのは，大規模ディストリビューション・システムの最適化の問題で，一般化・ベンダー

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

ス法を使ってじょうずに解けるという話題と，MITだと思いましたが，集合分割関係のプログラムをつくったという話題があります．ただ，レポートを見ておりませんので，くわしいことはわかりませんが．

部会への招待

A 現在は，わりあい，若い人主体でやっておりまして，個々に問題を提出していただくという形で進行しています．できるだけ多くの問題に接して，なにかある構造のある問題が見つかれば，それをお手伝いしてやっていきたいと思っていますので，なにかあまりに大きくてどうしようもなさそうだという問題は別としまして，中ぐらい程度で，あるいは解けるかもしれないという問題をお持ちの方には，ぜひきていただいて，お話を伺いたいと思っております．

さきほども，事例が不足しているというご指摘がありましたが，いろいろな方面の方々から，お話をお聞きしたいと考えております．整数計画の関連雑誌としては，Mathematical Programmingが，この分野では現在いちばん権威があるのではないかと思います．

その他に，SIAM Journal の Control & Optimization, Operations Research, Management Science, Discrete Mathematics などを見ていただければよいと思います．

C 組合せのほうはさきほどもお話ししましたように体系的知識は，ほとんどない分野です．たとえば，シミュレーションのようなものでも，実験計画を使って，どのようなやり方をしたらよいかという計画を立てることも重要なファクターだと思いますし，実際に，そういうような応用も行なってみたいと思います．

また，実際の大量情報処理というような意味で，Relational Data Base といった情報検索の分野とか，従来の数量化理論などが使われている分野も情報検索的に行なってみるということも考えております．そのような，広い応用を考えておりますので，その方面に興味のある方々はぜひ入会していただきたいと思っております．

関連雑誌といたしましては Combinatorial Theory, Information & Control などがありますが，最近，Statistical Planning & Inference という雑誌が出る予定になっていますので，見ていただきたいと思います．

A 今年(昭和51年)の秋に，ハンガリーでマセマティカル・プログラミング・シンポジウムが開かれ，整数計画では，いろいろなセッションにわかれておりますので，いろいろな情報が得られると思います．Proceeding が出ると思われますので，とても楽しみにしているわけです．

第8回ORサロン：

「組合せ理論，整数計画法とOR」

日時：昭和51年7月21日(水) 18時～20時

場所：学会センタービル会議室

出席者：荒木睦彦(清水建設)，今野 浩(筑波大)，杉本英士(早大)，鈴木久敏(東工大)，新村秀一(住商コンピュータサービス)，高橋磐郎(早大)，玉井哲雄(三菱総合研究所)，野末尚次(国鉄技研)，前田英次郎(日本ユニバック総研)

研究普及委員会：伊理正夫(東大)，山内慎二(NHK技研)，腰塚武志(東大)

司会：山内慎二

記録：山内慎二，腰塚武志，杉本英士

IFORSだより

日本オペレーションズ・リサーチ学会も会員学会であるIFORSからNewsletterが届きました．会員学会に所属する個人会員もほとんどIFORSのことを知らないというので，ドイツのH. Müller-Merbach 教授が editor となって昨年度から年4回の予定で発行することになったようですが，なぜか1976年度は2回(5月と12月)で，しかもそれが一緒に届いたわけです．

1/2号には松田会長のPreface，Müller-Merbach教授の Newsletter の「目的・内容・配布」，Conference の予告，加盟OR学会の役員(会長，Secretary，IFORS代表)等が掲載され，3/4号には各学会の定期刊行物，IFORS の定款，役員，過去の国際会議，会員学会の会員数，EURO や FIACO の紹介などのほか，個人の求む……といったことまで載せられています．

これらのうち，定期刊行物についてのニュースを次ページにまとめてご紹介します．他のニュースのご紹介も折にふれて，この欄でいたしたいと思います．なお，会員数では，米7,859がトップで，4けたの学会は日本2,064，フランス2,201，イギリス2,898，TIMS 6,377となっています．

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．