特集　地域科学

# 都市の形について

古山正雄

## 1. 序

### 地図を見て

たとえば，都市の形がどうなっているかを知ろうと思えば，国土地理院の地図を買ってきてジッと見ることからはじめようと思うのは自然の感情であろう．実際に地図をながめてみるとつぎつぎと形についての素朴な疑問が湧いてくる．

たとえば，私の感じた疑問というのは，山の形について，地図には多くの等高線が描かれているが，それらはどんな特徴を持っているのか？ もちろん等高線というくらいだから，互いに交わることはないのだが，それを1つの閉曲線とみなすとき，何を形の特徴をあらわす指標とすればよいのだろう．また山の断面はどんな形をしているのか？ つまり山の傾斜の期待値や分散はどの程度か？ 海岸線について，その曲線は複雑であるが，曲率や，期待値や分散，分布はどうなのか？ さらに湖の外形は等高線の一種と見なせようが，その差し渡し(弦の長さ)はどの程度か？ また面積と周長との関係，面積÷(周長)$^2$ の値は？ 河川の形は，グラフでいえばツリー状であるが，長さや流域面積，傾斜角の関係は？

そうした自然地形上の問題だけではなくて，道路や鉄道，さらに行政区画等の多くの線が地図上に混在しているが，その様態はどのような特徴を持っているのだろうか？ すなわち，交差点の数や交差点の間隔，街区面積の期待値や分散や分布はどんなものか等々．

さらにこれらのさまざまな形を統一的にあつかうには，どうすればよいのかといった方法上の問題にも興味が湧いてくる．そこでつぎに本箱をひっくり返して，形についての取りあつかい手法を検索してみたというわけだ．

### 形態則

形については，実にさまざまの分野の人がさまざまのアプローチをしていて興味深い．

まず寺田寅彦氏の論文には，ネコのしま模様をあつかったものから，火山の形について，島の曲率と緯度の関係，東北地方の山のプロフィールをあつかったものまでさまざまあり，モルホロジストとしての面目躍如たるものがある．

つぎにD.トムソンの “On the Growth and Form”．これは生物の形をあつかったものだが，流体の圧力と血管の分岐比，表面張力と細胞の結合角度，馬の骨格と橋梁を比べ，モーメントの分布と骨の断面の太さなど，初等力学から形が説明されているところがおもしろい．

H.ヴァイルのシンメトリー．これは形というより，形の構成(構造)を代数的にあつかっている点が魅力的ではある．

建築では奥平耕造の都市工学読本があり，生態学の方面では，E. C. ピールー “An Introduction to Mathematical Ecology” がある．生態学の方面では，この書にかぎらずスペイシャルアナリシスに関しては研究歴がありそうだ．同じく

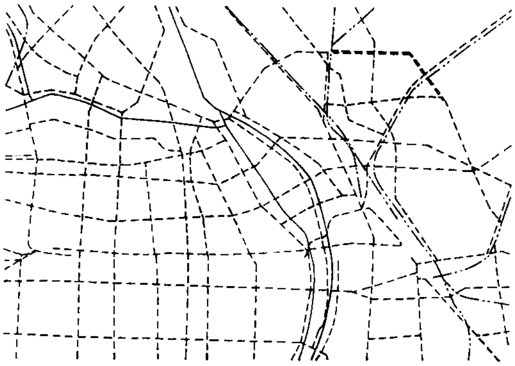

図 1 大阪の街路網(部分)

統計的形態論では結晶の分野が一流派を成している．幾何統計の本で参照されるFullmanや，最近Random Set & Integral Geometryを書いたMatheronも鉱物出身の人だという．また地理ではHorton以来河川の形についての多くの論文がある．

またこうした分野にかぎらず，統計的な形態論に有効だと思われる方法に“積分幾何”がある．たとえば，増山先生のデタラメの世界，Santaloの積分幾何入門，古くはクロフトンの論文，新しくは本誌上に連載された腰塚氏の積分幾何について，などである．

これらの本をながめ渡すと，地図のような複雑な形を取りあつかうときには，統計的なやり方が有効だと思われるが，それにしてもいったい形を数値で把えるには形のどこを見ればよいのかが気になるわけだ．そこでつぎに形を把えるときの指標についての話題にうつろう．

### 形の指標

まず平面上の曲線をあつかうときには角度，面積，長さ，個数，という4つの量について知ることが重要であろう．そしてこれらの量について，都市の地図である以上，都市計画との関連をおもえば，指標の分布がわかれば問題ないが，それがわからなくても，偏在を把えるために平均値と分散を押えることが重要であろう．さらに4つの量の間の関係をも把えたい．つまり，個数の増減にともなって，長さや面積はどのように影響されるのかを把えねばならない．そこでこれらの点に注意しながら，地図を実際に測ってみよう．

## 2. 実測例

全国の都市から，札幌，仙台，横浜，静岡，名

表 1 実測値 ($\gamma$＝2乗の平均値/(平均値)$^2$)

| 都市名 | | 面積 | 長さ | 個数/km$^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1. 札幌 | 平均値 | 29.8 ha | 867 m | 3.8 |
| | 分散 | 0.408km$^4$ | 0.45 km$^2$ | 54.8 |
| | $\gamma$ | 5.6 | 1.6 | 4.9 |
| 2. 仙台 | 平均値 | 67.2 ha | 950 m | 2.5 |
| | 分散 | 1.334km$^4$ | 0.91 km$^2$ | 4.8 |
| | $\gamma$ | 4.0 | 2.0 | 1.8 |
| 3. 横浜 | 平均値 | 30.6 ha | 890 m | 3.7 |
| | 分散 | 0.313km$^4$ | 0.18 km$^2$ | 37.6 |
| | $\gamma$ | 4.4 | 1.2 | 3.7 |
| 4. 静岡 | 平均値 | 35.2 ha | 735 m | 2.5 |
| | 分散 | 0.251km$^4$ | 0.33 km$^2$ | 4.4 |
| | $\gamma$ | 3.0 | 1.6 | 1.7 |
| 5. 名古屋 | 平均値 | 29.5 ha | 490 m | 4.6 |
| | 分散 | 0.193km$^4$ | 0.18 km$^2$ | 79.2 |
| | $\gamma$ | 3.2 | 1.75 | 4.7 |
| 6. 京都 | 平均値 | 44.3 ha | 615 m | 2.4 |
| | 分散 | 0.743km$^4$ | 0.55 km$^2$ | 2.7 |
| | $\gamma$ | 4.8 | 2.4 | 1.5 |
| 7. 大阪 | 平均値 | 19.2 ha | 450 m | 5.6 |
| | 分散 | 0.048km$^4$ | 0.10 km$^2$ | 12.0 |
| | $\gamma$ | 2.3 | 1.5 | 1.4 |
| 8. 神戸 | 平均値 | 22.5 ha | 585 m | 2.9 |
| | 分散 | 0.205km$^4$ | 0.36 km$^2$ | 6.7 |
| | $\gamma$ | 5.1 | 2.0 | 1.8 |
| 9. 広島 | 平均値 | 19.8 ha | 552 m | 4.1 |
| | 分散 | 0.166km$^4$ | 0.38 km$^2$ | 14.0 |
| | $\gamma$ | 5.2 | 2.2 | 1.9 |
| 10. 福岡 | 平均値 | 40.7 ha | 855 m | 2.5 |
| | 分散 | 0.554km$^4$ | 0.65 km$^2$ | 3.5 |
| | $\gamma$ | 4.3 | 1.9 | 1.5 |
| 11. 熊本 | 平均値 | 29.4 ha | 665 m | 3.2 |
| | 分散 | 0.335km$^4$ | 0.34 km$^2$ | 9.0 |
| | $\gamma$ | 4.9 | 1.8 | 1.9 |
| 12. 鹿児島 | 平均値 | 25.4(16.3)ha | 405 m | 4.2 |
| | 分散 | 1.045(0.06) km$^4$ | 0.33 km$^2$ | 14.4 |
| | $\gamma$ | 17.3(3.2) | 3.0 | 1.8 |
| 全国平均 | | 32.1 ha | 671 m | 3.3 |

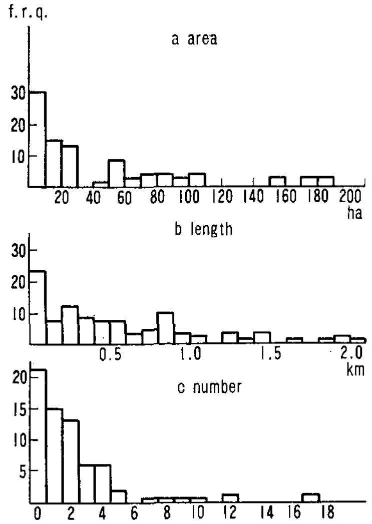

図 2　札幌

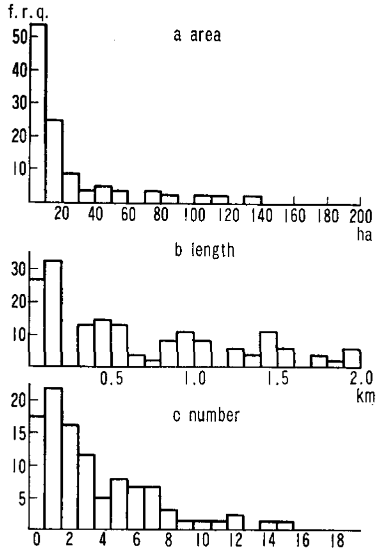

図 3　横浜

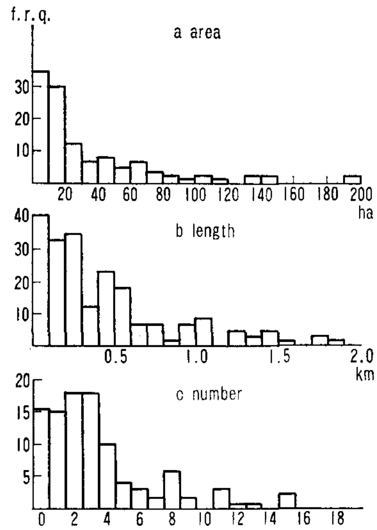

図 4　名古屋

古屋，京都，大阪，神戸，広島，福岡，熊本，長崎，鹿児島の12都市と東京の一部を選び，それらの都市図から，道路(幅員11m以上)，鉄道，河川を写しとり，それらの混在している状態を，上記4つの指標(面積，長さ，個数，角度)について測った結果を報告しよう(表1)．

**街区面積**

まずこれらの線によって囲まれる街区の面積は全国平均で約32haである．全国的に見て，比較的平均値はバラツキが少ないといえるので，だいたい600m角の正方形の面積に相当する．つぎに分散は全国的に見れば，0.507km$^4$程度である．

ところでこれを都市ごとに見てみよう．1つの都市内で，交通網が偏よって存在しないかどうかを見るために，街区面積の2乗の平均値と平均値の2乗の比をとってみるとこの値は，約4で，大阪の2.3～札幌の5.6くらいの値を示していることを記憶にとどめてほしい．また分布の型は，指数型をはっきり示している点に注目したい．

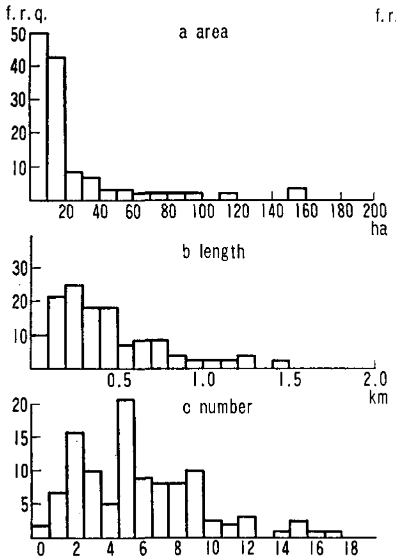

図 5　大阪

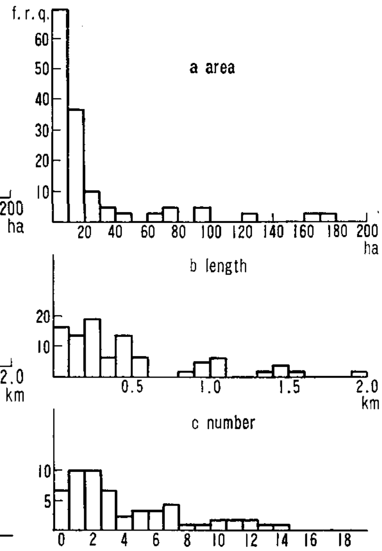

図 6　広島

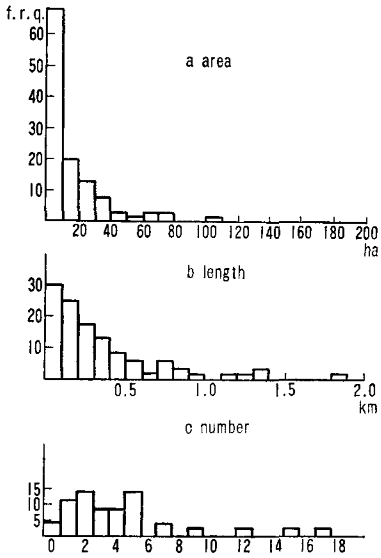

図 7　鹿児島

### 交点数の分布

1 $km^2$ あたりの交点数は約 3.3 個で各都市のバラツキは少ないのだが，分散は各都市でかなりバラツキ，分布型も一概に論じられない様子である．しかし，予想としては交点の分布は 1 つにはポアソン型ではないかということである．しかし各都市とも，分散＞平均値である点を考えれば，そうとはいいきれない．そこでつぎに考えられるのは，ゼロを加えたポアソン分布というものである．山地や湖沼等の道路や鉄道の線がもともとない場所が存在するわけだから，この点を考慮して $1-\theta$ を未利用地の面積の割合とすれば，確率分布は

$p_r=\theta\lambda^r e^{-\lambda}/r!\,(r=1,\ 2\cdots\cdots)$ で平均値 $\theta\lambda$，分散 $\theta\lambda(1+\lambda(1-\theta))$ となる．

さらにはポアソン―ポアソン分布（Neyman A 型）ではなかろうかとも考えられる．

なぜこのような分布が頭に浮かぶのかといえば，筆者はすでになんらかのモデルとなる地図を想定しているわけで，それの性質を頭においてこれらの測定値をながめていることを告白しなければならない．

### 距離

つぎに交差点の間隔について見てみよう．つまり道路にそって測った交差点の間隔であるとか，河川にそって測った橋の間隔等についての測定値である．全国的に見れば，670m を平均値とし，分散は面積や個数に比べて小さめである．ところが分布の型は都市によって多少異なっている．指数分布のように見える都市と，$\Gamma$ 分布のように見える都市があるからだ．

いずれにしろ，指数系の分布と見なしたいという気がするのは，交点数の分布がポアソン的であるということと関係していることは，すでにお気づきのことであると思う．すなわち，交点数の分布がもしもポアソンであれば，交点間隔は指数分布となり，地図上のさまざまな線の混合状態にもなんらかの手がかりが与えられるだろう．さて他の特徴量について付記しておこう．

### 角度

地図上で角度といえば，線と線の交角をまずおもい浮かべるのだが，交角については，測定値のみならず，理論的にもすでに一応の結論が得られているので，私がそれ以上追加することはない．結果は，$f(\theta)=1/2\times\sin\theta(0\leqq\theta\leqq\pi)$．期待値 $\pi/2$ の分布をする．そこでここでは河川の曲率について考えてみよう．ここでは河川の曲率について，時計方向に曲がれば正，反時計方向なら負の値ときめれば，都市内では河川の曲がる角度は $[-\pi,\ \pi]$ の間に分布する．東京西南部について測定したところ，分布の型は，指数分布のように見える．同じく，20万分の 1 の地図上で，島の曲率を測ってみたら同じような分布となっている．

島の話が出たところで，島の形を示す他の指標についての測定結果を示しておこう．すなわち，島の面積を $S$，周長を $P$ とすれば，$S/P^2$ の値である．（増山先生のデタラメの世界にも形態係数として紹介されている．）目安として，円の場合，約 0.08，正方形で 0.062 程度である．

## 3. モデルによる整理

さて地図上に配されたさまざまな線を見とおしよく把えるために，なんらかのモデルを想定して，そのモデルを通じて現実の姿を見ていこう．ところで，都市を把えるためには，目に見える線だけではなく，施設の領域や圏域といった，目に見えないが都市計画ではよく使われる概念上の境界線もあり，それらを把えようとすればつぎのようなモザイク地図（図 8 ～10）が有効と思われる．

### L モザイク，S モザイク，C モザイク地図

まず S モザイクとは，おもに結晶学で用いられているもので，ランダムに点配し，それらを中核とするように平面を分割したものである．都市施設，とくに公園や学校，警察等の圏域の性質を把えるためのモデルである．

また C モザイク地図は，半径 $r$ の円をランダムに置いたもので，もとはランダム爆撃の効果を調

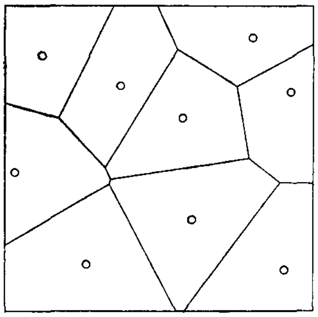

図 8

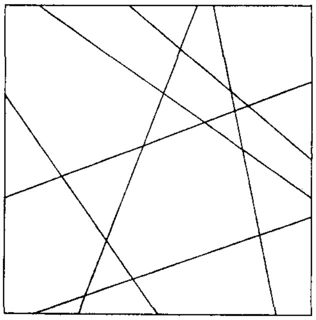

図 9

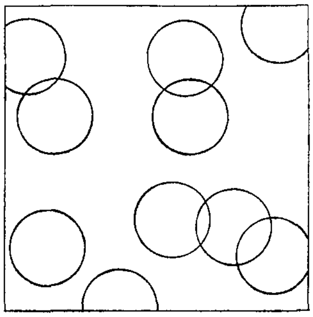

図 10

べるのに用いられたが，これを一定の圏域を有する施設によって，都市の領域を被覆するときの効率を調べるモデルとしたものである．

Lモザイク地図はもっかの目的である，道路網や鉄道網を把えるためのモデルである．またこの性質を調べるには積分幾何が必要となるだろう．

**Lモザイク地図の性質**

**①定義**　Lモザイク地図とは，図11に示されているような，乱線(ランダムライン)の交わりによってつくられるセルの集合といってよい．すなわち，任意の一点を原点0にとり，極座標を用いて点$p(r,\ \theta)$をつぎのように定める．$r$，$\theta$を$0\leq r\leq R$，$0\leq\theta\leq 2\pi$の間でランダムにとる．そして，点$p$を通り，原点0と点$p$を結ぶ線分に垂直に線を引き，これを乱線と名づける．こうすれば，乱線は0を中心とする半径$R$の円内に一様にランダムに配されることになる．

ところで，平面上の2点はそれを結ぶ一線を定めるわけだから，2点をランダムに置き，それを結ぶ直線を乱線といってもよさそうであるが，そのような定義はとらない．両者の相違は本誌9月号腰塚氏の論文にくわしいので参照してください．こうして定義されたLモザイク地図には，つぎのような性質がある．

**②交点を有する確率**　まず基本となるのは乱線同士が与えられた領域内で交点を有する確率を得ることである．結果からいえば周長$L$，面積$S$の凸領域に交わるあらゆる乱線の集合の測度は$\int dpd\theta=L$で与えられることを用いて，この凸領域にある周長$l$の凸図形に乱線が交わる確率$p_1$は

$$p_1=l/L$$

同じく長さ$l_1$の直線分に交わる確率$p_2$は

$$p_2=2l_1/L$$

またこの凸領域内で，2本の乱線同士が互いに交点を有する確率$p_3$は

$$p_3=2\pi S/L^2$$

もちろんこの領域の外で交わる確率は$(1-p_3)$．

たとえば，周長$L$のある地区に高速道路が通るとき，この中にある周長$l$の小学校敷地を高速道路がかすめる可能性は，計画未定でも，あらゆる可能性を考慮して，$l/L$と見積れるだろう．

**③交点数の分布**　②の結果を用いて，交点数の分布を考えてみよう．まず単位長さあたりの交点数を考える．いま$n$本の乱線がありそのうち$k$本が長さ$l$の線分に交わる確率は，②の$p_2$を用いて

${}_nC_k p_2{}^k(1-p_2)^{n-k}$．($n\to\infty$のときポアソン分布)

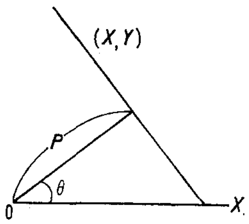


図 11

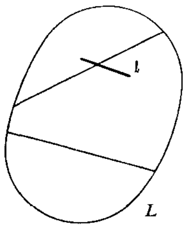


図 12

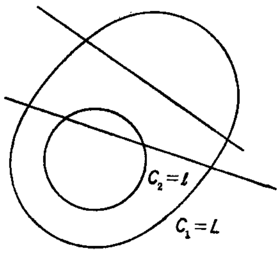


図 13

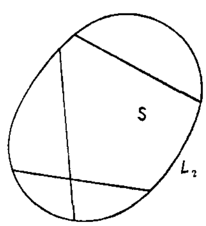


図 14

**④長さの分布**　③の結果を用いて，乱線にそって測った交点間隔の分布は，単位長さあたりの交点数がポアソンだから，その間隔は指数分布となるだろう．

河にそって測った橋の間隔についても同様な傾向がある．また任意の一点から，最寄の乱線までの垂直距離(アクセス)も指数分布になることが，乱線の定義から導出される．

**⑤面積について**　モザイクのセルの面積の分布はいまだ導出されていないようである．期待値と分散を示しておく．

$$E(S)=4/\pi\times 1/\rho^2$$
$$E(S^2)=8\times 1/\rho^4$$
$$V(S)=(8-16/\pi^2)/\rho^4$$
$$E(S^2)/(E(S))^2=\pi^2/2$$

ここに，$E(S)$，$E(S^2)$，$\rho$ はそれぞれ面積の期待値，２次モーメント，乱線の密度である．($1/\rho$ は交点間隔の期待値)

**⑥交角の分布**　乱線同士の交角 $\varphi$ の分布は

$$f(\varphi)=1/2\times\sin\varphi\,(0\leqq\varphi\leqq\pi)$$

(本誌10月号，腰塚論文式(2.25)参照.)

**⑦指標相互の関係**　さて上で別々に述べた指標について，それらの間にどんな関係があるかを整理しておこう．これに関しても，本誌11月号の腰塚氏の式(2.45)はもっともわかりやすい関係式だろう．これは凸領域中の乱線の長さの推定を，長さ$\sim\sqrt{\pi}\times\sqrt{(\text{交点数})(\text{凸領域の面積})}$で示している．この式については，結晶における Fullman の式，$4l/(\pi S)=2N/L$($S$：表面積，$N$：頂点数，$l$：辺の長さ)，またミニマムツリーの長さの推定式 $L=C\sqrt{nS}$($C$：定数，$n$：頂点数，$S$：面積)を想起させるものがあることに注意すべきであろう．長さ，面積，個数の関係は，同じような形の式であらわされている．

## 4. 考　察

さて，２章で実測値を示し，３章でそれを把えるためのモデルを示したが，両者がだいたい同じ傾向を示すというのはどういうことか．つまり計画的に配置された道路網をランダムなモデルで把えることの意味を考えねばならない．初期の予想では，ランダムなものと計画されたものとの隔たりを明らかにし，それを評価の尺度や，都市の特性の類型化の指標に用いる意図もあったのだが，区別が判然としないという結果になってきた．その原因を考えてみると，１つには，都市の施設計画は，それぞれの条件内では最適なものをめざしてつくられたとしても，時間経過の中でそれらも加えていっても，全体として最適な都市をみちびかず，結果としてランダムな姿になってくる場合があるのではないか？　すなわち，ローカルオプチマムとグローバルオプチマムの間には隔絶があり，計画がその間をうまくつなげられないために実際の都市はランダムに見えるのではないかということが考えられる．

また１つには，モデルのほうにも問題があるのかもしれない．すなわち，ランダムな地図といっても，Ｌモザイクはある地域内に一様にランダムに線を置くわけだから，地域内の施設の偏在を表現したものではない．したがってこれと符合することは，少なくとも形はランダムでも，施設が地域内に一様に配されていることが保障され，都市にとってはそれで十分なのかもしれない．またこのモデルではランダム性の検出力が弱いのではないかという意見もあり，これらの考えをつめていく必要を感じている．終わりに，地図を見て,「都市がどんな形をしているのか？」といった記述的観点からはじめたが，「どんな形にすればよいのか？」に答える方向に向かっていかなければならない．たとえば，ランダムに配された点を結ぶミニマムパスやミニマムツリーやサーキットの長さの推定，さらにはランダムな最小被覆等について，いくつかのヒントは出されているのだから．

ふるやま・まさお　1949年生
京都工芸繊維大学　工芸学部　住環境学教室