

ある需給システム信頼度の評価モデル

——時間依存の吸収状態を持つ

マルコフモデルの応用——

森 清 堯

需給システムの代表的なものとしては電気、ガス、水道などの公共事業システムがあげられよう。そこでの供給不足は社会に対して重大な支障をもたらすため、これらシステムでは常に安定した供給を行わなければならない。

とくに電気については、他の“財”とは異なり生産即消費という特性を持っている。したがって、常に需要の発生と同時にこれに見合う供給をする必要がある。すなわち、供給(電源)設備は最大需要をまかなえるような容量を持っていなければならない。需要の伸びと冷房機器の普及にともなう夏場のピークロードの上升、さらに電源立地難などによる供給計画の遅れや公害規制による供給制限などによって需給が逼迫した状態がここ数年来つづいており、今後もこの状況はあまり変わらないものと考えられる。

需要の動向をみたり将来の供給計画策定などのために必要な需要予測とともに供給予備力、供給信頼度などの評価を行なうことは、質の高い電気を安定して供給するために必要なことである。

本報告では、電力需給の信頼度について従来の信頼度評価法を紹介するとともに供給力と需要の変動を動的にとらえた信頼度モデルを紹介する。このモデルは時間に依存する吸収状態を持つマルコフモデルとして定式化したもので、マルコフモデルの変わった利用法の1つである。

1. 電力需給システムの信頼性の考え方と現状

時々刻々と変化する電力の需要に対して安定した供給を行なうためには、需要を的確に把握し、これに見合う電力供給設備を建設し、運用しなければならない。需要は長期的には景気変動により、また短期的には気温などの気象条件によって変動する。一方供給設備側では、発電機、送電線などの諸設備の事故によって供給力が減少したりあるいは渇水によって水力発電の供給力低下が生

ずることがある。

したがって、こういう設備の事故、渇水、需要変動などの予測しえない事態の発生に対しても供給支障をおこさないで安定した電気の供給を行なうには、想定される需要以上の予備設備を持たなくてはならない。この予備設備が供給予備力である。

この供給予備力と供給信頼度は、日本電力調査委員会¹⁾でその算定方式が確立されている²⁾。以下その概要を紹介する。

供給予備力を定める前提条件として対象とする電力系統は完全連系のシステムとする。このシステム内での「事故」「渇水」「需要変動」の3種の不確定要因にもとづく出力変動の確率分布を求め、これによって需給のバランスを評価する。

1.1 実績にもとづく不確定要因の分布

「事故」「渇水」および「需要変動」の確率分布は、過去の実績にもとづいてつぎのように計算される。

(a) 事故確率

事故率 λ は次式で与える

$$\lambda = \frac{T_D}{T_U + T_D} \quad (1.1)$$

ここで、 T_U は運転時間、 T_D は事故停止時間である。各発電所のユニットごとに過去の実績から事故率が計算される。

いま、発電ユニットが l 台あるとし、事故による出力の変動量を X_g とすれば、 X_g の分布は各ユニットの発電容量および事故率から容易に計算される。いまその X_g の分布関数を $G(x)$ とする。

(b) 水力の出力変動確率

過去22年間の流量記録により、第5出水時点出力^{*1)}を

*1) 自流水力発電において過去の発電実績を累積して最豊水、豊水、平水、渇水、最渇水日という5つの時点に分類し、その最渇水日に対応する出力にある調整能力を付加した出力である。

基準(0出力)として水力の出力変動 X_w の分布 $W(x)$ を求める。

(c) 需要変動の確率分布

過去の需要予測誤差をもとにして、経験的に需要変動の確率分布を、累積確率が0.99となる需要変動量が最大3日平均電力^{*2)}の6%となるような正規分布として与える。すなわち、時点 t における平均電力量を μ_t 、最大3日平均電力を M 、需要変動量を X_d としその確率分布を $\phi(x)$ とするとき、この $\phi(x)$ は

$$(1 - \phi(0.06M)) = 0.01$$

となるような正規分布

$$\phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx \quad (1.2)$$

として与える。このとき、実際の需要量は $\mu_t + X_d$ と与えられる。

1.2 総合した出力変動の確率分布

以上(a)(b)(c)で与えた事故、渇水、需要変動による出力変動はそれぞれ独立と考えられるので、これらの変動を総合した出力変動 $T(=X_g + X_w + X_d)$ の確率分布 $F(t)$ は、各分布の G 、 W 、 ϕ のたたみこみ^{*3)}として

$$F(t) = P_r\{T \leq t\} = G * W * \phi(t) \quad (1.3)$$

で与えられる。

1.3 供給予備力

供給予備力は、事故、渇水、需要の変動などの予測しえない異常事態の発生があっても、安定した供給を行なうのを目途としてあらかじめ予備設備として保有する予備力として定義され、具体的には、最大3日平均電力と第5出水時点(最渇水日)において定期補修分を控除した無事故時の供給能力との差 R をもって供給予備力としている。

1.4 供給信頼度

供給信頼度の表現方法は、見込不足平均日数と需給度とが考えられている。

(a) 見込不足平均日数

事故、渇水、需要変動の結果としての全体の出力減少を $T=t$ とし、供給予備力を R とすれば、このとき1カ月間に供給力が不足する日数 N_t は図1に示すような需要持続曲線^{*4)} (duration curve) から求めることができる。こうして、見込不足平均日数 $\bar{N}$ は

$$\bar{N} = \int N_t dF(t) \quad (1.4)$$

と与えられる。

当然のことながら、供給不足平均日数は供給予備力 R に依存する。最近まで、わが国では供給不足日数が0.3日/月になる供給予備力を持って各電力会社の保有すべき供給予備力としていた。しかし、現在は各社一律の供

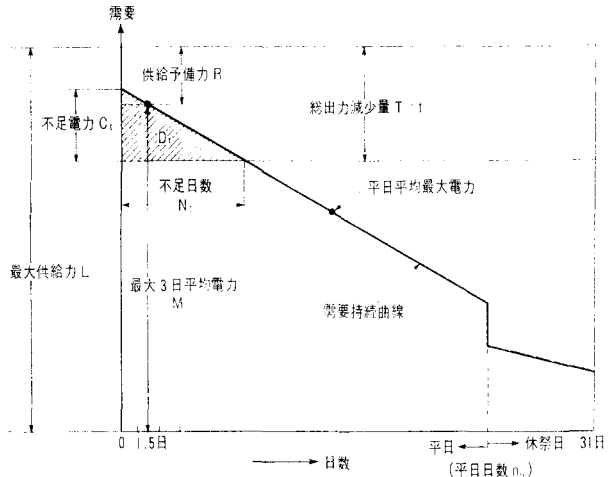


図1 需要持続曲線と供給不足日数

給予備力ではなく、それぞれの実態に応じて電源の信頼度向上をはかっていくほうが合理的であるとして各社独自に供給予備力の算定が行なわれている。

(b) 需給度

需給度 γ は図1に示す諸量をもとにつぎのように計算される。

$$\gamma = 100 \times \left(1 - \frac{\int D_t dF(t)/n_0}{M} \times 10 \right)$$

$$\text{ここで } D_t = C_t \times N_t / 2$$

この需給度 γ は、不足電力の度合の表現で、最大需要電力の10%の不足を生じた状態を需給度0の基点としたものである。

2. 電力需給システムの信頼度評価のためのマルコフモデル

前節に概説した現状の評価法は、需要(負荷)曲線を人工的な持続曲線に交換していること、さらに対象期間にわたって出力が一様に保たれているという型で、需要と供給のあいだの関係をモデル化している。しかし、実際の需要(負荷曲線)と供給力との時間的な推移は図2に示すとおりである。需要および供給力それぞれの変動は

*2) 第1位、第2位、第3位の3日間の最大電力を平均したもの。

$$*3) F_1 * F_2(x) = \int F_1(x-t) dF_2(t)$$

*4) たとえば、月または年という一定期間の時間または1日単位の需要を大きさの順に並べ需要と日(時間)数との関係を図示したものである。簡便的には、最大3日平均電力と平日平均最大電力の実績比をもとにして想定最大3日平均電力を与えて、図1のようにこれらを直線で結んで作成する。

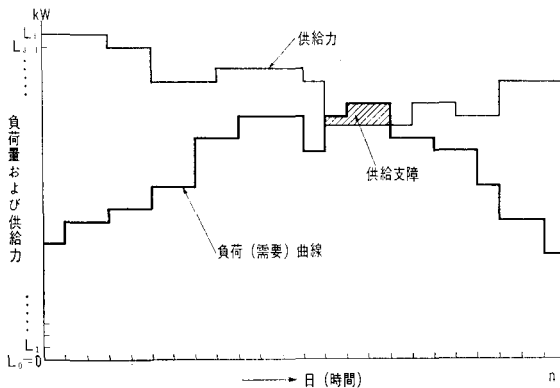


図 2 負荷曲線と供給力

時間的にとらえるほうがより自然であろう。そこで、本節では需要を持続曲線ではなく負荷曲線そのものであらし、供給力の変動も動的に表現するモデルとして、時間に依存する吸収状態を持つマルコフモデルで定式化が可能なことを示す。さらにこのモデルによって、従来の評価法に加えて

- (i) ある時点で供給支障をおこしていない確率
- (ii) 一定期間のあいだ供給支障をおこさない確率
- (iii) はじめて供給支障をおこすまでの平均時間

というような新しい評価が行なえる。

2.1 定式化と数値計算例

いま、発電ユニットは l 台あるものとする。そしてユニット i ($i=1, 2, \dots, l$) の発電容量を C_i とする。

(a) 供給力

供給力は最大供給能力、すなわち l 台のうち故障していないユニットの容量の総和であらわす。いま、時点 t でユニット i が故障か正常かをあらわす変数 ε_k^t を

$$\varepsilon_k^t = \begin{cases} 0 & \text{ユニット } i \text{ が時点 } t \text{ で故障} \\ 1 & \text{正常} \end{cases} \quad (2.1)$$

($k=1, 2, \dots, l$)

とすると、ベクトル $\mathbf{e}^t = (\varepsilon_1^t, \varepsilon_2^t, \dots, \varepsilon_l^t)^t$ によってシステム全体での各設備の状態を示すことができる。さらに、ユニット容量 C_i を要素に持つベクトル $\mathbf{C} = (C_1, C_2, \dots, C_l)$ を考えれば、総出力 L は $\mathbf{C} \cdot \mathbf{e}$ である。

(b) 故障確率・復旧確率

発電ユニットは偶発的な故障によって出力停止することがある。

さらに故障すれば直ちに修理が開始され、ある時間たてば正常な状態に復旧する。ユニットが故障するまでの動作時間 T_U および事故継続時間 T_D は確率的であり、実績データからみてそれらはそれぞれ指数分布にしたがうものとされている^{1), 4)}

$$P\sigma\{T_U < t\} = 1 - e^{-\lambda t} \quad (2.2)$$

$$P_r\{T_D < t\} = 1 - e^{-\mu t} \quad (2.3)$$

ここで $1/\lambda$ は平均運転時間で $1/\mu$ は平均停止時間。

運転時間および停止時間がそれぞれ指数分布 (2.2), (2.3) にしたがうことから、いま平均の運転および停止時間に比べて短い時間間隔 dt を単位時間にとって考えてみれば、この単位時間内に対する事故確率、復旧確率はそれぞれ近似的に、 λdt , μdt で与えられる。

そこでここでは、ユニット k の単位時間あたりの故障確率をそれぞれ f_k , r_k とし、ユニット個々の故障、復旧も互いに独立として考える。

(c) 需要

需要は図 2 に示すような負荷曲線で示される。

実際の需要は固定的ではなく時々刻々変動している。しかし、ここではモデルを簡単化するために平均的(代表的)な負荷曲線を考えこの負荷曲線を供給力が各時点で超えているかどうかで供給支障か否かを定める。負荷曲線は前に定めた単位時間をもとに作成されているものとする。

2.2 マルコフモデルによる定式化

システムの状態はベクトル $\mathbf{e}$ であらわされることは前に述べたが、 l ユニットからなるシステムの状態の数は 2^l となる。そして各状態の供給力 L は $L = \mathbf{C} \cdot \mathbf{e}$ で与えられる。そこでこの供給力を小さいほうから順に $0, 1, 2, \dots, m$ ($m=2^l-1$) なる整数に対応させ、システムの状態空間 S を $\{0, 1, 2, \dots, m\}$ とする。

各ユニットの容量 C_k の異なる組み合わせに対して供給力の一致する状態が存在しうる。たとえば、同一容量のユニットが多数あるような場合である。供給力のレベルは 0 から $L = \sum_{k=1}^l C_k$ までいくつか考えられる。そこでこれら供給レベルが s 個あるとしこれらを小さい順に L_0 ($=0$), $L_1, L_2, \dots, L_s = \left(\sum_{k=1}^l C_k\right)$ とあらわす。さらに供給力 L_h に対応する状態の集合を K_h とすれば状態空間 S は

$$S = K_0 \cup K_1 \cup \dots \cup K_s$$

と分割される。ただし $K_h \cap K_j = \phi$ ($h \neq j$)、とくに $K_0 = \{0\}$, $K_s = \{m\}$ である。

供給力は状態空間を S とするマルコフ連鎖としてあらわされる。

すなわち、ある時刻 t で状態 i (このときの状態ベクトルを $\mathbf{e}_i^t = (\varepsilon_1^t, \varepsilon_2^t, \dots, \varepsilon_l^t)$ とする) にあって、時刻 $t+1$ で状態 j (状態ベクトル $\mathbf{e}_j^{t+1}$) に推移する推移確率 p_{ij} はつぎのように与えられる。

いま、ユニット k ($k=1, 2, \dots, l$) に対し

$$q_k = \begin{cases} f_k & \varepsilon_k^t = 1, \varepsilon_k^{t+1} = 0 \\ 1 - f_k & \varepsilon_k^t = 1, \varepsilon_k^{t+1} = 1 \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\begin{cases} r_k & \varepsilon_k^t=0, \varepsilon_k^{t+1}=1 \\ 1-r_k & \varepsilon_k^t=0, \varepsilon_k^{t+1}=0 \end{cases}$$

とあらわすと

$$p_{ij} = \prod_{k=1}^l q_k \quad (2.5)$$

$$(i, j=0, 1, 2, \dots, m)$$

となる。こうして、推移確率行列 $P=(p_{ij})$ が得られる。

この推移確率行列を用いて、需給システムに対するつぎの新しい信頼度が計算される。

- i) 時点 n で供給支障をおこしていない確率 $R(n)$
 - ii) 時点 n まで供給支障をおこさない確率 $F(n)$
 - iii) はじめて供給支障をおこすまでの平均時間 T_f
- いま時刻 n で負荷を下回っている状態の集合を $A(n)$ とあらわす。推移行列 $P=(p_{ij})$ に対する演算子 $I_{A(n)}$ をつぎのように定義する。

$$I_{A(n)} P \equiv (q_{ij}^{(n)})$$

$$q_{ij}^{(n)} = \begin{cases} p_{ij} & i \in S-A(n), j \in S-A(n+1) \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \quad (2.6)$$

すなわち、

$$q_{ij}^{(n)} = S-A(n) \begin{pmatrix} S-A(n+1) & A(n+1) \\ p_{ij} & 0 \\ A(n) & 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

この確率行列 $I_{A(n)} P=(q_{ij}^{(n)})$ は時間に依存する吸収状態を持つマルコフ連鎖と考えることができる。

さらに計算の便宜上

$$S-A(n+1) \begin{pmatrix} A(n+1) \\ 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \end{pmatrix}^T \quad (2.8)$$

なる列ベクトルを考えておく。

こうして、 $R(n)$, $F(n)$, T_f はつぎのように求めることができる。

$$i) R(n) = a_0 P^n \eta_{(n)} \quad (2.9)$$

ここで a_0 は m 次元行ベクトルでシステムの初期分布である。

$$ii) F(n) = a_0 \prod_{t=1}^n (I_{A(t)} P) \eta \quad (2.10)$$

ここで η は要素がすべて 1 の m 次元列ベクトルである。

$$iii) T_f = \sum_{n=0}^{\infty} F(n) \quad (2.11)$$

以上の諸量のほかに各時点における供給力の分布とその平均値を求めることもできる。

いま時点 n での状態分布 $\gamma^{(n)}$ は

$$\gamma^{(n)} = a P^n = (r_m, r_{m-1}, \dots, r_0) \quad (2.12)$$

である。そして各状態に対応する供給力を要素とする列ベクトル

$$K_s \dots K_i \dots K_0$$

$$\beta = (L_s, \dots, L_i, \dots, L_0)^T \quad (2.13)$$

を考えれば、時点 n における平均供給力 v_n は

$$v_n = a_0 P^n \beta \quad (2.14)$$

と与えられる。さらに時点 n での出力分布 $r_p^{(n)}$ は

$$r_p^{(n)} = (r_m, \sum_{K_{s-1} \geq k} r_k, \dots, \sum_{K_i \geq k} r_k, \dots, r_0)$$

と与えられる。

2.3 数値計算例

これまでの定式化をもとに簡単なシステムについての数値例を紹介する。いま容量 50 のユニット数が 2、容量 25 のユニット数が 4 すなわち総供給力が 200 の 6 ユニットからなるシステムを考え、図 3 に示すような負荷曲線のパターンと表 1 に示すような各ユニットの故障確率、復旧確率を与えた場合の数値計算例を図 4、5 に示す。

なおユニット 1、2 についてはその故障確率をパラメータとして表 1 に示すような 5 ケースを考え、さらに時刻 0 ではすべてのユニットが正常な状態としたものである。

この簡単な数値例から、負荷のピーク時における信頼度の減少の度合の大きさ、容量の大きいユニットのシステム全体の信頼度への寄与の大きさなどが容易によみとれる。

3. 今後の課題

この報告では需要パターンを平均的な（あるいは代表的な）負荷曲線に固定して考えている。しかし実際の需要はこの平均的負荷曲線のまわりに確率的に変動するも

表 1 故障確率と復旧確率

ユニット No.	1	2	3	4	5	6
容 量	50	50	25	25	25	25
故 障 確 率	0.01, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20		0.05			
復 旧 確 率	0.9		0.8			

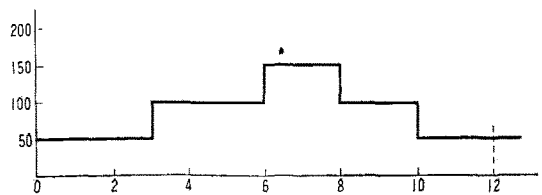


図 3 負荷曲線パターン例

のとみたほうがより現実的である。このように需要も確率的に変動する場合にも、このモデルの拡張は可能である。しかしこの場合は負荷曲線そのものが確率変数となり、処理はそうとう面倒になる。ここで紹介した単純なモデルでは負荷曲線の1つの実現値に対する評価を行なっていることになる。

ユニットの数が大きくなると状態数が大きくなり数値計算上メモリーおよび計算時間について問題が生ずる。各ユニットの故障率は過去の実績から年2%~3%と与えられる。したがって単位時間を1日でみるとすれば、単位時間内に2台以上同時に故障する確率はほとんど0であるとみることができる。こうして推移行列の非零要素を少なくして計算の簡便化をはかることができる。つぎに実用規模のモデルのときはすべてのユニットではなく大容量ユニットだけを対象にし、需要レベルはこれら

ユニットが受けもつ負荷を考えることによってモデルを小さくすることができる。

また、本モデルは各線路に容量制約のあるネットワークの流れに関する信頼度評価に対しても用いることができる。ここでの時間に依存する吸収状態を持つマルコフモデルは見方を変えれば、時間に依存する状態への初通過問題とも考えることができる。こういう形のマルコフモデルの適用例はあまり見かけないように思われるが、適用可能な問題は多いのではないかと期待される。

参 考 文 献

- 1) 日本電力調査委員会「電力需要想定および電力供給計画算定方式の解説」(1972)。
- 2) Kemeny, J., and J. Snell: Finite Markov Chains, Van Nostrand, New York, 1960.

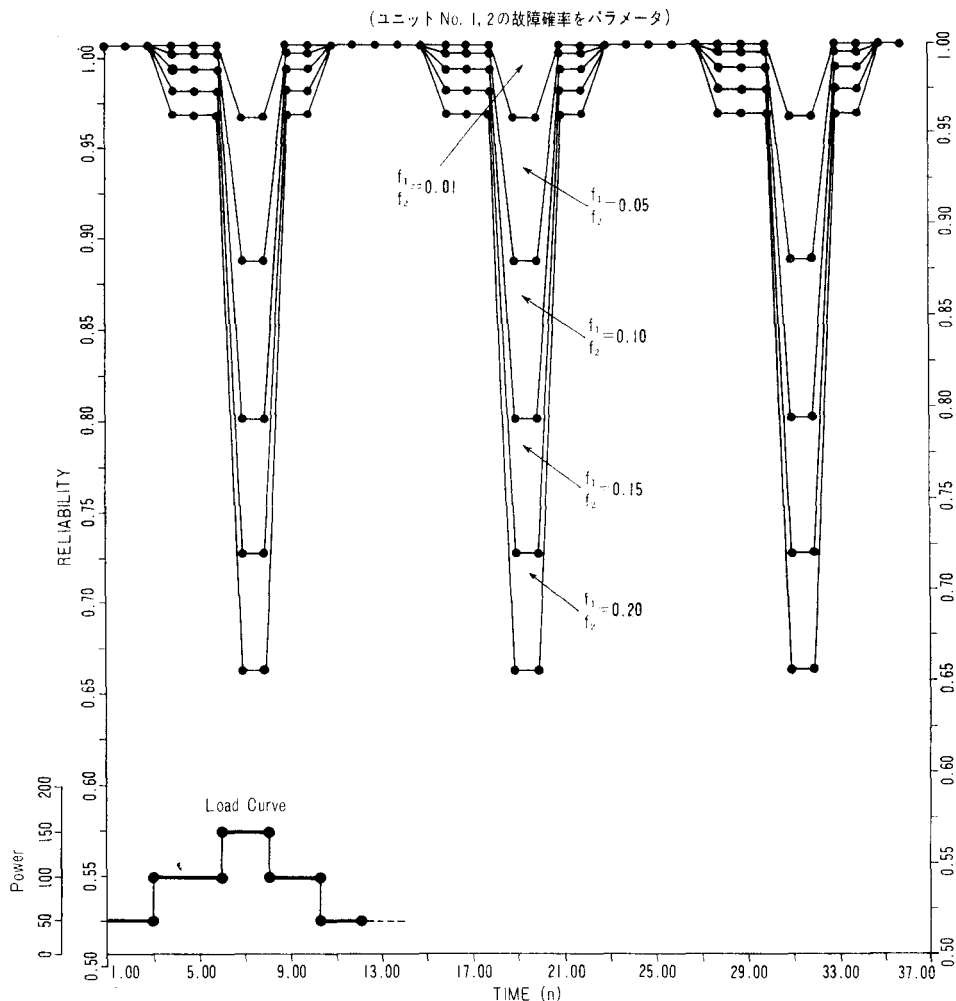


図 4 供給支障をおこしていない確率 $R(n)$

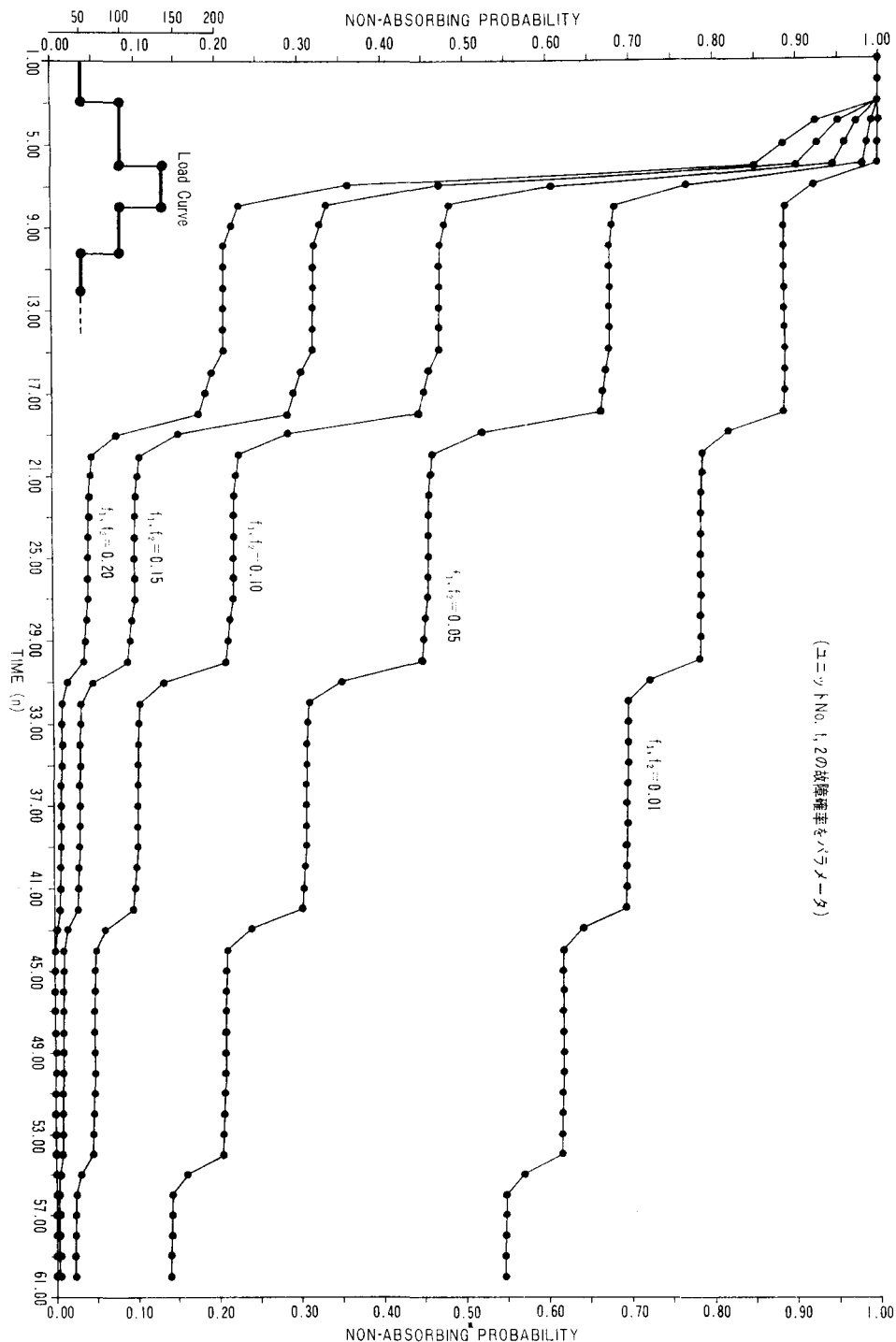


図 5 一度も供給支障をおこさない確率 $F(n)$

- 3) Barlow, R. E., and F. Proschan : Mathematical Theory of Reliability, John Wiley & Sons, New York, 1967.
- 4) DeSeno, C. F., and L. L. Stire : A Probability

Method for Determining the Reliability of Electric Power Systems IEEE, Trans. Power Apparatus and Systems, 83, 174-181.

(もりきよ・たかし 電力中央研究所)