Fuzzy 論的意思決定とOR

田畑吉雄・関田康慶

1. 意思決定におけるあいまい性

不確実性のもとでの意思決定問題は，経営科学，ORなどの分野で重要な位置を占めている．可能な行動からどの行動を選択すべきかを定める局面は，たいてい不確実性に直面していたものであり，「偶然性」と「あいまい性」がともなう．

偶然性（randomness）に対する考察は，長い歴史を有する統計的決定理論にその偉力を期待できるが，あいまい性（fuzziness）に対してはほとんど目が向けられてこなかった．ここで，あいまい性とは人間の主観に起因している不確実性のことである．たとえば，ある人が「いい病院で診察を受けたい」と考える病院選択の局面（意思決定）には，詳細に，あるいは一般的に定義し難いいいのようなあいまい性があって，どうしても部分的に主観的な判断を入れざるをえない．このようなあいまい性を含んだ意思決定問題は，ORにおいて重要な意味を持っているにもかかわらず，ほとんどあつかわれてこなかった．とくに，複雑な経営システム，社会システムなどにおける意思決定のように，構成要素に同質性が仮定できず，人間の主観的要因が影響をおよぼす問題にこのことが言える．

この種の問題解決が遅れているおもな原因は，あいまい性の数学的定義の困難さにあったと思われるが，1965年に L. A. Zadeh[29] が fuzzy 集合論を提唱したことにより，数々の応用可能性と発展性が示唆された．その後，約10年間を経過して，fuzzy 理論は既存の代数学，位相数学などの拡張に用いられた．応用面では，オートマトン，言語理論，システム論などにも顕著な影響をおよぼしている[16),26),32)]．この応用に際しては，単に既存の理論を拡張していく方向と，あいまい性の概念自体に活路を見いだして，新しい問題を追求する態度が見られる．とくに，後者の態度は新しい分野での分析に相当な成果を期待できるであろう．しかしながら，ただ残念なことに基本的な問題であるにもかかわらず，現在では fuzzy 集合を特性化するメンバーシップ関数の同定問題ではあまり取り上げられていない．これは応用面への大についきな障害になっている．

本報告では，主としてメンバーシップ関数が与えられた場合を想定し，あいまいな環境下における意思決定問題の現状をORとの接点として要約して考察するが，応用上不可欠であるメンバーシップ関数の同定問題についても言及する．

2. fuzzy 環境でのいくつかの概念

通常の集合論は，取りあつかう対象が，そのクラスに属するか否かが明確に判定できる場合にかぎられていた．これに対して，「業績のよい企業の集合」，「5よりもはるかに大きな実数」のような表現で規定される対象をあつかえる fuzzy 集合の概念[29)]が導入された．

fuzzy 集合は，その対象が属しているか否かをはっきりと規定できないようなものの集まりである．$X=\{x\}$ を点 x を持つ空間とすれば，X の中の fuzzy 集合 A とは，X から M への写像であるメンバーシップ関数 $\mu_A(x)$ によって特性づけられる集合であり，

$$\{x, \mu_A(x)\}$$

と書く．M はメンバーシップ空間とよばれ，半順序や束がとられることもあるが[15)]，多くの場合，区間 $[0, 1]$ が用いられる．とくに，$M=\{0, 1\}$ のときは，non-fuzzy 集合（すなわち，通常の意味での集合）をあらわす．メンバーシップ関数 $\mu_A(x)$ は，点 x が fuzzy 集合 A に属する度合（グレード）をあらわすもので，以下の議論に

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

おいて，中心的な役割りを演ずる．

ここで fuzzy 集合の具体的な例を考えてみよう．$X=\{0, 1, 2, \cdots\}$を非負の整数の空間とすれば，この空間において，「5か6に近い数」という fuzzy 集合は，主観的な判断ではあるが，たとえば，

$$A=\{(3,\ 0.6),\ (4,\ 0.8),\ (5,\ 1.0),\ (6,\ 1.0),\ (7,\ 0.8),\ (8,\ 0.6)\}$$

で示される．

このような fuzzy 集合に対して，通常の集合間の演算を拡張したものが，種々定義されている[16),19)]．さらに，メンバーシップ関数を用いて，fuzzy凸 集合，fuzzy 関係[16),29)]，fuzzy 写像[8)]，fuzzy 事象とその確率[30)]，fuzzy 集合におけるエントロピー[10)]，fuzzy 測度および fuzzy 積分[22),24)] などの概念も導入されている．これらの概念を大部分網羅したものに，Zadeh[29)]，水本[19)]，Kaufmann[16)]などがある．

3. fuzzy 意思決定

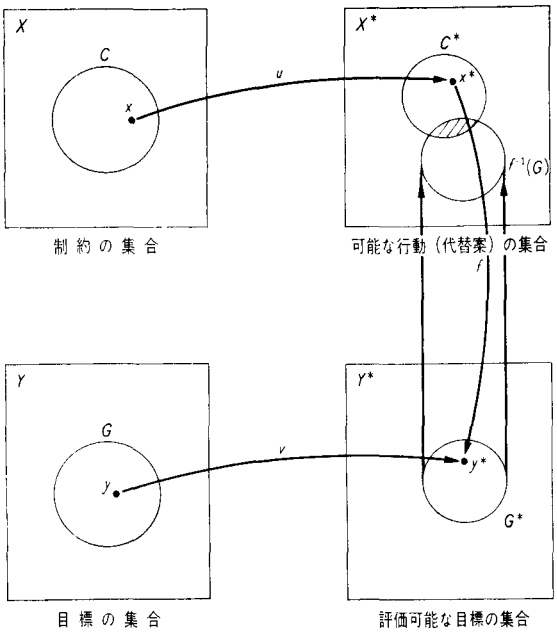
科学技術が進歩し，エネルギー源の大規模利用も可能となり，われわれがかかわりあいを持つシステムは急速に大規模・複雑化する傾向にある．さらに，このようなシステムには必ず人間が介入しているため，単に客観的立場からだけでなく主観的に種々の決定がくだされることが多い[4),6),9)]．したがって，現状に見られる複雑な意思決定は，あいまいな環境にあると言える．

一般に，意思決定問題は図のような基本モデルで要約される[3)]．この図において，すべての実行可能な行動および目標の集合 C, G は，写像 u, v によって価値づけられ，評価可能な集合 C^*, G^* をつくりだす．すなわち，すべての評価可能な行動の集合の中に，現実にとりうる価値づけられた制約集合 C^* があり，決定の結果の集合の中に目標集合 G^* が存在する．このとき，

$$D=\{x;\ C^*\cap f^{-1}(G^*)\}$$

なる集合がこの意思決定問題の解となる．ところが，上記のようなあいないな環境においては，目標Gは人間の主観的立場から価値づけられるものであり，また制約 C も同様な立場をとることが多い．たとえば，目標として「だいたいyぐらいの収益をあげたい」のように，fuzzy 論的な表現が用いられるのが普通である．

このように，目標および制約が fuzzy であるような fuzzy 意思決定問題は，Bellman & Zadeh[4)]，Fung & Fu[12),13)]，浅居・田中[2),3)] らによって論じられている．Bellman & Zadeh[4)] は，この種の意思決定問題の最初の論文であって，u, v を同型写像としてあつかっている．この論文では，fuzzy 目標 G と fuzzy 制約 C がメンバーシップ関数 $\mu_C(x)$ と $\mu_G(x)$ によって特性づけられた fuzzy 集合として規定されている．このとき，



意思決定の基本モデル

$$\mu_D(x)=\min\{\mu_C(x),\ \mu_G(x)\}$$

であると見なすことができる．最適な決定 x^0 とは，$\mu_D(x)$を最大にする X 中の意思決定であり，

$$\mu_D(x^0)=\sup_x[\min\{\mu_C(x), \mu_G(x)\}]$$

で与えられる．

このように，Bellman & Zadeh は fuzzy 制約と fuzzy 目標とを「and」の意味で統合し，1つの fuzzy 意思決定集合を導いている．このことは，制約と目標に本質的な差違のないことを意味している．また，最大化の and は，制約と目標とを同時に満足する決定のうちで，グレードの高いものを探索することに対応している．また，制約や目標が多数からなる場合にも同じ議論が成立する．

さらに，この論文では前述の概念を応用して，fuzzy 環境における多段決定問題をＤＰとの関連から考察している．すなわち，時刻 $t=1, 2, \cdots$におけるシステムの状態を $x_t\in X=\{\sigma_1, \cdots \sigma_n\}$，入力を $u_t\in U=\{\alpha_1, \cdots \alpha_m\}$ とする．システムの挙動をあらわす方程式は，$t=0, 1, 2, \cdots$に対して，

$$x_{t+1}=f(x_t,\ u_t)$$

で与えられる．ここで，f は $X\times U$ から X への時間的に不変な関数である．時刻 t における入力 u_t は，メンバーシップ関数 $\mu_t(u_t)$で特性づけられる fuzzy 制約 C^t で制限されている．また，Xにおける fuzzy 目標は，メンバ

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

ーシップ関数$\mu_{GN}(x_N)$であらわされる．ただし，Nは計画期間の最終時刻である，

多段決定問題とは，最大化決定を求めることであり，決定集合Dは，

$$\mu_D(u_0,\cdots,u_{N-1})=\min\{\mu_0(u_0),\cdots,\mu_{N-1}(u_{N-1}),\mu_{GN}(x_N)\}$$

が特性づけられた fuzzy 集合

$$D=C^0\cap C^1\cap\cdots\cap C^{N-1}\cap\bar{G}^N$$

で与えられる．ここで，$\bar{G}^N$はXにおいてG^Nを生成するような$X\times\cdots\times X$の中の fuzzy 集合である．最大化決定は，上の関係を繰り返すことにより，DP方程式

$$\mu_G^{N-k}(x_{N-k})=\max_{u_{N-k}}\left[\min\left\{\mu_{N-k}(u_{N-k}),\mu_G^{N-k+1}(x_{N-k+1})\right\}\right]$$

$$x_{N-k+1}=f(x_{N-k},u_{N-k}),\quad k=1,\cdots,N$$

で与えられる．

このように，fuzzy 意思決定問題は，制約Cと目標Gとの共通集合Dのメンバーシップ関数$\mu_D(x)$の最大化問題に帰着される．Asai & Tanaka[1]は，$\mu_D(x)$を最大化する問題と等価な問題として，αレベル集合C_αを，$C_\alpha=\{x;\mu_C(x)\geq\alpha\}$で定義するとき，

$$\sup_\alpha\min\left\{\alpha,\max_{C_\alpha}\mu_G(x)\right\}$$

なる最適値(α^*,x^*)を定めるためのアルゴリズムを提唱し，fuzzy 数理計画問題とよんでいる．

一方，目的関数をただちにメンバーシップ関数で特性づけず，多次元のベクトル値とした多目的計画に対して，fuzzy 的に考察を進めているものに Nishida & Takeda[20]がある．

以上は，Bellman & Zadeh[4]の概要であるが，この考え方には，fuzzy 目標や fuzzy 制約の重要度が考慮されておらず，むしろメンバーシップの度合にその意味を内包させている．しかし，この論文の意図をさらに深く探究すれば，fuzzy 目標や fuzzy 制約の中に，重要度を示唆する fuzzy 部分集合を導入することがより自然であろう．このような考え方は，メンバーシップ関数のメンバーシップを考えている Zadeh[32]に見られる．

このように，この問題は評価に関連しているが，Fung & Fu[11),12]は，数個の評価基準の統合が困難であるので，すべての評価基準を重要度に応じてほぼ満足するような部分集合を見つける考え方を示している．これは，いかにして政策空間を小さな部分集合に減少させるかという問題に対する1つの回答である．また，管野[22),23]，塚本[28]は，fuzzy 積分を用いて，美人や住居選択の評価について論じている．この概念を用いて，関田[21]は階層的ツリー状の統合評価を，レベル間の整合性をまじえて論じている．

また，意思決定を行なった結果，その決定を評価し，システムの挙動に応じて決定を修正する，いわゆる制御の問題も意思決定にとって重要である[14]．Chung[7]，小田中[18]はDPを用いて fuzzy な環境での制御問題を考察している．

このように，DPを用いたあいまいな環境下での多段意思決定とは別に，Zadeh[31),32]は言語変数を用いて意思決定のある種の過程を記述している．文献[32]は，fuzzy な文章で示される意思決定過程を取り上げて，複雑な関係を特性化する fuzzy アルゴリズムを展開しているが，この考え方は，伝統的な定量的方法とは異なり，つぎの3つの特徴を有している．

(1) 言語変数(linguistic variable)を用いている．

(2) fuzzy な条件文によって，変数間の単純な関係を特性化している．

(3) fuzzy アルゴリズムによって，複雑な関係の特性化を試みている．

言語変数とは，その値が人工，自然言語の文として定義されるものである．たとえば，「高さ」という言語が，「高い」，「非常に高い」などの値(表現)を持てば，「高さ」は言語変数になる．また，fuzzy な条件文は，命題A,Bが fuzzy な意味のとき，「もしAならばBである」という形で表現される．ここで「もしA(xが小さい)ならば，B(yは大きい)である」というとき，「小さい」，「大きい」という形容詞は，fuzzy 集合のラベルとよばれる．これらの条件文を組合わせた fuzzy アルゴリズムは，fuzzy 代入文と条件文を含む順序列である．こうして，言語変数や fuzzy アルゴリズムを用いれば，複雑で明確に記述し難い意思決定過程の分析がある程度可能になる．

そこで，前述の3つの特徴についてその概略を紹介しよう．まず第1の言語的で fuzzy な変数において，自然言語Lの言葉$x\in L$は，文法で規定された空間Uの fuzzy 集合$M(x)$の要約された記述としてみられる．たとえば，「花」なる名詞は，fuzzy 集合M(花)であり，赤が fuzzy 集合M(赤)であれば，「赤い花」の意味は，M(赤)$\cap M$(花)となる．このように，事物の色を変数とすると，赤，青，緑などは，対象の空間の fuzzy 集合のラベルとして理解される．このとき，色は fuzzy 変数になっている．なぜなら，観察者が変数(色)を識別するのに，正確な波長の測定を試みないのが普通だからである．

つぎに，fuzzy な意思決定過程の1つの表現形態として，fuzzy変数間の関係を特性化する方法が考えられる．

たとえば，x,yが言語変数であるとき，「もしx(負担があまり大きくない)ならば，y(援助をしよう)」という

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

のは，fuzzy の条件下での意思決定を示すものである．Zadeh は，このような条件付意思決定を fuzzy 関数のアルゴリズムとしてあつかっている．そこで，このアルゴリズムを構成する概念について若干ふれておく．

fuzzy 集合 A の台(support)を

$$\{x\,;\,\mu_A(x)>0\}\quad x\in X$$

とするとき，この台が X においてただ1点 y のみを持つならば，$A=\mu_A/y$ と書き，fuzzy singleton という．したがって，A が fuzzy 集合ならば

$$A=\int_X \mu_A(y)/y$$

とあらわされる．ここで積分記号は，fuzzy singleton についての和をあらわす．とくに，A が有限の台 $\{y_1, y_2, \cdots, y_n\}$ を持てば，

$$A=\sum_{v=1}^{n} \mu_i/y_i$$

で与えられる．たとえば，$X=[0,\ 100]$，$y=$年令 と定義すれば，「若い」という X の部分集合は

$$若い=\int_0^{25} 1/y+\int_{25}^{100}\left\{1+\left(\frac{y-25}{5}\right)^2\right\}^{-1}/y$$

と表現できるであろう．

$\{1+(y-25/5)^2\}^{-1}$ はメンバーシップの度合であるが，この変数自体を fuzzy 集合と考えることもできる．もし

$$X=百恵+淳子+昌子+ルミ子$$

であり，A が「自己顕示力」というラベルを持つ fuzzy 部分集合であれば，自己顕示の空間(Y)を

$$Y=強い+やや強い+普通+弱い$$

としたとき，

$$自己顕示力=強い/百恵+やや強い/淳子+普通/昌子+弱い/ルミ子$$

のような形で示される．一方，メンバーシップを示す空間 $Z=0+0.2+0.4+0.6+0.8+1$ を考えると，「弱い」，「普通」などの言語変数値の fuzzy の度合は，たとえば

$$弱い=1/0+0.8/0.2+0.2/0.4$$

となるであろう．

さて，X と Y，Y と Z との fuzzy 関係を示すメンバーシップ関数をそれぞれ $\mu_R(x,y)$，$\mu_S(y,z)$ とあらわそう．

$$R\,;\,X\to Y,\quad S\,;\,Y\to Z$$

なる写像について

$$R\circ S=\int_{X\times Z}\max_y\ \min\{\mu_R(x,y),\ \mu_S(y,z)\}/(x,z)$$

を定義すれば，意思決定過程を2段階で表現できる．たとえば，空間 X の要素「百恵」が空間 Y の要素「自己顕示が強い」に類似する程度 $\mu_R(x,y)$ を求め，空間 Y の要素「自己顕示が強い」と空間 $Z(\{0,\ 0.2,\cdots,\ 0.8,\ 1\})$ の要素との類似度 $\mu_S(y,z)$ を求めて，$X\times Z$ なる空間を考えれば，「百恵の自己顕示力の強さ」の程度を知ることができる．以上を行列で表示し，○を max min の演算を示すとすると

$$\begin{array}{c} \\ 百\ 恵 \\ 淳\ 子 \\ 昌\ 子 \\ ルミ子 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 強い & やや強い & 普通 & 弱い \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0.7 & 0.2 & 0 \\ 0.7 & 1 & 0.4 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 & 1 & 0.2 \\ 0 & 0.3 & 0.7 & 1 \end{pmatrix} \end{array}
\circ
\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 0 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.8 & 1 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4 & 1 & 0.6 \\ 0 & 0.1 & 0.8 & 0.8 & 0.1 & 0 \\ 1 & 0.8 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}
\begin{array}{l} \\ 強い \\ やや強い \\ 普通 \\ 弱い \end{array}$$

$$=\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 0 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.8 & 1 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0.7 & 1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.4 & 0.4 & 1 & 0.7 \\ 0.2 & 0.2 & 0.8 & 0.8 & 0.5 & 0.5 \\ 1 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix} \end{array}
\begin{array}{l} \\ 百\ 恵 \\ 淳\ 子 \\ 昌\ 子 \\ ルミ子 \end{array}$$

もちろん，X から Z への対応関係がただちに求まるような問題であれば，このような2段階の演算は不要であるが，いくつかの過程を経る意思決定過程の記述には有意義な考え方であろう．

さらに，この文献では，A の

$$\text{complement}\,;\ \neg A=\int_X(1-\mu_A(y))/y$$

$$\text{concentration}\,;\ CON(A)=A^2$$

などの演算を定義して，あいまいな意思決定過程のアルゴリズムを考えている．たとえば

$$A\Rightarrow B=A\times B+(\neg A\times X)$$

のように定義できる．

fuzzy アルゴリズムは，fuzzy 意思決定過程で，特定の問題の解をうる fuzzy instruction の順序集合であり，つぎの3つのアルゴリズムから構成されている．

(1) 定義・識別 (definitional and identificational) アルゴリズム

(2) 生成 (generational) アルゴリズム

(3) 関連行動 (relational and behavioral) アルゴリズム

これらを用いて，言語的で多段階の複雑な fuzzy 意思決定をアルゴリズム化することが可能となる．

4. fuzzy 意思決定のOR的意義

fuzzy 集合論において，あいまい性はもっとも基本的な概念としてあつかわれており，この性質がOR分野における fuzzy 集合論の導入を意義あるものにしている．

すでに指摘したように，あいまい性は，確率現象に見られるような対象の性質の不確かさを示すものではな

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

く，人間の主観にもとづく不確定性をあらわしている．主観性を取り除くことが可能な場合には，あいまい性の概念は当然不必要なものであるが，ORの対象となる現実の意思決定問題では，あいまいな環境のもとであいまいな目標を追求するのは，きわめて一般的である．

たとえば，ある企業が，いくつかの部門に予算配分を行なって，ある期間の利潤合計を最大にする最適な予算配分を求める問題では，情報収拾に努力したとしても，「x円程度の予算を部門A, B,…にα円，β円…として配分したとき，各部門はそれぞれ，おおよそa円，b円,…程度の利潤が期待できる」という程度の内容にとどまるのが実情であろう．

このような場合，通常の集合論を基礎にして考えようとすれば，仮定を設けてモデルを単純化せざるを得ない．このことは現実と乖離したモデル化を行なう危険に満ちている．したがって，あいまいさを除く新しい工夫が必要であろうが，あいまい性の概念の導入は，通常の集合論を拡張するという自然な形で，ORにおける意思決定問題を考察する基礎を与えている．とくにこの概念は，複雑な問題をモデル化する場合に価値がある．あいまいさを含んだ複雑な意思決定過程の分析は，時間や空間的な基準にもとづいて，多面的多次元の視点が必要である．この場合，あいまいさを除去するために，基準の細分化が考えられるが，還元主義の限界や多数の仮定を生じ，モデルが複雑にならざるを得ない．この問題は，あいまい性の概念を導入して，fuzzy な定式化を行なうことによってある程度回避できる．したがって，あいまい性の概念は，OR分野での複雑な意思決定のモデル化に大いに貢献するだろう．

このfuzzy集合論で定義される演算や構造は，容易に理解できる内容である一方，通常の集合論における高度な数学をfuzzy集合に拡張することも可能である．したがって，多くの人々が種々の数学的分析道具を駆使してあいまいな環境における意思決定問題に対処することができる．

このように，OR分野での意思決定にあいまい性の概念を導入することによって，

(1) あいまいな制約や目標を数学的に定式化できる
(2) あいまいな制約や目標の定量的処理が可能である
(3) fuzzy集合は通常の集合の拡張になっているので，各種演算，確率，積分などの概念が導入できる
(4) 複雑な意思決定の分析に有効である
(5) 新しい分野において，あいまいな対象をあつかう意思決定問題が可能となる．

などの利点がもたらされる．

しかし，fuzzy 集合論の発展にネックとなっている事実を認識しておくことも必要である．もっとも重要な問題は，あいまい性を示すメンバーシップ関数の同定にあるといっても過言ではない．メンバーシップ関数は，人間の主観にもとづいてきめられるものであるから，一般的に決定する方法論を提示することは容易でない．Fung & Fu[12]は，メンバーシップ関数を同定する際に，過度の主観性を排除する必要性を述べ，つぎの2つの方法を提示している．

(1) メンバーシップ関数を測定する尺度の構成法
(2) グループによる決定法

これらの方法では，あいまいさの範囲をある程度限定して，メンバーシップ関数をより客観的に求めようとしているが，その反面主観性を取り除くことによって，本来のあいまい性の概念を弱めている．田畑・関田[25]は，fuzzy 測度の同定問題を論じているが，この考え方も，fuzzy 測度の単調性という制約を設けることによって主観性をある程度排除したメンバーシップ関数を求めている．

これらの方向とは別に，Zadeh[32]は，メンバーシップ関数の合成から他のメンバーシップ関数を合成する考え方を示している．これはある概念が，いくつかの下位概念の複合概念になっている場合や，他の概念の修飾概念になっている場合などに適用される．いわばあいまいな環境下でのメンバーシップ関数の同定と言える．したがって，とくに複雑な対象のメンバーシップ関数を求める場合などに応用価値があろう．

また，メンバーシップ関数には人間の主観が反映されるので，時間の変化に依存するメンバーシップ関数も考慮すべきであろう．Lientz[17]は，この問題に焦点をあてている．

このように，いくつかの解決すべき問題も残されてはいるが，少なくともあいまいな対象を含む複雑な意思決定問題を分析するOR分野の研究者にとって，1つの新しい視点を与えよう．

参考文献

1) Asai, K. and H. Tanaka, "On the Fuzzy-Mathematical Programming", *J. of Cybernetics*, 3, 4, 28-36 (1974).

2) Asai, K. Tanaka, H. and T. Okuda, "Decision-Making and Its Goal in a Fuzzy Environment", in Zadeh, L. A and et al ed., Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Process, Academic Press, N.Y., (1975).

3) 浅居喜代治・田中英夫, "Fuzzy 集合論の意思決定と制御への応用", システムと制御, 19, 9-16

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.

(1975).

4) Bellman, R. E. and L. A. Zadeh, "Decision Making in a Fuzzy Environment", *Management Science*, 17, B141-B164 (1970).

5) Bellman, R. E. and M. Giertz, "On the Analytic Formalism of the Theory of Fuzzy Sets", *Information Sciences*, 5, 149-156 (1973).

6) Capocelli, R. M. and A. DeLuca, "Fuzzy Sets and Decision Theory", *Information Control*, 23, 446-473 (1973).

7) Chang, S. L., "Fuzzy Dynamic Programming and Decision Making Process", Proc. 3 rd Princeton Conference on Information Science Systems, 200 (1969).

8) Chang, S. L. and L. A. Zadeh, "On Fuzzy Mapping and Control", *IEEE Trans.* on SMC-2, 30-34 (1972).

9) Chang, S. L., "On Risk and Decision Making in a Fuzzy Environment", U. S.-Japan Seminor on Fuzzy Sets and Their Application, Berkley, July (1974).

10) DeLuca, A. and S.Termini, "A Definition of a Nonprobabilistic Entropy in the Setting of Fuzzy Sets Theory", *Information and Control*, 20, 301-312 (1972).

11) Fung, L. W. and K. S. Fu, "The K-th Optimal Policy Algorithms for Decision Making in a Fuzzy Environment", Proc. of 3 rd IFAC Symp. on Identification and Sys, Para. Estim. Pt. II, The Hague, Delft, Netherland, June (1973).

12) Fung, L. W. and K. S. Fu, "Decision-Making in a Fuzzy Environment", U. S.-Japan Seminor on Fuzzy Sets and Their Applications", Berkley (1974).

13) _____, "An Axiomatic Approach to Rational Decision Making Based on Fuzzy Sets", ibid.

14) Gupta, M. M., Nikiforuk, P. N. and K. Kanai, "Decision and Control in a Fuzzy Environment", Proc. of 3rd IFAC Symp. on Identification and Sus. Para. Estim.Pt. II, The Hague, Delft, Netherland, June (1973).

15) Goguen, J. A., "L-Fuzzy Sets", *J. of Mathematical Analysis and Application*, 18, 145-174 (1967).

16) Kaufmann, A., Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets, vol. I, Academic Press, N.Y. (1975).

17) Lientz, B. P., "On Time Dependent Fuzzy Sets", *Information Sciences*, 4, 367-376 (1972).

18) 小田中敏男, "Fuzzy環境におけるある制御過程について", 聖マリアンナ医大紀要, 2, 37-41(1973).

19) 水本雅晴, "Fuzzy代数とその応用", 数理科学, (昭45-2)～(昭48-12).

20) Nishida, T. and E. Takeda, "Applications of the Fuzzy Sets Concept to Information Theory and Decision Making", 4 th Management Science Colloquam, Osaka, 1975.

21) 関田康慶, "複雑な社会システムの fuzzy 論的評価に関する一考察", 大阪大学経済学, 25, 2-3, 312-325 (昭50).

22) 管野道夫, "Fuzzy 測度と Fuzz 積分", 計測自動制御論文集, 8, 2, 94-102 (昭47).

23) _____, Fuzzy 測度の構成と Fuzzy 積分によるパターンの類似度評価", 計測自動制御論文集, 9, 3, 361-368 (昭48).

24) _____, Theory of Fuzzy Integrals and Its Applications, a doctoral dissertation, Tokyo Institute of Technology (1974).

25) 田畑吉雄・関田康慶, "Fuzzy測度の同定問題について", 日本OR学会春季大会予稿集 (1976).

26) 田中幸吉, "ファジィ集合論とその応用", システムと制御, 19, 5, 227-228 (1975).

27) Terano, T. and M. Sugeno, "Macroscopic Optimization by Using Conditional Fuzzy Measures", 6 th IFAC World Congress, (1975).

28) 塚本弥八郎, "Fuzzy 積分による選好測度の同定", 日本OR学会春季大会予稿集 (1972).

29) Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets", *Information and Control*, 12, 2, 94-102 (1968).

30) _____, "Probability Measures of Fuzzy Events", *J. of Mathematical Analysis and Applications*, 23, 2, 421-427 (1968).

31) _____, "Fuzzy Algorithms", *Information and Control*, 12, 2, 91-102 (1968).

32) _____, "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes", *IEEE Trans*, SMC-3, 1, 28-44 (1973).

(たばた・よしお　大阪大学基礎工学部)
(せきた・やすよし　大阪大学経済学部)

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.