一般システム理論(2)

高原康彦

前回の解説で一般システム理論 (GST) の流れを概観した。結論的に言えば、GSTには3つの流れ (考え方) すなわち General Theory of Systems, Theory of General Systems と Systems Theory of General Audience が存在している。第1の考え方は GST 本来のもので、システム的なものを対象とする一般理論を建設しようとするものである。

第2の考え方は、第1の考え方があまりにも野心的すぎることから、対象を"一般システム"という限定されたものにし、それについての理論を構成しようとするものである。ここで言う"一般システム"は、第1の立場からするとすでに一般システムではなく"個別システム"になっており、それに対する理論も厳密には GSTとは言えないものであるが、"一般システム"を十分に一般性を持たせてモデリングしておけば、実用上一般性をそれほど失なわないと考えられる。

第3の立場は、第1、第2の立場のいずれに立つにせよ、十分に一般的で厳密でかつ有用な理論を構成することは非常に困難であると考え、システムの取り扱いに対する人間のヒューリステックスを集め体系化しようとするものである。これらのいずれの考え方でも、共通認識は、世の中の問題解決のためにシステム的思考・方法論が重要であり、そのためにシステムに対するなんらかの一般理論の建設が必要となっていることである。そしてこのような目的のためにつくられる GST は、少なくともシステム的なものに対して共通の言葉、共通の概念枠組を提供し、それにもとづき諸科学のある種の統一化をはかり、大規模なシステム(それはいろいろな学問からのアプローチを必要とする)の取り扱いを可能ならしめるようにすべきであるという点も共通認識である。

問題はどのような形で言葉や概念を提供するか、あるいは科学の統一をはかろうとするかである。第1の立場では、GST はできるだけ一般的であるべきであるということから、使用する言葉も限定することを嫌い(たとえば数理的言語に限定することに 反対する)、前回でも

みたように理論は記述的である. 記述的に構成された理論は、外見上の平易さ、概念の取り入れやすさ、理論のフレッキシビリティなどにすぐれているが、致命的には、本質的に存在する言葉のあいまいさと操作性に欠けることがある. 対象が一般的であればあるほどあいまいさは混乱を増すばかりで、概念的基礎を与えるものとはなりにくくなる. また、操作性に欠けることは学問として深いものとなることを妨げている. このような反省から生まれてくるのが第2の立場、とくに今回考察しようとする定式化(formalism)による GST である. 以下定式化による GST を MGST(Mathematical General Systems Theory)とよぶことにする.

たしかに定式化による GST は、"定式化による概念の貧困化"という宿命を持っている。また多くの場合、定式化による理論は外見上のむずかしさを持っている。しかし概念の貧困化も注意深い定式化を行なえば実用上満足すべき定式化も可能であり、また外見上のむずかしさも本質的なものではなく、言葉の持つ微妙なニュアンスの違いをくみとりつつ文脈を理解しなければならない言葉による理論よりははるかに簡単なものである。

この小論では、最初に定式化がどのように行なわれるかを示すために、前回の論文で紹介した言葉による概念枠組について定式化を行ない、つぎに MGST の操作性の意味を明らかにするためにその定式化にもとづきシステムの表現理論を概観する.

1. システム概念の定式化

この節では前回紹介した Ackoff と Miller によるシステム概念の枠組の定式化を考察する。定式化もいろいろな可能性が存在しうるであろうが、もっとも一般的な方法と考えられる Zadeh、Mesarovic の流れによる集合論的定式化を考える 10 , 20 .

前回紹介した 枠 組 の 最初の概念はシステムそのもので,システムは"互いに干渉している要素の集合"と規

定している. 定式化による方法ではシステムの要素を集合で表現する. すなわち, システムを構成している要素はシステムの中でいろいろな値をとる. たとえば太陽系の中で, 地球はいろいろな 位置と 速度の値をとっている. この値の集合をもってシステムの要素を表現する. 要素は本来多面的なものであり, 値としてどのようなものを選ぶかはわれわれがシステムをどのようにとらえているかによる.

簡単のために、システムはn個の要素から構成され、各要素がそれぞれ V_1 、…、 V_n の集合で表現されたとする。値の集合を使うと、要素間の干渉は、ある要素がある値をとったときにほかの要素がどのような値をとるかで表現される。

たとえば、地球が空間のある位置にいたときに火星がどの位置にいるかによって地球と火星の干渉が表現される。もっと一般的には、このように表現された干渉は集合 V_1 、…、 V_n の上に定義された(集合論的)関係とよばれるものである。 すなわち 定式化に よるアプローチでは、システムS はS に V_1 × … × V_n と表現される関係になる。システムS を実際に取り扱うとき、われわれはS のすべての要素を考慮するわけではない。あるいはすべての要素を考慮しても要素のすべての行動(値)を考えない場合がある。たとえば要素 V_1 と V_2 のみに注目すると、S に対応して概念的システムM に V_1 × V_2 がつぎのように定義できる。

 $(v_1, v_2) \in M \leftrightarrow (\mathcal{F}(v_3, \cdots, v_n))((v_1, \cdots, v_n) \in S)$ M は要素 $V_1 \geq V_2$ のみを 注目したときの S の行動の表現になっている。 M を S のモデルとよぶ。 もっと一般的にはモデルは S の準同形写像(relational homomorphism)のイメージとして定義される。

太陽系のようにシステムのとる値が時間とともに動いていくシステムを動的システムとよぶ。このようなシステムを表現するために時間軸とよばれる集合Tを導入する。T は時間をあらわすことから全順序関係が定義されている集合である。各要素は時間とともにとる値を変えていく,すなわち,要素iの行動は時間関数 $x_i:T \to V_i$ で表現される。要素iの行動を示す時間関数は一般には1つに限らない。T を変域, V_i を値域とする関数全体の集合を $V_i^T = \{x_i | x_i: T \to V_i\}$ と表現すれば,要素iの行動(をあらわす関数)の集合 X_i は $X_i \subset V_i^T$ となる。またシステム全体の行動は $S \subset X_1 \times \cdots \times X_n$ と表現できる。

システムを構成する要素のうちいくつかはなんらかの 理由によって(たとえば、それらの要素の行動を われわれが管理できない)システムの"外側"の 要素で あると 考えることがある。 たとえば x_1 から x_m までを"外側" の要素と考え $X=X_1\times\cdots\times X_m$ とおくと、Sは $S\subset X\times X_{m+1}\times\cdots\times X_n$ と表現できる。このように定義すると、閉じたシステムというのは X の基数が 1 つのもの、開いたシステムというのは X の基数が 1 以上 のものと規定できる。X を入力、 $Y=X_{m+1}\times\cdots\times X_n$ をそれに対するシステムの応答と考えれば、通常の入力一出力モデル $S\subset X\times Y$ が定義される $^{\text{D}}$. 以下 入力一出力システムを考察する。同じ入力 $x\in X$ に対し一般には 1 つ以上の出力 $y\in Y$ が対応する。そこで適当なパラメータの集合 C を導入すると $S\subset X\times Y$ は関数 $\rho: C\times X\to Y$ で表現できる。ただし

状態空間Cを導入すると、それにもとづき動的入力一出力システムの標準的システム表現(状態表現)が定義できる。それを説明するために時間軸Tの区間の定義、およびそれにもとづく時間関数の制限(restriction)を導入する。 T の区間をそれぞれ $T^t=\{t'|t'<t\}$, $T_{t}=\{t'|t\leq t'\}$, $T_{t}=\{t''|t\leq t''< t'\}$ とする。 これらの区間に対して時間関数である入力 $x:T\to A(A=V_1\times\cdots\times V_m$ と考える)の制限がたとえばつぎのように定義できる。

 $\begin{array}{ll} x|T_{tt'}:T_{tt'}\!\!\to\!\! A & \text{forely} \ (\forall \tau\!\in\! T_{tt'})[(x|T_{tt'})(\tau)\!=\!x(\tau)] \end{array}$

以下記法の簡単のために $x|T_{tt}$ を x_{tt} とあらわす。 x_t x^t , y^t , y_t , y_{tt} の定義も明らかであろう. ただし出力 $y \in Y$ は $y: T \rightarrow B(B = V_{m+1} \times \cdots \times V_n)$ とする. 集合 Xに 対しても $X_{tt'}=\{x_{tt'}|x\in X\}$ のように定義する. システ ムの状態表現というのは、システムの動作を2つの関数 に分解して表現するものである. 1つは入力が入ったと き、状態が状態空間上どのように動くかを示すもので、 関数 $\phi_{ot}: C \times X^t \rightarrow C$ であらわす. すなわち時刻 0 (初期) 時刻)に状態 $c \in C$ にあったものが、 入力 $x^t \in X^t$ によっ て時刻 $t \in T$ で状態 $c' \in C$ に変わった場合, $c' = \phi_{ot}(c, x^t)$ と表現するものである. この関数を状態遷移 関数 とよ ぶ. もう1つの関数は、 システムが状態 c∈C にいるこ とがシステムの動作とどのような関係を持っているかを 示すもので、関数 $\lambda_i: C \rightarrow B$ で与えられる. すなわち時 刻 t でシステムの状態が $c \in \mathbb{C}$ のとき, システムの時刻 t の応答 y(t)が $\lambda_t(c)$ である. λ_t を出力関数とよぶ. シ ステムがいつでもこのように表現できるか, あるいは

 ϕ_{ot} や λ_t がどのような性質を持つかもまた MGST の話題である.

システムの状態表現を用い、前回導入した定常状態あるいは安定性の概念が厳密に定義できる。いま基準になる入力(すなわち "0"入力)をoと表現するとき、 $\hat{c} \in C$ が定常状態であるというのは、 $(Vt)(\phi_{ot}(\hat{c},o)=\hat{c})$ が成立する状態である。システムが定常状態にあり、 λ_t が時間によらなければ出力は一定の値 $\lambda_0(\hat{c})$ をとりつづける。状態空間に適当な位相が定義されていると仮定し、 $c \in C$ の近傍をU(c)と書くことにする。このとき定常状態 \hat{c} が安定であるというのは

 $(VU(\hat{c}))(\mathcal{J}U'(\hat{c}))(Vc)(Vt)(c \in U'(\hat{c}) \rightarrow \phi_{ot}(c, o) \in U(\hat{c}))$

の条件が成立することである。上記は安定性の通常の定義であるが、前回紹介した安定概念はこれとはやや異なり、変換 $\rho(\hat{\epsilon}, -)$ がo—入力で連続になることを要求するものである 3 .

システムの入力 X は 通常 2 つの 部分にわけられ X= $M \times U$ と表現される. M はわれわれが管理できる入力, U はまったく管理できない入力である. M を操作変数、 Uを外乱とよぶ. 状態維持システム, 目的追求システム はシステムをこのように認識し、 Mに 対する 操作が存 在するシステムである。出力 Y から操作 M への適当な 変換 $f: Y \times R \rightarrow M$ をつけると、システム $y = \rho(c, (m, m))$ (u)) if $y=\rho(c, cf(y, r), u)$) f(x) is $y=\rho'(c, u, r)$ となる. ただし $r \in R$ は維持すべき状態を表現する変数 (設定値)、 ƒがフィードバック機能をあらわすものであ る. システム ρ と f が適当な条件を満足すれば、 $y=\rho'$ (c, u, r) で表現されるシステムの行動は、u が少々変 動しても r によってきめられる状態を維持していく. こ のようなシステムが状態維持システムである. またシス テム $y=\rho(c, m, u)$ に対して、 意思決定者と目的 関数 とよばれるスカラー関数 $g: M \times U \times Y \rightarrow R(R)$ は実数の 集合)が与えられ, 意思決定者は与えられた(初期)状態 c と外乱uに対しgが最大となるように $m \in M$ を選択し、 それをシステムの入力とする ような モデル が 考えられ る. すなわち $\max g(m, u, \rho(c, m, u)) = g(\hat{m}(c, u),$

u, $\rho(c, \hat{m}(c, u), u)$)とするときシステムの行動が $y = \rho(c, \hat{m}(c, u), u) = \rho''(c, u)$ と なる システムである. これが目的追求システムの基本的定式化である 4 .

操作変数 M は 2 つに分割されて $M=M_1 \times M_2$ と表現されることがある。 M_1 は "日常的" に操作される変数, M_2 は "構造的" 変数で日常的には変化させないものを表現する。M をこのように考えると, 意思決定者の行動は $\max g=g(\hat{m}_1(c,\ m_2,\ u),\ m_2,\ u,\ \rho(c,\hat{m}_1(c,\ m_2,\ M_1))$

u)、 m_2 , u) $\geq \hat{g}(c, m_2, u)$ となる $\hat{m}_1(c, m_2, u)$ を探し、それをシステムに入力することになる。(c, u)の変化すなわち内部状態、外部状態の変化にしたがい $\hat{g}(c, m_2, u)$ がある許容限界 T(c, u)以下に下がった場合、意思決定者は $\max \hat{g}(c, m_2, u) = \hat{g}(c, \hat{m}_2(c, u), u)$ となる \hat{m}_2 を探し、システムの 講造を 状況の変化 に適応させる。 すなわち システムの 適応行動が 起こる。 また Ackoff による学習概念は、(c, u)が動かない(状態変化がない)ときに、 m_2 を動かして g を 大きくする(システム効率を上げる)ことと定式化できる。

MGST ではシステム は集合論的関係すなわち集合であるから、システムを集めて大きいシステムを考えることが可能である。すなわち S_1 、…, S_l をおのおのシステムとするとき、 $S \subset S_1 \times \dots \times S_l$ によってより大きいシステムが定義できる。このとき S_i を要素システム (component system)、 $S' \subset S$ を部分システム、S' に対してS を上部(supra) システムとよぶ。各 S_i が目的 追求システムである場合、意思決定者間に なんらかの順序関係(序列)があるのが普通である。 典型的には 意思決定者が並列に並んでいるチーム型、あるいは縦に並んでいる階層型がある。このような場合についても MGST の考察が行なわれているが紙面の都合上ここではふれない 0 .

2. 一般システムの状態表現

2節でシステム概念の定式化を行なった.この節では、その定式化にもとづき、入力一出力システムの表現問題を中心として MGST はどのような間に対しどのような答を提供しているかについて考えてみる. 前回の解説で述べたように、 GST の目的はなんらかの "結果"を出すことではなく人々の考え方を変えることであるという主張もあるが、人々の考え方を変えるためにはGSTがそれ相応の説得力を持つ必要がある. そして説得力は結局は GST が厳密な論理に裏づられた理論になることを要求する.

前節で、多くのシステム概念はシステムの状態表現に もとづいていることを示し、そして状態表現は、適当な パラメータを導入し、関係として表現されているシステムを関数によって表現することであることを述べた。こ のような状況下で最初に生ずる疑問は、システムにいつ でも状態空間が導入可能かどうかである。この間に対し ては肯定的なつぎの命題が成立する。

命題 \mathbf{I}^{D} 任意の一般システム $S \subset X \times Y$ に対してある集合Cと関数 $\rho: C \times X \rightarrow Y$ が存在し(2,1)式が成立する.

実際 C として $C = \{f | f : X \rightarrow Y \& f \subset S\}$ をとり ρ としては $\rho(f, x) = f(x)$ とすればよい.

動的システムを考えるとき(すなわち $X \subset A^T$, $Y \subset B^T$) $\rho: C \times X \to Y$ を初期状態表現とよぶ、命題 1 によりすべてのシステムが初期状態表現を持つことがわかる、初期状態表現はどのような形のものでもよいというわけではなく、つぎの条件が成立することが必要である。

$$(\forall c \in C)(\forall x)(\forall x')(\forall t)(x|T^t = x'|T^t \to \rho(c, x)|\bar{T}^t)$$

$$= \rho(c, x')|\bar{T}^t)$$
(3.1)

ただし $T^{t}=T^{t}\cup\{t\}$ である。(3.1)式を満たす初期状態表現を(強い意味で)因果的表現とよぶ。意味のあるシステム表現はすべて因果的である。一般にはすべてのシステム $S\subset X\times Y$ が因果的表現を持つわけではない 1 . それではどのようなシステムが因果的表現を持つかが問題となる。それに対して

命題 $2^{\mathfrak{s},\mathfrak{s}}$ $S \subset X \times Y$ が出力完備なシステムとする。このとき S が因果的表現を持つための必要十分条件はつぎの条件が成立することである。

$$(yx)(yx')(yt)(x|T^t=x'|T^t\to S(x)|\bar{T}^t=S(x')|\bar{T}^t)$$
(3.2)

ただし $S(x) = \{y \mid (x, y) \in S\}$ である. この証明は長いのでここではふれない 5,6 . 表現が因果的ではないということは、現在の出力が将来の入力に依存することを意味し、このような表現はシステムを取り扱うための表現としてはあまり意味を持たない. またわれわれが認識するシステムはすべて因果的である.

逆に言えば、命題 2 は、われわれが考えるべき一般システムは単に $X \times Y$ の部分集合ではなく(3.2)の条件を満足する関係であることを示している。以下因果的表現のみを考える。

2節で述べたように、状態表現というのはシステムの動作を状態遷移関数と出力関数で表現したものである. それをいま少し正確に定義しておく.各 $t \ge t' \ge t$ に対し、つぎのような関数

$$\phi_{tt'}: C \times X_{tt'} \rightarrow C \qquad \lambda_t: C \rightarrow B$$

を考える。システム $S \subset X \times Y$ の初期状態表現を $\rho: C \times X \to Y$ とする。このとき関数族の対 $(\{\phi_{tt'}|t,t' \in T\}, \{\lambda_t|t \in T\}) \equiv (\bar{\phi}, \bar{\lambda})$ が S の状態表現であるというのは $(\bar{\phi}, \bar{\lambda})$ がつぎの条件を満足することである。 すべての $c \in C$, $x \in X$, t, t', $t'' \in T$ に対し

- i) $\rho(c, x)(t) = \lambda_t(\phi_{ot}(c, x^t))$
- ii) $\phi_{tt'}(c, x_{tt''}) = \phi_{t't''}(\phi_{tt'}(c, x_{tt'}), x_{t't''})$ iii) $\phi_{tt}(c, x_{tt}) = c$ (3.3)

ただし $x_{tun}|T_{tu}=x_{tu}$ かつ $x_{tun}|T_{vun}=x_{vun}$ である. i) の条件は各時刻での出力の値がそのときの状態によって表現されることから当然成立すべきことである. ii)は状態の composition property とよばれるもので、状態はシステムの歴史を完全に表現していることを示し、この

ような性質が成立することから動的 な 最適化手法(たと えば DP や最大原理)が成立する。 iii)は表現の consistency を示すものである。このような表現が一般システムに対し存在するかどうかを考えてみる。そのために集合 $C_t = C \times X^t(t \in T)$ に対して関数 $\phi_{tt'}: C_t \times X_{tt'} \rightarrow C_{t'}$ および $\lambda_t: C_t \rightarrow B$ をつぎのように導入する。

$$\phi_{tt'}((c, x^t), x_{tt'}) = (c, x^t \cdot x_{tt'})$$

 $\lambda_t((c, x^t)) = \rho(c, x^t \cdot x_t')(t) (x_t' は任意)$

ただし $x^t \cdot x_{tt'}$ は連接(concatenation) という演算を示し

$$x^t \cdot x_{tt'}(\tau) \!=\! \begin{cases} x^t(\tau) & \text{if } t \in T^t \\ x_{tt'}(\tau) & \text{if } t \in T_{tt'} \end{cases}$$

である。 λ_t が上記のように定義できるのは ρ が因果的表現であるからである。 $\phi_{t,t}$ と λ_t は時間に依存している集合 C_t 上に定義されているので状態表現ではない。 状態表現を定義するために集合 $\hat{C}=\bigcup_t C_t$ を考えたうえで導入した $\hat{\phi}_{t,t}$ と λ_t から 関数 $\hat{\phi}_{t,t}$: $\hat{C}\times X_{t,t}\to\hat{C}$ と $\hat{\lambda}_t$: $\hat{C}\to B$ をつぎのように定義する。

$$\begin{split} \hat{\phi}_{tt'}(c, & x_{tt'}) = \begin{cases} \phi_{tt'}(c, & x_{tt'}) & & \text{if } c \in C_t \\ \phi_{tt'}(\hat{c}_t, & x_{tt'}) & & \text{if } c \notin C_t \end{cases} \\ \hat{\lambda}_t(c) = \begin{cases} \lambda_t(c) & & \text{if } c \in C_t \\ \lambda_t(\hat{c}_t) & & \text{if } c \notin C_t \end{cases} \end{split}$$

ただし $\hat{c}_t \in C_t$ は各時刻t に対し任意に固定された要素である。このように定義された 関数 $\hat{\phi}_{tt}$ と $\hat{\lambda}_t$ がシステム S の状態表現になっている。

実際(x, y) \in S とすると、初期状態表現の定義からある c \in C に対し y = $\rho(c, x)$ になり、y(t) = $\rho(c, x)(t)$ = $\lambda_t(\phi_{ot}(c, x^t))$ = $\hat{\lambda}_t(\hat{\phi}_{ot}(c, x^t))$ を得る.状態遷移関数 $\hat{\phi}_{tV}$ が (3.3) の満足することも直接計算することでたしかめられる.

- 書評者募集 -

現在つぎの5冊が学会に届いております. 書評ご希望 の方はお申し出ください.

- 「整数計画法入門」
 D. R. プレン, C. マクミラン, Jr. = 共著
 黒田充・豊田吉顕・田部勉・馬渡鎮夫=共訳
 培風館
- [Men and Machines]
 Hywel Murrell 著 Methven 出版
- 「Motivation at Work」
 Hywel Murrell 著 Methven 出版
- 4) 「分枝過程」〈数理解析とその周辺12〉 セバスチャーノフ著 長沢正雄訳 産業図書
- 5) 「都市工学読本---都市を解析する---」 奥平耕造 彰国社

命題 3 因果的(因果的表現を持つ)システムは状態表現を持つ.

以上の考察ではシステムの構造に対し因果性以外は考慮していない。構造に条件を導入していろいろな結果が 導びかれる。これがどのように行なわれているかを考え てみる。通常われわれが動的システムのモデルをつくる とき構造に対し仮定する基本的なものは線形性と定常性 である。

システム $S \subset X \times Y$ が線形であるというのは、 $A \ge B$ が線形空間、それにともない $X \ge Y$ が線形空間のとき $S \subset X \times Y$ がまた $X \times Y$ の線形部分空間をなすことを意味する。S が線形システムであれば、それの表現は当然線形であることが要求される。実際

命題 41 因果的線形システムは線形の状態表現を持つ。

証明はやや面倒であるが、基本的には前述の一般論と ほぼ同じである。すなわち最初に線形初期状態表現を定 義し、それから線形状態表現を構成する。

定常性を定義するために SHIFT という演算を導入する。いま時間軸 T に 加算と 減算が 定義されているとする。T として $R^+($ 非負の実数) を考えればよい。このとき SHIFT $S^{\tau}(\tau \in T)$ を $x_{tt'}: T_{tt'} \rightarrow A$ に適用すると* $S^{\tau}(x_{tt'}): T_{ss'} \rightarrow A$ ($s=t+\tau$, $s'=t+\tau'$) を得る。 ただし $\sigma \in T_{ss'}$ に対し $S^{t}(x_{tt'})(\sigma) = x_{tt'}(\sigma-\tau)$ である。 すなわち S^{τ} は時間軸上で τ だけ時間関数を右に平行移動する 演算である。 SHIFT 演算を使うと,定常システムというのは

 $(\psi t)(S|T_t \subset S^t(S))$

を満足するシステムと定義できる。すなわち定常システムというのは、システムの行動の"variety"が時間とともに減少することを除けば行動が観測開始時間によらないことを意味する。状態表現が時間不変であるというのは

 $\begin{aligned} \phi_{tt'}(c_1x_{tt'}) &= \phi_{\text{or}}(c_1S^{-t}(x_{tt'})) \quad (\text{total } \tau = t' - t) \\ \lambda_t(c) &= \lambda_0(c) \end{aligned}$

になることである。直観的に予想されることは,定常システムは時間不変の状態表現を持つことである。実際 命題 5^{17} 因果的定常システムは時間不変の状態表現を持つ。

状態空間が無限次元(線形の場合)のように非常に "たくさんの"状態を持つシステム(たとえば 偏微分 方程式によるシステム)も実用上重要であるが,実際のシステムをモデル化し、それを処理するときは状態の数が少ない

システム, たとえば有限次元の状態空間(常微分方程式によるシステム)あるいは有限の基数の状態空間(有限オートマトン)を考えるのが普通である。 線形システム S が有限次元であるというのは線形空間 $S(o) = \{y \mid (o, y) \in S\}$ が有限次元になることである。

命題 6¹¹ 有限次元の線形システムは,有限次元の状態空間を持つ。

有限次元の因果的,定常的線形システムは"解析的" システムの中でもっとも基本的システムで,システム理 論の中心話題になっている.これを基本線形システムと よぶことにする³⁾.

いままで見てきたように状態表現は、MGST の立場ではあくまでも"数学的"表現であり"物理的"意味を持つものではない. しかし基本線形システムでは自然な状態表現を持つことが示せる.

命題 7^{1,8)} 基本線形システム S は過去 決定的である. すなわちある ² が存在し、つぎの条件が成立する.

 $(V(x,y) \in S)(V(x',y') \in S)((x,y)^{\hat{t}} = (x',y')^{\hat{t}} \rightarrow (Vt)$ $> \hat{t})(x^t = x'^t \rightarrow y^t = y'^t))$

システム S が \hat{t} から 過去決定的であるならば S? に対しつぎのような因果的"初期"状態表現 $\rho_{\hat{t}}: S^{\hat{t}} \times X_{\hat{t}} \rightarrow Y_{\hat{t}}$ が自然に導入できる。

 $\rho_{\ell}((x^{\ell},y^{\ell}), x'_{\ell}) = y'_{\ell} \leftrightarrow (x^{\ell} \cdot x'_{\ell}, y^{\ell} \cdot y'_{\ell}) \in S$ 上記のように ρ_{ℓ} が定義できるのは システムが 過去決定 的であることによる.この ρ_{ℓ} から 構成される 状態表現 を natural realization とよぶ.数学的に構成されてき た MGST がこのような物理的な結果を 持つというのは 単純な事実ではない.

以上議論がややかたよったが、システムの状態表現という話題を通じてMGSTがどのような形の間に対しどのように接近して答を出そうとしているかのフィーリングを持っていただければ幸いである。

むすび

2回にわたる解説からわかるとおり、一般システム理論とくに MGST はかなり抽象度の高いシステム理論である。このような理論に対し発せられる率直な質問は、はたして GST は役立つかどうかである。 GST は発生からして単なるアカデミックな興味からの産物ではなく、 "善意"の理論であることはたしかである。

しかし筆者はそのような消極的理由ではなく、もっと 積極的理由から、 GST は役立つ理論あるいは少なくと もその方向の理論であると信じている.

従来の応用的数理理論あるいは工学的理論は式を立てるのみではなく、それを解析的に解き数値的に計算して

^{*)} 立体のSはSHIFTという演算を表わす演算子であって、斜体のSとは区別されたい。

結論を出していた.

しかしこのような方法は、現代のシステム科学が対応 しようとする複雑大規模な問題には不向きである⁷.

たとえば、複雑であれば解を出すことが原理的に不可能 なことは三体問題を考えればわかる。また対象が大規模 であればモデル自体があやしくなり、それに対して忠実 な解析解というのもあまり意味を持たない。

そもそも大規模な問題は数値的に表現できない面を持っている。それではこのような問題に対処するにはどのようにすべきであるか。

筆者は、対象をできるかぎり透明に直観的にとらえる原理・原則を示してくれる定性理論にもとづき、経験的直観的手法を問題に適応することであろうと考える。複雑な問題を解くためには、最初に原理的になにができて、なにができないかを明らかにしておく必要がある。この明確にされた可能性の範囲内で、現在再評価されつつある人間の直観的問題解決能力を十分に活用すべきである。限界を明らかにすることが MGST のめざすところで、極力少ない仮定で議論を進めることは対象のイメージを明らかにし、原理的限界・可能性を浮き上がらせようとする努力である。逆説的な言い方をするならば、GSTは抽象的であるがゆえに具体的理論として有益になる可能性があると言える。

参考文献

- [1] M. D. Mesarovic and Y. Takahara: General Systems Theory: Mathematical Foundation, Academic Press, 1975.
- [2] L. A. Zadeh and C. A. Desoer: Linear Systems Theory, McGraw Hill, 1963.
- [3] 高原康彦: "システムの性質についての一考察" システムシンポジウム,計測自動制御学会,京都, 1976.
- [4] M. D. Mesarovic, D. Mack and Y. Takahara, Theory of Hierarchical Multilevel Systems, Academic Press, 1971.
- [5] 高原康彦: "因果的システムの特徴づけ", 計測自動制御学会論文集, Vol. 12, No. 2., 1976.
- [6] 高原康彦, 池圧司英臣: "出力完備性を持つシステムの因果性", 計測自動制御学投稿中.
- [7] A. W. Wymore: Systems Engineering Methodology for Interdisciplinary Teams, John Wiley, 1976.

(たかはら・やすひこ 東京工大大学院システム科学 専攻)