

図・1

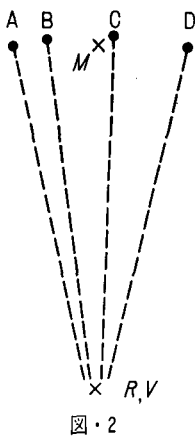
「図・1の位置に4軒の家がある。水道がないので共同の井戸を1つ掘りたい。どこを掘っても水は出るし、各家の水汲みの頻度に差はないものと仮定する。さて、どこに掘ればよいか」という問題を考えよう。

仮に#の位置に掘ったとすれば、明らかにD家から文句がでる。「俺が一番遠くて不公平だ!」と。それならば $l_A = l_B = l_C = l_D$ であれば不公平は起こらない。そのためには、

$$\min (\max l_i - \min l_i) \cdots \text{レンジ最小}(R)$$

$$\min \sum (l_i - \bar{l}) \cdots \text{分散最小}(V)$$

といった目的関数が考えられよう。しかし、図・2のケースでは、 $l_A = \cdots = l_D$ となって



図・2

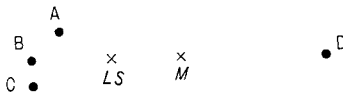
公平にはなったが、とんでもなく遠い所に井戸を掘れという答になる。これは悪平等というものであろう。そこで、

$$\min (\max l_i) \cdots \text{ミニマックス}(M)$$

という目的関数を考えれば、この不合理は防ぐことができる。

ところで図・3のケースでの井戸の位置は妥当であろうか。D家1軒が他の3軒に迷惑をかけているとは思えないであろうか。各家が井戸までの距離に比

例した力で井戸を引張り合ったらどうなるであろうか。この解は、



図・3

$$\min \sum l_i^2 \cdots \text{最小2乗}(LS)$$

の解であるが、こうすればD家の迷惑も軽減される。

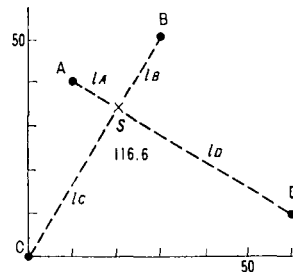
公平さと 目的関数

若山 邦 紘

一体“公平”とはどういうことなのであろうか。また、“公平さを測る評価基準”とはどんなものなのであろうか。

「幸い電気はひけているので、ポンプを1台設置し、各戸に配管して、簡易水道を設備することになった。この場合はどこに掘ればよいか」。

おそらく、この場合は費用が問題になるであろう。変動費用である配管費用を最小にする。つまり、配管距離の最小化がまず問題になる。



図・4

そこで、

$$\min \sum l_i \cdots \text{最小}(S)$$

が考えられる(図・4)。

さらに井戸と各戸とは直接結ばれている必要はないから、いわゆる

minimal spanning tree (T)

を求め、その tree 上の

どこかに井戸を掘ることも考えられる。またさらに図・6のような、

Steiner minimal tree (ST)

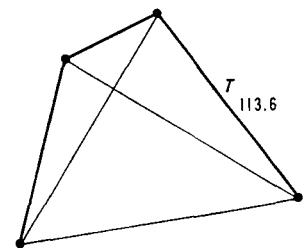
を求めれば、もっと配管距離を短くする解が見つかる可能性がある。

このように最適化の問題を考える場合に、いろいろな解のパターンを考えておかないと真の最適解を見失うこともあるだろう。

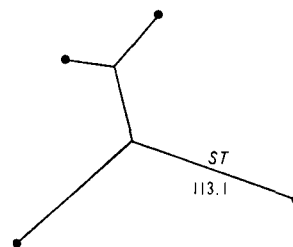
さて、井戸の位置が決まったとして、費用

をどう分担するかを考えると、また公平さの話になる。

「ワリカンでいきますか、それとも……」。



図・5 minimal spanning tree



図・6 Steiner minimal tree

(わかやま・くにひろ
法政大学工学部)

フォーラム