

地盤沈下防止と最適地下水盆管理

有 水 彊

ある地層の透水性は、その地層を構成する粒子間の空隙の多少、つまり含水性とその空隙の大小、つまり透水性とによって規定されるのであるが、この透水性から地層を区分すると、透水層と不透水層とにわけることができる。そして透水層で水により飽和されたものを帯水層と呼んでいるが、それには大気と直接つながる地下水面をもつ地下水体よりなる不圧帯水層と、その帯水層の上下が不透水層、あるいは難透水層により境され、その中に封じ込まれた地下水が圧力をもっていて、そこに井戸を掘ったとき水面が帯水層の上限より上昇する水文地質構造をもつ被圧帯水層とがある。

ここで取り上げる地盤沈下は、被圧帯水層からの揚水に伴う地下水位の低下現象によって引き起こされることが確かめられたのは最近であった。

わが国では1960年頃から地盤沈下の発生が顕著になってきたが、それに対して柴崎達雄を中心とする水収支グループの果たした功績は多大なものであるといえよう。同グループは千葉県公害研究所地盤沈下研究室と協力して地盤沈下シミュレーションを開発した。その大要は、1975年春の日本OR学会で報告されているが、そのあらまは次のとおりである。

1. 数 学 模 型

被圧地下水系の水収支式は Jacob (1950) らに

よる次の熱伝導型偏微分方程式で与えられる。

$$K_{xx}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_{yy}\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_{zz}\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = S_s \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, z, t) \quad (1)$$

ここで K_{xx} , K_{yy} , K_{zz} は x , y , z 方向の透水係数, S_s は比貯留量と呼ばれ, Cooper(1966) によって次式で定義されている。

$$S_s = \rho w \cdot g(\alpha + n\beta) \quad (2)$$

ここで ρw : 水の比重, g : 重力加速度, n : 帯水層の孔隙率, β : 水の圧縮率である。また $W(x, y, z, t)$ は単位領域当たり, 単位時間当たりの揚水量あるいはかん養量である。

さて帯水層系が多層構造をなす場合には y 方向の成分を無視し, 垂直 2 次元の xz 方向で xz 方向の水の流れと地盤沈下との関係を検討することになり

$$\left[K_{xx} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right]_l + \left[K_{zz} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right]_l = \left[S_s \frac{\partial h}{\partial t} \right]_l + W(x, z, t)$$

となる。ここで $[]_l$ は多層被圧地下水系における l 番目の帯水層を示し, 各帯水層間での連続性は次式で示される。

$$\left[K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right]_l = \left[K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right]_{l+1} \quad (3)$$

また境界条件は次のようになる。

$$\text{閉鎖条件} \quad \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\text{開放条件} \quad \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial z} = \text{const.} \quad (5)$$

この垂直2次元多層モデルは地層収縮において、帯水層係数が応力に依存しないとしているので、Terzaghi や Biot の線型弾性圧密理論と基本的には同じ内容である。

次に地層の収縮量を Δs とすると

$$\Delta s = \alpha \cdot m \cdot \Delta P \quad (6)$$

となる。ここで α : 地層の垂直方向の圧縮率, m : 地層の厚さ, ΔP : 水頭変化量である。(2)式より

$$\alpha = \frac{S_s}{\gamma_w} - n\beta, \text{ また } \Delta P = \gamma_w \cdot \Delta h$$

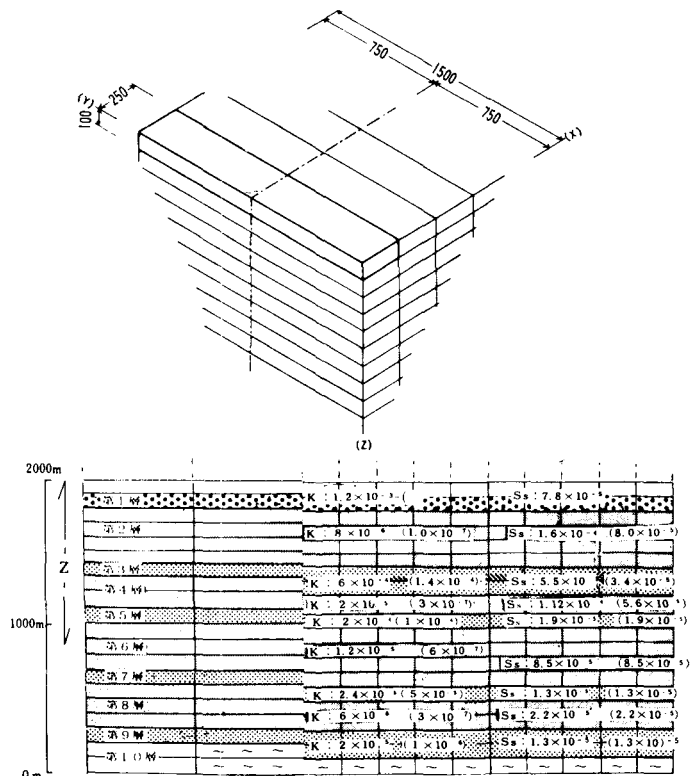
であるから、(6)式から

$$\Delta s_j = (S_s/\gamma_w - n\beta) \cdot \Delta z_j \cdot \gamma_w \cdot \Delta h \quad (7)$$

を、地層を単位に分割した場合の地層収縮量として得る。そこで任意のコラム(J)における総収縮量(地盤沈下量)は、単位層厚当たりの収縮量の総和となるので次式で求められる。

$$s_j = \sum_{j=1}^J \Delta s_j \quad (8)$$

このように地盤沈下モデルは二段階の数学模型になっている。つまり地盤沈下は圧密されていない帯水層・半加圧層(難透水層に属す)からの過大な揚水により、主として半加圧層で生ずる収縮が原因であるという前提に立って、まず拡散方程式を基礎とする数学模型により、垂直2次元断面での地域的な水頭低下量(S_s)を計算する。次にその帯水層について計算された水頭の値を時間に従属する境界条件として、1次元の垂直圧密模型の集合での地層の収縮を求めるのであるが、千葉県公害研究所の場合にはとくにADI法(交互方向陰解法)によってシミュレーションを行なっている。この場合必要とするパラメータの計測は主として地質学的な調査を活用しているが、それを客観



図・1 千葉県地盤沈下シミュレーション模型

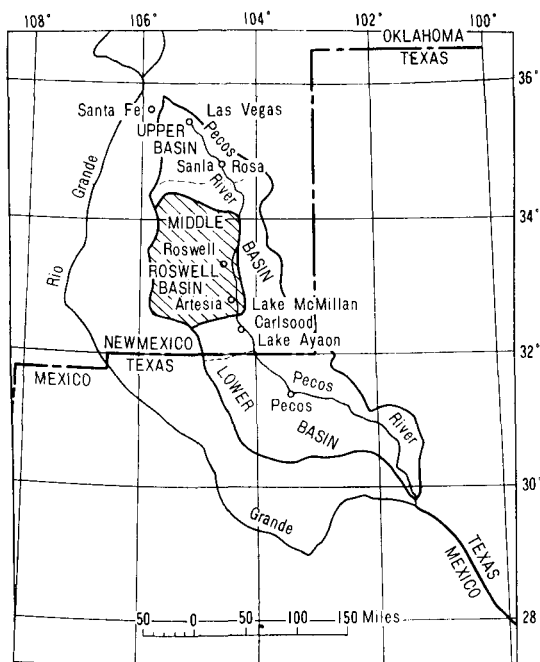
的に求める方法の開発をORに求められ、同時に次に述べる地下水盆の最適管理にORを利用しようという考え方に発展してきた。

ちなみにここで展開した方法は欧州のベニスでも独立に類似の方法で試みられたのであるが、千葉県公害研究所で開発した方法のほうがはるかにすぐれていたことを附言しておきたい(図・1)。

千葉県ではこのシミュレーションの結果、地下水の揚水の規制を実施すれば地盤沈下防止が可能になることに確信をもち、昭和47年以来揚水規制を行なっているが、期待した効果は実現されたので地下水盆の最適管理が次の目標と考えられる。

2. 地下水盆最適管理

元来、水資源は大別して河川・湖沼のような表



図・2 ニューメキシコ Roswell 盆地の位置

流水と地下水とにわけられるのであるが、両者は相互にまったく独立したものではなく、非常に多くの場合そこでの水頭の差によって相互に水の交流のあることが知られていた。

こうした関係を利用して地下水資源だけを孤立したものとして考えるのではなく、表流水との関連で合理的な地下水資源の総合的開発を考える動きはかなり早くからアメリカにあって、すでに1955年アメリカOR学会誌に Little, J. D. C. によりその構想が発表されている。以来今日まで数人の人たちによってその展開が試みられてきたものの、地下水帯水層を1つのものとして考えるのではなく、それを不圧帯水層と被圧帯水層という2つの帯水層にわけ、その両者の間にも漏水という水頭による水の交流を考えたとうえで、1つの部分系としての表流水を含め、総合的な水資源系の

最適利用の数学模型を定式化しただけにとどまらず、それを実地試験によって証明したものとなると、地下水学の創設者の1人である C. E. Jacob とその弟子 Z. A. Saleem との協同研究において他にない。そしてその実験地域はニュー・メキシコの東南部にある Roswell 盆地にあって、アメリカ地下水研究者が共通して試験研究を行ってきたところであり、その広がりには Pecos 河西部に発達している12から20哩の幅をもち、60から70哩の長さで、深さ400呎にもおよぶ帯水層の集合体よりなる地下水盆をなしている(図・2)。

その模型は図・3のように示される。2つの帯水層は1つの帯水層から他の帯水層への漏水を可能にする半加圧層によってわけられている。漏水の方向は局地的により低い水頭をもった帯水層に向かって流れる。表流水は基底水位を通じて不圧帯水層と結びついている。

この系では農地の灌漑だけに水を利用しており、アルファ・アルファ(牧草)、綿花、トウモロコシと雑穀の4種類の作物がその対象になっている。そこで3つの水源のおのおのから灌漑される特定作物の灌漑面積は既知となっている。そこでこの系をダイナミック・プログラミングによって定式化した彼らの接近を説明しよう。

3. 定式化

まず記号の説明を試みる。

- 1, 2, 3 の添字はそれぞれ表流水部分系、不圧および被圧帯水層を示す。
- Q_{1n}, Q_{2n}, Q_{3n} 計画期間の終わりにから n 番目(以下 n 番目と略す)の期間中に揚水される水量
- V_1, V_2, V_3 各期のはじめの貯溜量
- $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ n 番目の期間中にかん養される確率的水量

$h_1(\gamma_1), h_2(\gamma_2), h_3(\gamma_3)$ $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ の確率

E_n n 番目の期間中に表流水の部分系から蒸発した自然喪失水量

D_n n 番目の期間中に不圧帯水層から流出した自然水量

L_n n 番目の期間中に生ずる漏水：不圧帯水層に向かって流れるときは正值

u 将来便益を現在価値に換算させるための割引量
 $B_n(Q_{1n}, Q_{2n}, Q_{3n}, V_1, V_2, V_3)$ 貯溜量がそれぞれ V_1, V_2, V_3 のとき, Q_{1n}, Q_{2n} および Q_{3n} の水量の利用により n 番目の期間中に盆地にもたらされる純利益

$f_n(V_1, V_2, V_3)$ 系の 3 成分の水量として V_1, V_2, V_3 から出発して最適政策を用いるとき n 番目の期間に盆地にもたらされる期待利益
 最適性の原理を用いると, 汎関数方程式

$$f_n(V_1, V_2, V_3) = \max_{(Q_1, Q_2, Q_3) \in P} \{B_n(Q_{1n}, Q_{2n}, Q_{3n},$$

$$V_1, V_2, V_3) + (1+u)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{n-1}$$

$$[V_1 + \gamma_1 - E_n + D_n - Q_{1n}, V_2 + \gamma_2 +$$

$$C(Q_{1n}, Q_{2n}, Q_{3n}) + L_n - D_n - Q_{2n},$$

$$V_3 + \gamma_3 - L_n - Q_{3n}] \cdot h_1(\gamma_1) h_2(\gamma_2) h_3(\gamma_3)$$

$$d\gamma_1 d\gamma_2 d\gamma_3 \} \quad (9)$$

が得られる。制約条件は次である。

$$0 \leq Q_j \leq V_j, \quad j=1, 2, 3 \quad (10)$$

上式は時間についてのみ考えたが, これに空間の関数としての定式化が加わる。

む す び

この場合の地下水の運動は拡散方程式を修正したものになるので, 地盤沈下防止の場合と同様, 多次元の偏微分方程式の同定と制御の問題に帰着する。Jacob 模型は農業用水だけを考えたが, 生活用水および工場用水への供給や, 生活廃水の土壌処理による不圧帯水層へのかん養を含めて定式化が考えられるが, そうなると地盤沈下では無視した不圧帯水層も同時に考察することになるわけである。

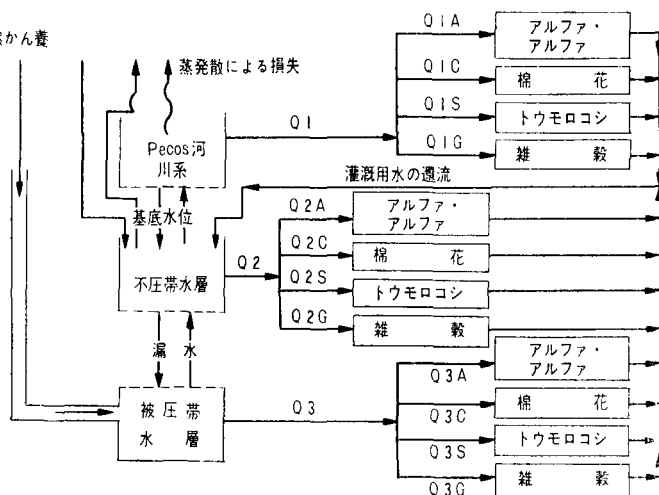
参 考 文 献

- 1) 千葉県公害研究所 地盤沈下研究事業報告書 第 1 号, 第 2 号, 第 3 号
- 2) 有水 彊 OR 学会アブストラクト (1975 年春)
- 3) G. G. Gambolati et al: *Water Resources Research*, 10, 3, 1974

執筆紹介

ありみず・つとむ 農林省林業試験場
 1923 年生
 専攻：生態系と地下水盆との水処理による最適制御
 略歴：東京大学林学科卒業後, エール大学, 東京大学を経て現在に至る

自然かん養



図・3 Jacob 模型