

公害の規制と制御に関するモデル

三 根 久

公害問題の重大性については、いまさらうんぬんする必要もないが、一般的に企業は資源を利用して財を生産し正の効用を産み出しているが、同時に公害として負の効用を発生し、環境破壊を行っている。われわれにとって重要な財産である自然環境の破壊は生活文化の破壊につながり、環境問題はさししまった最大の問題となっている。

公害を除去するために、資源の投入が必要であるが、ここでは効用を最大にするような資源配分問題として、公害の規制と制御に関するマクロモデルを考察することにする。

1. 私企業内での環境規制

まず、環境破壊を行なう企業が生成する公害を、自からの手で減少させる行動をとるときモデルについて考察しよう。モデルを設定するために、次のように記号を定める。

i) 記号の定義

W : 社会的厚生関数

u_i : 個人 i の効用関数, $i=1, 2, \dots, s$

x^i_j : 個人 i の消費する財 j , $j=1, 2, \dots, n$

E_t : t 種の環境水準, $t=1, 2, \dots, m$

B^{tj} : 産業 j の排出する t 種の公害

D^{tj} : 産業 j の生成する t 種の公害

A^{tj} : 産業 j が抑制する t 種の公害

F^j : 産業 j の生産関数

v^j_{fp} : 産業 j が財 f を生産するために投入する p 種の資源, $p=1, 2, \dots, l$

v^{tj}_{ap} : 産業 j が t 種の公害を抑制するために投入する p 種の資源

V_p : p 種の資源の使用可能量

ii) 仮定

a. 社会的な良さは個人の良さに依存するから、社会的厚生関数は個人効用関数の関数とみなされる。すなわち

$$W = W(u_1, u_2, \dots, u_s)$$

であって、 W は各 u_i について単調増加であるとする。これより

$$\frac{\partial W}{\partial u_i} > 0, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial u_i^2} < 0.$$

b. 個人の効用関数は消費する財の量と環境水準の単調増加関数である。環境については排他性は存在しない。すなわち

$$u_i = U_i(x^i_1, \dots, x^i_n, E_1, \dots, E_m)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x^i_j} > 0, \quad \frac{\partial^2 U_i}{\partial x^i_j{}^2} < 0, \quad \frac{\partial U_i}{\partial E_t} > 0, \quad \frac{\partial^2 U_i}{\partial E_t^2} < 0.$$

c. 一産業には一企業が存在し、生産関数は *well-behaved* である。中間生産は存在せず、直接資源から生産される。これより

$$\sum_{i=1}^s x^i_j = F^j(v^j_{f1}, \dots, v^j_{fl})$$

$$\frac{\partial F^j}{\partial v^j_{fp}} > 0, \quad \frac{\partial^2 F^j}{\partial v^j_{fp}^2} < 0.$$

- d. 環境水準 E_t は所与の環境水準 $\bar{E}_t$ に対し各企業の排出する公害の量 $\sum B^{tj}$ により決定される。すなわち

$$E_t = \bar{E}_t - \sum_{j=1}^n B^{tj}$$

である。 $\bar{E}_t$ は凹計画法を用いるために便宜的に導入された。

- e. 企業の排出する公害は生成した公害と抑制した公害の差である。公害の生成は企業の活動水準により決定される。公害の抑制には投入が必要である。すなわち、

$$B^{tj} = D^{tj}(F^j) - A^{tj}(v^{tj}_{a1}, \dots, v^{tj}_{al})$$

$$\frac{\partial D^{tj}}{\partial F^j} > 0, \quad \frac{\partial^2 D^{tj}}{\partial F^{j2}} < 0, \quad \frac{\partial A^{tj}}{\partial v^{tj}_{ap}} > 0, \quad \frac{\partial^2 A^{tj}}{\partial v^{tj}_{ap}^2} < 0.$$

- f. 資源は稀少であって、

$$\sum_{j=1}^n v^j_{fp} + \sum_{t=1}^m \sum_{j=1}^n v^{tj}_{ap} = V_p$$

2. 最適化問題

以上の仮定のもとで、社会的厚生関数 W を最大にするような資源配分問題を考えよう。問題は次のように定式化される。

「制約条件

$$u_i = U_i(x^i_1, \dots, x^i_n, E_1, \dots, E_m)$$

$$\sum_{i=1}^s x^i_j = F^j(v^j_{f1}, \dots, v^j_{fl})$$

$$E_t = \bar{E}_t - \sum_{j=1}^n B^{tj}$$

$$B^{tj} = D^{tj}(F^j) - A^{tj}(v^{tj}_{a1}, \dots, v^{tj}_{al})$$

$$\sum_{j=1}^n v^j_{fp} + \sum_{t=1}^m \sum_{j=1}^n v^{tj}_{ap} = V_p$$

のもとで、目標関数

$$W = W(u_1, \dots, u_s)$$

を最大にせよ」

この問題をラグランジュの未定乗数法で取り扱うために、ラグランジュ乗数 $\alpha_i (i=1, \dots, s)$, $\beta_i (i=1, \dots, n)$, $\gamma_t (t=1, \dots, m)$, および $\delta_p (p=1, \dots, l)$ を導すると、ラグランジュアンとして

$$\begin{aligned} L = & W + \sum_{i=1}^s \alpha_i (u_i - U_i) + \sum_{j=1}^n \beta_j (F^j - \sum_{i=1}^s x^i_j) \\ & + \sum_{t=1}^m \gamma_t (\bar{E}_t - \sum_{j=1}^n (D^{tj} - A^{tj}) - E_t) \\ & + \sum_{p=1}^l \delta_p \left(V_p - \sum_{j=1}^n \left(\sum_{t=1}^m v^{tj}_{ap} + v^j_{fp} \right) \right) \end{aligned}$$

がえられ、これより、最適化の必要条件として

$$\frac{\partial L}{\partial u_i} = \frac{\partial W}{\partial u_i} - \alpha_i = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial u_i} = \alpha_i \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x^i_j} = \alpha_i \frac{\partial U_i}{\partial x^i_j} - \beta_j = 0, \quad \alpha_i \frac{\partial U_i}{\partial x^i_j} = \beta_j \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial E_t} = \sum_{i=1}^s \alpha_i \frac{\partial U_i}{\partial E_t} - \gamma_t = 0, \quad \sum_{i=1}^s \alpha_i \frac{\partial U_i}{\partial E_t} = \gamma_t \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial v^j_{fp}} = \beta_j \frac{\partial F^j}{\partial v^j_{fp}} - \sum_{t=1}^m \gamma_t \frac{\partial D^{tj}}{\partial F^j} \frac{\partial F^j}{\partial v^j_{fp}} - \delta_p = 0,$$

$$\beta_j \frac{\partial F^j}{\partial v^j_{fp}} = \sum_{t=1}^m \gamma_t \frac{\partial D^{tj}}{\partial F^j} \frac{\partial F^j}{\partial v^j_{fp}} + \delta_p \quad (4)$$

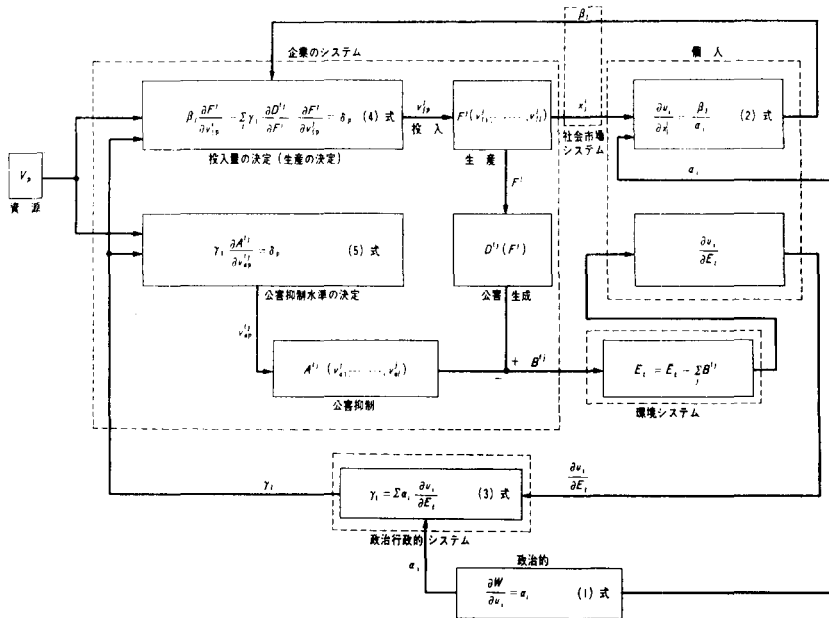
$$\frac{\partial L}{\partial v^{tj}_{ap}} = \gamma_t \frac{\partial A^{tj}}{\partial v^{tj}_{ap}} - \delta_p = 0, \quad \gamma_t \frac{\partial A^{tj}}{\partial v^{tj}_{ap}} = \delta_p \quad (5)$$

がえられる。

そこで、この必要条件の意味を考えてみよう。

- (i) $\partial W / \partial u_i$ は個人の社会的限界重要度であり、 α_i は個人の総効用の *shadow price* であって所得の限界効用の逆数である。分配の公正が実現されていることを示している。

- (ii) $\partial U_i / \partial x^i_j$ は個人の消費の限界効用であって、 $\alpha_i \partial U_i / \partial x^i_j = \beta_j$ は個人の財に対する主観的選択を示している。 β_j は財 j の *shadow*



公害規制のモデル図

price であり、個人の主体的均衡によれば完全競争市場で価格 p_j と一致する。

(iii) $\sum \alpha_i \partial U_i / \partial E_i$ は個人の環境に対する効用を価値タームで測った値をすべての構成員について加重したものであり、 γ_i は環境の shadow price である。

(iv) $\beta_j \partial F^j / \partial v^j_{fp}$ は企業 j の資源 p に関する価値限界生産力を示す。 $\sum \gamma_i \partial D^i_j / \partial F^j \cdot \partial F^j / \partial v^j_{fp}$ は企業 j の資源 p の社会的限界費用を示す。 δ_p は資源 p の shadow price であって、完全競争市場では市場価格に等しい。式 (4) は、価値限界生産力が社会的限界費用 + 私的限界費用と均衡することを示していて、これにより資源 p の投入量と企業活動水準が決定される。環境問題を考慮しない完全競争市場では $\beta_i \partial F^j / \partial v^j_{fp} = \delta_p$ であって、環境を

考慮する場合には投入は $\bar{v}^j_{fp}$ から v^{*j}_{fp} と減少させ、活動水準を低下させるべきである。

(v) 式 (5) は企業の最適公害抑制を示している。 $\gamma_i \partial A^i_j / \partial v^i_{ap}$ は環境の改善を価値タームで測った限界効果を表わし、それが資源の価格 δ_p と均等すべきことを示している。

以上の結論として企業は限界費用（抑制前は価格に等しい）に社会的限界費用を上乗せすることにより公害抑制費を入手するのが最適ということになる。ただし $\partial W / \partial u_i$, α_i が与えられたとしてつまりパレートオプティマムの意味である。このモデルを上図のダイアグラムにまとめた。

3. 公害の社会的費用と抑制費用

企業 j の生成する公害の総非価値は $\sum_i \gamma_i D^i_j$ であるが

$$\begin{aligned}\sum_i \gamma_i dD^{ij} &= \sum_i \gamma_i \frac{\partial D^{ij}}{\partial F^j} dF^j \\ &= \sum_i \sum_p \gamma_i \frac{\partial D^{ij}}{\partial F^j} \frac{\partial F^j}{\partial v^{jfp}} dv^{jfp}\end{aligned}$$

が成立する。この右辺の項は企業 j の資源 p に関する社会的限界費用であって、上式は生成する公害の総非価値が価格に転嫁する社会的費用と等値となることを示している。

一方、公害抑制の総費用は $\sum \sum_p \delta_p v^{jap}$ で与えられるが、式(5)より

$$\sum_i \sum_p \delta_p dv^{jap} = \sum_i \sum_p \gamma_i \frac{\partial A^{ij}}{\partial v^{jap}} dv^{jap} = \sum_i \gamma_i dA^{ij}$$

となり、抑制総費用は除去する公害の価値と等しいことを示している。

$A^{ij}=D^{ij}$ であれば、抑制総費用と公害の総非価値は等しくなる。すべての j について $A^{ij} \rightarrow D^{ij}$

であれば $\gamma_i \rightarrow 0$ となり、これは環境が自由財となることを意味し、公害問題は解決されたことになる。自然浄化力がある場合にも $\gamma_i \rightarrow 0$ となる。

上述のモデルでは、完全競争を仮定して私的企業が自から環境制御を行なう場合には、消費者の負担でパレートオプティマムが達成されることを示した。これに対して、公的負担のもとで環境制御を行なうモデルも同様に論ずることができる。中間製品の存在する場合にも拡張できる。本研究は大蔵省関税局の吉田和男氏に負うところが大きく、同氏に深謝する次第である。

執筆者紹介

みね・ひさし 京都大学教授 1922年生

専攻：オペレーションズ・リサーチ

略歴：京都大学理学部数学科卒業後、大阪大学、防衛大学を経て現在に至る。

特集／環境管理

大気汚染の予測と制御 ——APMS鹿島実験システムについて——

横山 長之・樹井 隆・池田 克・三沢 博

1. 概要

APMS（大気汚染予測制御システム）は大規模工業コンビナートにおいて、硫黄酸化物の環境濃度、排出量、関連気象条件などの常時監視を行ない、統計的モデル・物理的モデルなどの科学的手法により、1～3時間先の硫黄酸化物濃度を即時に予測し、発生源である工場、事業場などに硫黄酸化物排出量の削減を指示できるオンライン汚染予測制御システムである。

APMSの開発は、通商産業省の指導のもとに、財団法人機械振興協会が、日本自転車振興会から機械工業振興資金の交付を受け、昭和46年度から推進しているプロジェクトである。開発にあたっては、坂上治郎お茶の水女子大学教授を委員長とし、学識経験者、官民研究員により構成される、APMS 拡散研究グループが組織された。

拡散研究グループは野外実験班、気象予測班、拡散計算班、システム班の4班にわかれて、野外拡散・気象観測実験による拡散および局地気象現