経営科学（日本オペレーションズ・リサーチ学会邦文機関誌）第19巻 第5・6号(1975年9月)

〈総合報告〉

大規模システムの理論について†

高原康彦*

1. はじめに

大規模システムに対する研究は，人間や社会が研究対象とかかわっている学問では古くから行なわれてきたといえる．たとえば古典的にはマルクス経済学や近くはパーソンズの社会体系論は，経済事象あるいは社会という大規模システムに対する典型的理論と考えられる．このような個別の（しかし非常に重要な）大規模システムの理論をこの小論で考察することはとうてい不可能であるし，またそれは筆者の任ではない．ここではようやく始まったと考えられる大規模システムの formal（数理的）な研究に焦点をあてることにする．formal な研究に関心を限るにしても，対象の大規模性から多種多様な研究が存在し，それをすべて考察することもまた不可能であり，結局この小論で述べようとすることは，筆者の好みにもとづいた大規模システム理論の一つの見方であり，多数の重要な話題が抜けているであろうことをお断わりしておく．

大規模システムの formal な研究では最初に“formal な意味での大規模システムとは何か”が問題になる．この小論で考えている大規模システムは，単に何かが“大きい”というシステムではなく，“複雑”なシステムを意味している．“複雑さ”の formal な定義は別として，直観的に“複雑なシステム”というものを，一様に一つのシステムとして考察するには“複雑”で“局所的”特異性を認識せざるをえないシステムと理解することにする．ここで局所的に一体として認識されるものをサブシステムとよぶことにする．一般にシステム S' がいくつかの要因 X_1, ……, X_n（それらはすべて集合とする）から構成されているとき，formal には S' は $\{X_1, \cdots\cdots, X_n\}$ の上の関係すなわち $S' \subset X_1 \times \cdots\cdots \times X_n$ と表現されるのに対応し，複雑なシステム S はサブシステム $S_1, \cdots\cdots, S_n$ の上に定義される関係すなわち $S \subset S_1 \times \cdots\cdots \times S_n$ と規定することにする［1］［2］．サブシステム $S_1, \cdots\cdots, S_n$ は単なる集合ではなくいろいろな“システム的”性質をもち，それにしたがい関係 S 自体もいろいろな性質をもつ．大規模システムの理論は，形式的には $<S_1, \cdots\cdots, S_n, S>$ の形で表現される relational structure の研究につきる．S_i 自体も特別な（現実のシステムという）relational structure であり，$<S_1, \cdots\cdots, S_n, S>$ を一般的な structure として考察することでは有益な結果を導くのは困難である．“大規模システム”にそった S を考えなければならな

† 1975年7月2日受理．
* 東京工業大学大学院．

い．一般システム自体の性質がある程度解明されてきたのに対し（[1] 参照)，現段階では関係 S としてどのようなものを考えるべきかも明確ではない．

“大きい” システムが複雑なシステムと同一視されがちなのは故なしとはしない．大きいシステムを取り扱うとき，その規模の大きさのために，理論的には一体として考察できるが，実際上（たとえば計算上）一体として取り扱えないことがしばしば起きる．このような場合の解決手段の一つとして，システムをいくつかの小さいサブシステムに分解 (decomposition) することがよく行なわれる．すなわち取り扱いのために単純なシステムを“複雑化”している．大きいシステムを取り扱うには分解せざるをえないとするならば，大規模システムを複雑なシステムと同一視するのは自然である．以下この小論では慣例にしたがい，複雑なシステムのかわりに大規模システムの言葉を使うことにする．

この小論では大規模システムを relational structure $<S_1, \cdots\cdots, S_n, S>$ として考察する．上述のように S_i は単に集合ではなく，S_i をどのようなシステムと考えるかによっていろいろな形の大規模システムの理論が展開できる．ここでは典型的に三つの場合，すなわち S_i を単なる集合あるいは一点とみる場合，入力—出力システムとしてみる場合，もっとも複雑には目的追求システム (goal seeking system) としてみる場合に分け，現在どのような問題が考察されどのような理論展開がなされているかについて考えることにする．

本論にはいる前にこの小論で必要とする記号を定義しておく [1]．システム S の入力としては，外乱，意思決定，ほかのシステムからの相互干渉（作用）を考える．それらのおのおののアルファベット（各変数がとる値）をそれぞれ A, D, E とする．時間の集合を T とすれば，外乱は $x:T\to A$，意思決定は $m:T\to D$，相互干渉は $u:T\to E$ となる時間関数である．出力は $y:T\to B$，状態は $z:T\to C$ となる時間関数とする（図1参照)．C が状態空間である．外乱，意思決定，相互作用，出力の集合をそれぞれ X, M, U, Y とする．すなわち $X\subset A^T$, $M\subset D^T$, $U\subset E^T$, $Y\subset B^T$ である．システムの入力と出力の関係を $S:C\times M\times X\times U\to Y$ と表現することにする．一般に目的追求システムは S とゴールを規定する目的関数 $G:C\times M\times X\times U\times Y\to V$ からなるシステムすなわち $<S, G>$ で表現されるものである（図1参照)．ただし V は適当な順序づけ（その関係を $\leq$ で表わす）をもった集合で価値を表現するものである（より一般的には目的追求システムを規定するものとして S, G のほかに意思決定の基準 D があるが，以下の議論で D はあまりかかわってこないのでここでは割愛してある)．目的追求システムは二つの意味で入力—出力システムとみなせる．一つは単にゴール G を “forget” したシステムで S そのものを入力—出力システムとするものである．いま一つは S に意思決定の解を代入したものである．ゴールを実現する意思決定 $\hat{m}\in M$（これを解とよぶ)が与えられたとき，$S|C\times\{\hat{m}\}\times X\times U$ は $C\times X\times U$を入力とする入力—出力システムである．解の与え方は上

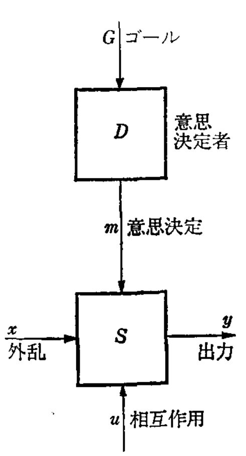

図1 目的追求システム

記のように "programmed solution" の形で与える場合と, "feedforward" の形すなわち決定関数 $\delta: A \to D$ (ただし $\hat{m}(t)=\delta(x(t))$) によるもの, あるいは "feedback" の形すなわち $\varphi: B \to D$ (ただし $\hat{m}(t)=\varphi(y(t))$) によるものがある. 以上の記号および定式化をサブシステム S_i について考えるときは, 各記号にサフィクス i をつけることにする. たとえばサブシステム S_i の外乱の集合は X_i, それの代表要素は $x_i: T \to A_i$ である. 考えている大規模システムは n 個のサブシステム $\{S_1, \cdots\cdots, S_n\}$ からなり, $N=\{1, \cdots\cdots, n\}$, $X_g=X_1 \times \cdots\cdots \times X_n$, $M_g=M_1 \times \cdots\cdots \times M_n$, $Y_g=Y_1 \times \cdots\cdots \times Y_n$ とするとき $\bar{S}=\{S_1, \cdots\cdots, S_n\}$ の相互作用を関数 $K_i: M_g \times Y_g \to U_i$ で表わすことにする. $\bar{S}$ 全体を入力が $M_g \times X_g$, 出力が Y_g の一つのシステムとしてみるときそのシステムを全体のシステムとよび, $S_g: C \times M_g \times X_g \to Y_g$ と表わす. ただし $C=C_1 \times \cdots\cdots \times C_n$ である. 全体のシステムの実際の入力と出力は M_g, X_g, Y_g そのものではなく, それらの適当な成分への射影あるいは一般に $I_m: M_g \to M$, $I_x: X_g \to X$, $I_y: Y_g \to Y$ で規定される. しかし記法を簡単化するために M_g, X_g, Y_g をそれぞれ M, X, Y と表わしそれらを実際の入力, 出力として取り扱う. 全体のシステムを目的追求システムとみるときは, 全体の目的関数を $G: C \times M \times X \times Y \to V$ と表わす. また出力 y を消去した形で表現するほうが便利なときは目的関数を $g(c, m, x)=G(c, m, x, S(c, m, x))$ の形で表現する.

以上の定式化にもとづき大規模システム理論の考察を行なうが, 記法の簡単化のために次節以下の表現でかならずしもここで定義した形と一致しないことがある. たとえば静的なシステムに対し状態を考慮する必要がない場合, 入力ー出力関係を $S: M \times X \times U \to Y$, あるいは目的関数を $g: M \times X \to V$ のように表現する.

末尾に約40の参考文献をのせてあるが, それらは精選したものというより, 孫引きの便宜のために比較的新しいものという意味で選んである.

2. サブシステムを点とみなす場合——構造の問題

サブシステムを点とみなし大規模システムの構造を考察するのは大規模システムの取り扱いの有力な手段である[3]～[6]. 組織図による企業組織の考察はその一例である. 構造は基本的には, サブシステムのもとの形を入力—出力システムと考えているときは, 相互作用の方向によって定められるサブシステム間の順序性が構造となり, またサブシステムを目的追求システムであったとするときは, サブシステムのゴール間の相互関係 (あるいは conflict 関係) である. 取り扱い方としては categorical algebra によるものもあるが [5] [6], グラフ的に取り扱うのが普通である. グラフ的に取り扱った典型的例は transportation network であろう. transportation network での主要問題は現在のところ大規模システムの構造解析というよりは, "機能" の計算の問題である. しかし異常時下での network の動きを考慮する必要が増大するにしたがって, これからはもっと構造的側面も考察されるようになるであろう. ここでは構造を考察する例として, 順序性によって大規模システムをグラフ化しそれを階層構造に分解する例を考えてみる[3]. $N=\{1, \cdots\cdots, n\}$ とし関係 $G \subset N \times N$ を $(i, j) \in G \longleftrightarrow ((\partial k_j/\partial m_i) \neq 0 \vee (\partial k_j/\partial y_i) \neq 0)$ と定義すれば, $<N, G>$ は大規模システムの相互作用関係のみを表わすグラフになる(上記定義で m_i, y_i は時間関数

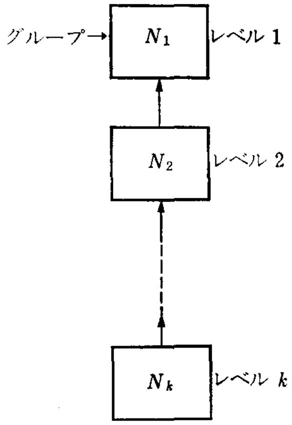

図2 大規模システムの階層分類

であるから$\partial k_j/\partial m_i$はsymbolicな意味しかもたないことに注意).相互作用の“強さ”(構造)を表現するためには，関数$\varphi:G\to S_t$を導入すればよい．S_tは“強さ”あるいは構造を表わす要素の適当な集合である．このように構成された有向グラフに対し，たがいに直接間接connectedしているものを一つのグループと考えると，グループ間には一方向の連結が存在するか，あるいはたがいに独立になるかの関係が存在する．図2は典型的な場合で，グループを一つのレベルと考えると大規模システムは階層構造に分解されたことになる．階層化することの意味は対象とするシステムによって異なる．このような分類は現在のところ分類以上の域を出ていないが，将来大規模システムの構造の分類が必要となるとき有力な手段となるであろう．とくにcategorical algebraの方法は，サブシステムを点としながらもサブシステムの構造を考慮することができる点で有望である [5] [6].

3. サブシステムを入力—出力システムとみなす場合
——局所的システムの性質と全体の性質——

大規模システム理論で重要な問題は，サブシステムがもっている性質が全体のシステムにも成立するか，あるいは従来システムプロパテーとよばれていたものが，大規模システムに対してもどのように定義されどのような形で成立するかである．これらの問題は主としてサブシステムを入力—出力のシステムとするレベルで論じられている．入力—出力システムは1節で述べたように意思決定変数を含む場合と含まない場合があり，最初に含まない場合を考える．

意思決定変数を含まない場合の典型的問題として安定性の問題がある [7]～[10]．参考文献[10] では汎関数を含む方程式の場合も考察してあるが，基本的にはサブシステムの状態遷移が，つぎのように相互干渉が加算形になっている微分方程式で表現されるものとする．$(dz_i/dt)=f_i(z_i)+g_i(z)$，ただし状態空間はユークリッド空間，$z=(z_1,\cdots\cdots,z_n)$ である．相互干渉を無視した方程式$(dz_i/d_t)=f_i(z_i)$ をサブシステムの独立の状態遷移方程式と考え，これのリアプノフの安定(あるいは不安定) がリアプノフ関数 $V_i:C_i\to R$ (Rは実数の集合) で表現されているとする [38]．このときn個のリアプノフ関数 ($V_1,\cdots\cdots,V_n$) から全体のシステムの状態空間の上で定義される関数 $V:C\to R$ を適当に作ると，相互干渉 ($g_1,\cdots\cdots,g_n$) の適当なクラスに対しVが全体のシステムの安定性を保障するリアプノフ関数になることが示せる．全体のシステムのリアプノフ関数Vとしては，($V_1,\cdots\cdots,V_n$) のベクトルをそのまま使う場合と，$V=\Sigma\alpha_iV_i$ のように線形結合によって作る場合がある．結果によると個々のサブシステムが安定のとき，相互干渉が弱ければ全体のシステムが安定になるのはいうまでもない．またあるサブシステムが不安定でも相互干渉を適当に選べば全体として安定になることもある[9].

入力—出力システムが決定変数を含む場合として二つの例を考える．一つはいわゆる分散制御系の可制御性と可観測性の問題である [11]～[13]．可制御性，可観測性はいうまでもなく動的線形システムに対しもっとも人口に膾炙されている性質である [38]．大規模システムの可制御性と可観測性に対する素直な問題は，各サブシステムが可制御あるいは可観測のとき，どのような条件とくにどのような相互干渉の形に対して全体のシステムがそれらの性質を保存するかである．これらの問題は線形時間不変の微分方程式系に対し考察されている．参考文献 [11] では，二つのサブシステムの結合の形すなわち相互干渉の形として，並列結合，直列結合，フィードバック結合を考察し，それらの相互干渉に対し全体のシステムが可制御かつ可観測になる必要十分条件を求めている．サブシステム S_1 と S_2 の入力—出力関係をそれぞれ $y_1=S_1(c_1, m_1)$，$y_2=S_2(c_2, m_2)$ とする．並列結合では全体のシステムは $m=m_1$，$y=(y_1, y_2)$，$u_2=m_1$，また直列結合では $m=m_1$，$y=y_2$，$u_2=y_1$ で与えられる．状態はともに $c=(c_1, c_2)$ である．図 3 に並列，直列の結合を図示してある．いずれの場合も全体のシステムの入力—出力関係が S_1 と S_2 によって表現される．全体のシステムの表現が可制御かつ可観測であるための必要十分条件は，表現が最小実現 (minimum realization) になることであるから[38]，S_1 と S_2 が最小実現になっているという条件の下で，全体のシステムが最小実現になる条件を求めれば，その条件が可制御性かつ可観測性を保存する条件である．参考文献 [11] ではシステムの特性根と微分方程式の係数によって条件を与えてある．システムの性質を大規模システムに拡張した例として，可観測性をつぎのように取り扱ったものがある [12] [13]．サブシステム S_1 は S_1 の意思決定 m_1 とその出力 y_1 が情報として与えられ，それをもとにして全体のシステムの初期状態を決定する問題を考え，もし決定できるならば全体のシステムは S_1 に関し可観測であるとする．全体の意思決定を $m=(m_1, \bar{m}_1)$，全体のシステムの初期状態を c とするときの S_1 の出力 y_1 を $y_1=S_1(c, m, \bar{m}_1)$ と書くと，S_1 が線形の場合 $y_1=S_1(c, m_1, 0)+S_1(0, 0, \bar{m}_1)$ となる．これから上記の意味で S_1 に対し可観測になるための必要十分条件は $S_1(\cdot, 0, 0):C\rightarrow Y_1$ が injective かつ $S_1(C, 0, 0)\cap S_1(0, 0, \bar{M}_1)=\{0\}$ になることが示せる．ただし $\bar{M}_1$ は $\bar{m}_1$ の集合である．参考文献 [12]，[13] ではシステムが差分方程式の形で与えられた場合について上記の条件を方程式の係数をもちいて表現してある．

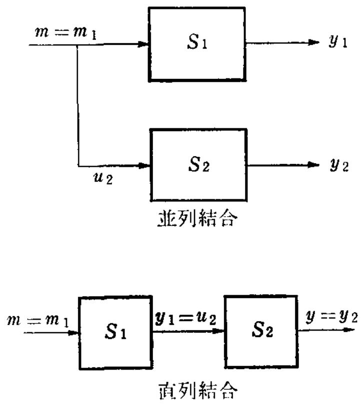

図 3　システムの結合

入力—出力システム表現のレベルの考察で興味のあるもう一つの例はサブシステムの“不変量”（あるいは特性量）が全体のシステムの“不変量”とどのような関係をもつかである．適当に定義された不変量の保存性によって大規模システムを分類することは将来有力な分類方法になるかもしれない．参考文献 [14]，[15] では時間不変線形常微分方程式系に対し“不変量”として order，degree，complexity の三つを考察している．order はシステムを表現するための最小状態の次元，complexity は使われている状態空間の次元にほぼ対応する量である（定義ではシ

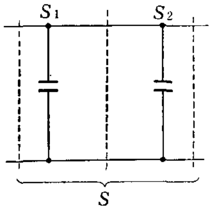

図4　order を保存しない結合

ステムをラプラス変換の形で考察しているので上記のような意味づけとは完全には一致しない）．一般に状態空間の最小次元が n_1 と n_2 の二つの線形系を結合しても全体の線形系の最小次元は n_1+n_2 にならない．図4にその例を示してある．S_1 と S_2 の状態空間の次元は1であるが，全体のシステムの最小次元は1である．参考文献［14］ではサブシステムの結合を線形かつ“static”な形ときめた上で，サブシステムの“不変量”と全体のシステムの“不変量”の関係，とくに least order，least complexity 等の性質がどのような条件の下でサブシステムから全体のシステムに保存されるかを論じている．

4.　サブシステムを目的追求システムとみなす場合

第1節で述べたように大規模システムの理論は人間を含むシステムに対しもっとも長い歴史をもっている．そして人間を含むシステムのもっとも大きな特徴は目的追求行動であろう．そのために大規模システムの理論では，サブシステムを目的追求システムとするレベルでもっとも話題に富んでいる．大規模システムのサブシステムを意思決定者とするレベルでは，大規模システムは大きくわけて二つの見方に分かれる．一つは大規模システムを意思決定者からなる有機体（構造をもつ集合）とみなす場合と，いま一つは意思決定者がおたがいに相互干渉している単なる集合であるとみなす場合である。最初に後者の立場から考える．

後者の立場でもっとも有名なのは Neumann—Morgenstein によるゲーム理論である［16］．n 人ゲームではもちろん coalition のように“構造”を問題としているが，あくまでもゲーム理論では初めから与えられた構造はない．ここではゲーム理論を動的にしたと考えられる理論（bargaining のプロセスまでも理論に組み入れたもの）として stochastic automata game を考えてみる［17］～［19］．図5にこのゲームの基本構造を示してある．D_1 から D_n の n 人の意思決定者がいて意思決定 $m=(m_1, \cdots\cdots, m_n)$ を行なう．それに対しサブシステム $S_1, \cdots\cdots, S_n$ と外界（environment）の二つを合わした“外界”からの応答が，各意思決定者にそれぞれ $y_1, \cdots\cdots, y_n$ の形で与えられるとする．意思決定者はこの応答にもとづき新たな意思決定を行なう．以上の過程のくり返しにより好ましい応答がえられるように意思決定は修正されていく．このモ

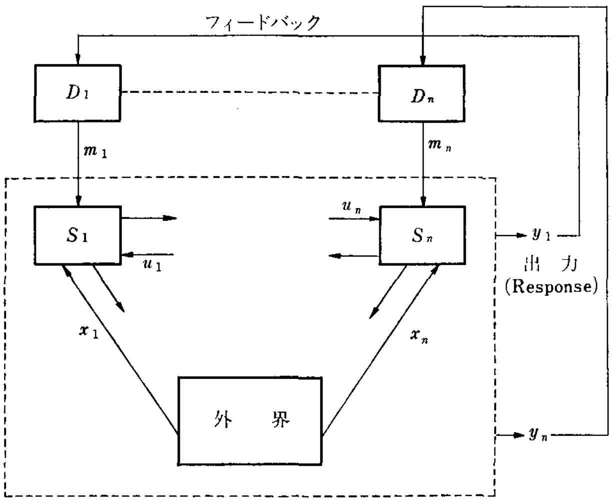

図5　stochastic automata game

デルの特徴は，全体のシステムが静的かつ確率的すなわち $m=(m_1, \cdots\cdots, m_n)$ に対する応答 $y=(y_1, \cdots\cdots, y_n)$ は条件確率 $P_r(b|d)$ $(b\in B, d\in D)$ で規定されていること，およびフィードバックによる意思決定が mixed strategy になっていることである．m_i を D_i の上で定義された分布関数の集合とする．このときフィードバックの意思決定は learning strategy $\delta_i: m_i\times B_i\rightarrow m_i$ によって規定される．m_i を D_i の状態の集合と考えれば δ_i はオートマトンにおける状態遷移関数になる．意思決定者の集団の“状態”$(\varphi_1, \cdots\cdots, \varphi_n)(\varphi_i\in m_i)$ は時間とともに変わっていくが，適当な条件の下でそれが好ましい状態（すなわち平均的にいつでも好ましい出力 y を出すような混合手の組)に収束するように $(\delta_1, \cdots\cdots, \delta_n)$ を選ぶことができる．意思決定者を二人，D_1, D_2，また応答の好ましさを $g_1: B_1\rightarrow R$，$g_2: B_2\rightarrow R$ で測るときいつでも応答が $Eg_i(p_r(b_1|d))=-Eg_2(p_r(b_2|d))$（$E$ は期待値の作用素）の関係を保つ場合，二人の意思決定者は 0 和ゲームを行なうことになり，ある種の strategy (δ_1, δ_2) の下では (φ_1, φ_2) がゲームの解に収束することも示せる．また出力がいつでも $Eg_1(p_r(b_1|d))=Eg_2(p_r(b_2|d))$ となるときは，二人の意思決定者はチーム的状況になり，ある条件の下で (φ_1, φ_2) は $Eg_1(p_r(b_1|d))$ を最大とする状態に収束する [18]．意思決定 m に対する出力 y が静的関係と仮定していることを除けば，このモデルは相当に強力なモデルと考えられる．

意思決定者の集団を一つの有機体とみなすとき三つの大きな問題がある．すなわち各意思決定者のゴールと全体のゴールの関係，意思決定者の統合の問題，意思決定者間の情報交換の問題である．個人のゴールと全体のゴールの関係の問題は二つに分けられる．一つは各人のゴールが与えられたとき全体のゴールをいかに決定するか，いま一つは逆に全体のゴールから個人のゴールをいかに規定するかである．最初の問題でもっとも有名な理論は Arrow の理論である [21] [22]．各 i $(i=1, \cdots\cdots, n)$ に対し $Y_1=Y_2=\cdots\cdots=Y_n=Y$，$V_1=\cdots\cdots V_n=V$，$g_i: Y_i\rightarrow V_i$ とする．このときわれわれに興味がある問題は，目的関数のベクトル $(g_1, \cdots\cdots, g_n)$ から新しい目的関数（すなわち全体のシステムの目的関数）$g: Y\rightarrow V$ が“合理的”に決定できるかである．すなわち $\varphi(g_1, \cdots\cdots, g_n)=g$ となる“合理的”な関数 φ が存在するかである．もちろん存在するかどうかは合理性の定義による．合理性としては，たとえば＜$(\exists_i)(\forall_j)(\forall g_j)(\varphi(g_1, \cdots\cdots, g_n)=g_i)$となることはない＞(non-dictatorship の条件) とか＜$(\forall_i)(g_i(y)<g_i(y')\rightarrow\varphi(g_1, \cdots\cdots, g_n)(y)<\varphi(g_1, \cdots\cdots, g_n)(y')$＞等の条件である．Arrow はこのような合理性の条件を四つ仮定し，その仮定を満足する φ は存在しないことを証明している [21]．Arrow の有名な定理以来条件をいろいろに変更し合理的関数の存在が論じられているが，現在のところおもな結果はすべて否定的である [22]．個人の目的関数のベクトル $(g_1, \cdots\cdots, g_n)$ を一つにまとめるかわりにベクトルそのものを全体の目的関数として採用することも当然考えられる [23] [24]．基本的にはこの方法ではパレート最適を全体のシステムの望ましい状態（安定な状態）とする．パレート最適の“数学的”拡張はたとえば参考文献 [24] に論じられているが，その拡張の大規模システムに対し実用的に意味するところは明らかではない．

システム全体の目的が与えられ，それに対し各個人の目的を決定する問題は大規模システムの

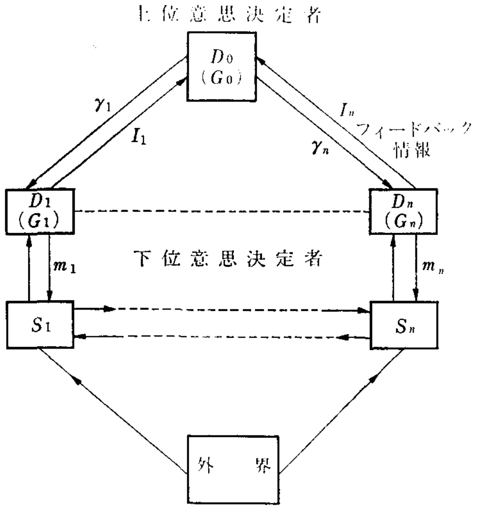

図6 多階層システム

統合の問題と密接に結びついている [25]～[29]. ここでは二つを同時に考察する．図6に大規模システムの統合の基本モデルすなわち多階層モデル(2レベルシステム)を示してある．システム全体の目的Gが与えられたとき，それに対応して下位レベルにある i 番目の意思決定者 D_i に目的関数 G_i がきめられているとする．サブシステム間に相互干渉が存在するとき，下位レベルの意思決定者が勝手に意思決定をしたのでは全体のシステムのゴールは一般には実現できないので，下位レベルの意思決定者間の調整をはかる上位レベルの意思決定者すなわちコーディネータが必要となる．図6で D_0 と書いてあるのがコーディネータである．意思決定者 D_i は D_0 からの調整情報 γ_i（指示）にもとづき自分のゴール G_i が達成されるべく意思決定を行なう．その結果はフィードバック情報 I_i として D_0 に伝達される．コーディネータは意思決定者 $D_1,\cdots\cdots,D_n$ からよせられる情報（$I_1,\cdots\cdots,I_n$）にもとづき調整の情報 $\gamma=(\gamma_1,\cdots\cdots,\gamma_n)$ を作り，$D_1,\cdots\cdots,D_n$ を統合しそれにより全体のゴールGを実現するようにする．多階層システムで注意すべきことは，一般に意思決定者としての D_0 のゴール G_0 は全体のゴール G ではなく，下位レベルの意思決定者間の conflict の調和であり，D_0 の意思決定行動は直接には G を目的とはしていない [25]．典型的2レベルモデルとして資源配分問題を考えてみる．$M_1=\cdots\cdots=M_n=R$，$g(m)=h_1(m_1)+\cdots\cdots+h_n(m_n)\epsilon R$，$m_1+\cdots\cdots+m_n\leq\alpha$，$m_i\geq 0$ とする．すなわち n 人の意思決定者は同じ資源を使って生産を行ない，i 番目の意思決定者が資源 m_i を使って生産できる量が $h_i(m_i)$ である．資源には限りがあり，総量を α とする．（全体の）問題は $g(m)$ が最大になるように資源を配分することである．この資源配分問題を2レベルシステムとして考えるためには，D_i のゴール g_i を g とcompatible な形で決める必要がある．いま $\hat{m}=(\hat{m}_1,\cdots\cdots,\hat{m}_n)$ をこの問題の解とする．このとき $g_i(m_i)=-(m_i-\hat{m}_i)^2(i=1,\cdots\cdots,n)$ とすれば，明らかに下位の意思決定は全体の最適解を与える（この g_i は "Paid worker scheme" とよばれる [28]）．この意味でこのように決められた（$g_1,\cdots\cdots,g_n$）は g と compatible であり，またいくつかの望ましい性質（たとえば，全体のゴールが実現しなかったとき，どのサブシステムが原因であったかはっきりしている）をもっているが，全体の解$\hat{m}$がわからなければ g_i をきめられないという致命的欠点がある．そこで実際には $g_i(m_i)=h_i(m_i)$ の形，すなわち下位レベルの利益の増大と全体の利益の増大とを一致させる方法をとる（"Profit sharing plan" とよばれる）．これが下位レベルの目的関数の基本的形である．しかしこの形のままでは資源の制約条件がまもられないから，下位レベルの conflict を調整しながら制約条件を満足するようにする上位レベルの役割が生じてくる．調整の方法には基本的には二つの方法がある．第一の方法

は資源の使用に対し charge をする方法で，資源単位当りの価格を p として $g_i(m_i)=h_i(m_i)-pm_i$ とする．与えられた統合情報 $p(=\gamma_i)$ のもとで，下位の意思決定者は自分にとって最適の資源使用量 $\hat{m}_i(p)$ をきめ，$I_i=\hat{m}_i(p)$ の形で上位に報告する．その情報にもとづき上位は全体の使用量がαを超えるときはpを上げ，少なすぎるときはpを下げるなどの操作を行ない全体の調和をとる．これがいわゆる“価格”による調整である [25] [29]．この機構で明らかなようにコーディネータは調整に専念し直接には全体のゴール $g(m)$ に関与しない．一般に調整が成功しても全体のゴールが実現されるとはかぎらないが，ある条件（たとえば g の concavity など）の下では調整の成功すなわち全体のゴールの実現となることが示せる [25]．価格による調整に対し最適使用量を上部が推定して調整することもできる．コーディネータによる最適値の推定値を γ_i とする $(i=1,\cdots\cdots,n)$． γ_i は過去のデータによって決定される．これに対し下部の意思決定者は，配分量が増大したらどれだけ生産量が増加するか，すなわち $(dh_i/dm_i)\gamma_i$ を計算しそれを $I_i=(dh_i/dm_i)\gamma_i$ の形で D_0 に報告する．上部は $I=(I_1,\cdots\cdots,I_n)$ の情報にもとづき生産性の高いサブシステムに資源がより多くまわるように$\gamma=(\gamma_i,\cdots\cdots,\gamma_n)$ を補正し，再調整を行なう．これをくり返し改善の余地がなくなったときが調整の完了である．この場合も調整の完了すなわち全体のゴールの実現の保障はない．以上の例は非常に簡単な例（静的な問題かつ相互干渉はシステム干渉しか存在しない）であるが，この例からわかるとおり，多階層システムの調整の問題では，与えられた構造のもとで調整が成功するか（coordinability の問題），また調整の実現が全体のゴールの実現を意味するか（goal harmony の問題）が中心問題となる．

上記の多階層システムの統合問題の考察からわかるように，大規模システムが有機的に働くためには情報が円滑にシステム内を動かねばならない．価格による調整にしろ，最適推定による調整にしろ，正しい情報が伝達されなければ（たとえば下部の意思決定者が故意にうそを報告する），システムは正常に機能しない．一方正しい情報を集めるにはそれなりの費用が必要である．そこでシステムに対し適正な情報構造を見つけることが問題となる [20]．いま $X=X_1\times\cdots\cdots\times X_n$ とする．また各 i に対し $\eta_i: X\to\bar{X}_i$ の関数を定義し，$\eta_i(x)\in\bar{X}$ は不確実 x に対し i 番目の意思決定者 D_i が受け取る情報とする．$\eta_i(x)$ は実際には二つの要素からなっており，一つはD_iが自分の不確実性 x_i に対し直接うる情報，いま一つの要素はほかの意思決定者から不確実について教えられる情報である．$\eta=(\eta_1,\cdots\cdots,\eta_n)$ をシステムの情報構造とよぶことにする．全体のシステムの performance は上述のように情報構造にもよるので全体のシステムの目的関数を $g: M\times X\times\{\eta\}\to V$ と表現することにする．ただし $\{\eta\}$ は情報構造の集合である．各 D_i は与えられた情報にもとづき意思決定を行なう．すなわちD_i の意思決定は $\delta_i:\bar{X}_i\to M_i$ の決定関数で与えられる．$\delta:\tilde{X}\to M$（ただし $\delta(\bar{x})=(\delta_1(\bar{x}_1),\cdots\cdots,\delta_n(\bar{x}_n))$ かつ$\bar{X}=(\bar{X}_1\times\cdots\cdots\times\bar{X}_n)$をシステムの意思決定関数とよぶこととする．$X$は確率的であるとすると，最適の情報構造 $\hat{\eta}$ は $\max_{\eta}\max_{\delta}\underset{x}{E}g(\delta(\eta(x)),x,\eta)=\max_{\delta}\underset{x}{E}g(\delta(\hat{\eta}(x)),x,\hat{\eta})$ で与えられる．情報構造の集合は離散的であるために最適の情報構造を求めることは簡単ではない．現在のチーム意思決定理論は統合問題より情報構造に興味が向けられ，情報構造ηをいろいろに分類している [20]．しかし統合問題では情報構造は重要な問題なので，

情報構造の問題を組み入れた多階層システムの研究はこれからの興味ある問題である [28].

5. その他と展望

大規模システムは好むと好まざるにかかわらず (ORを含めて) システム工学の中心話題にならざるをえない. 大規模システムに対し論理的処方せんを書けるようになるかならないかがシステム工学を“学”として存在させる条件になるであろう. 現在のところシステム工学で大規模システムに対し“政策論”を展開しているのはシミュレーション手法, たとえば S.D. 手法のみに思われる [30] [31]. 残念なことに現段階ではいままで述べてきた“深い理論”はほとんど現実の大規模システムの処理とは直接的には無関係である. それでは現在の大規模システムの理論はどのような点で問題があり, またそれに対しどのような努力がなされているか, あるいはなされるべきかを考えてみる.

現在のシステム工学の理論で基本的な問題は“言葉”である. いままでの数理的理論では大規模システムというあいまいなものを取り扱うにはあまりにも“硬い”言葉で述べられすぎている (もちろんここではあまりにも“軟らかい”言葉で述べられている理論は問題としていない). たとえば不確定な要素を含むモデルにはすぐに確率モデルがたてられがちである。しかし大規模システムに対しては確率モデルというよりは, Non-deterministic model のレベルでの考察が本質的と考えられる. またいままでの理論は“等式”で語られている. しかし大規模システムを論ずるには“不等式”(たとえば unsolvability 形の理論) が非常に重要である. これらの点はすでに気がつかれており, たとえば Zadeh の“Fuzzy set theory”, R. Thom の“Topological approach”, Mesarovic や Kalman の“Applied algebra”等は明らかに“軟らかい”言葉でシステムを語ろうとするものである [1], [32]～[34]. Forrester の S.D. も一見定量的な手法のように考えられるが, Forrester がねらっているものは複雑なシステムに対する定性理論 (構造理論) である [35]. しかし Forrester の夢も計算機の出力を眺めることからはとうてい実現するものではなく, 実現のためにはシステム工学のかなりたしかな定性理論の確立が必要であろう.

つぎに基本的問題と考えられるものは, 数量的意味での大規模システム理論は概念にとぼしいと考えられることである. たとえば“サブシステム”はあまりにも無性格であり, サブシステムの分類が (数) 理論的にほとんどなされていない. 電気回路の理論 (これは“beautiful”な大規模システム理論である) に比して大規模システム理論が貧弱なのはこのへんにも一つの原因が考えられる. 相互干渉の概念についても同じことがいえる [2]. 大規模システムが複雑であるゆえんは相互干渉の存在のためであり, それは中心概念であるのにかかわらず, 現在ほとんど何の分類もない. 現実のシステムは微分方程式で正規的に表現されるよりはるかに個性的であり, 大規模システムの理論は結局そのような個性を考慮してこそ核心に達するものであろう。概念の豊富化のためには現在のテクニカルな理論はもっと社会科学などにおける大規模システムの理論に注意する必要があると思える. またこの方向は Bertalanffy の一般システム理論の最初のプログラムへの復帰であるかもしれない.

システム工学にとってモデル構成の方法論(すなわちモデル構成のMeta-theory)は非常に重要で，システム工学の教科書にはかならずひと言は述べられている．しかしそれに対して理論的考察はほとんどない [36]．大規模システムではモデルを作ること自体が困難な仕事であり，モデル構成に対し基礎を与える理論は非常に実用的大規模システム理論となりうる．本論文ではひと言も述べなかったが，計算機のプログラミングシステムは人工的に作られたもっとも複雑な大規模システムであり，それに対して提言されているメタ理論，たとえば "Structured programming" とか "階層構造によるシステム構成" は，本論文でいままで考えてきたシステム工学でのモデル構成のMeta-theory 確立の可能性を示唆しているものと考えられる [37]．

参 考 文 献

[1] Mesarovic, M. D. and Y. Takahara, *General Systems Theory: Mathematical Foundations*, Academic Press, 1975.

[2] Takahara, Y., "Coordination Principles for Systems Interactions," presented for the Conference on Regionalized Hierarchical World Model held by IIASA, Laxenburg, Austria, 1974.

[3] Warfield, J. N., "Toward Interpretation of Complex Structural Model," *IEEE Trans. on Sys. Man & Cyb.*, **4**, 5 (1974).

[4] Buckley, W. et al., "Structural Resolutions of Collective Action Problems", *Behavioral Sci.*, **19**, (1974).

[5] Goguen, J. A., "Mathematical Representation of Hierarchically Organized Systems," in *Global Systems Dynamics* Ed. by E. O. Attinger, Int. Sym., Charlottevill, 1969.

[6] Takatsu, S., "Notes on the Application of Categorical Algebra to General Organizations Theory," *Research Report on Information Sciences*, Dep. of Information Science, Tokyo Institute of Tech., 1974.

[7] Siljak, D. D., "On Stability of Large Scale Systems under Structural Perturbation," *IEEE Trans. on Sys., Man & Cybl.*, July, (1973).

[8] Gruji'c, L., "Uniform Asymptotic Stability of Discrete Large Scale Systems," *IEEE Trans. on Sys., Man & Cyb.*, Nov., (1973).

[9] ——, "Stability Analysis of Large Scale Systems with Stable and Unstable Subsystems," *Int. J. Cont.*, **20**, 3 (1974)

[10] Michel, A. Y., "Stability Analysis of Interconnected Systems", *SIAMJ. Cont.*, **12**, 3(1974).

[11] Chen, C. T., "General Theory of Controllability and Observability of Composite Systems," *Preprint of JACC*, Univ. of Pen., 1967.

[12] Fujita, S., "On the Observability of Decentralized Dynamic Systems", *Inf. & Cont.*, **26**, (1974).

[13] 吉川恒夫ほか，"分散制御系の可観測性"，計測自動制御学会論文集，**10**，3 (1974)．

[14] Rosenbrook, H. H. et al., "Contribution to a Hierarchical Theory of Systems," *Int. J. Cont.*, **19**, 15 (1974)

[15] Pugh, A. C., "The Relationship between Order, Degree and Complexity in the Hierarchical Theory of Systems", *Int. J. Cont.*, **20**, 5 (1974).

[16] Von Neumann, J. and O. Morgenstein, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton Univ. Press, 1947.

[17] Chandrasckaran, B. et al., "Stochastic Automata Games", *IEEE Trans. on Sys. Sci. and Cyb.*, **5**, 2 (1967).

[18] Viswanathan, R. et al., "Competitive and Cooperative Games of Variable-Structure Stochastic Automata," *J. Cyb.*, **3**, 1 (1973).

[19] Grigorenko, V. P. et al., "Optimization by a Team of Independent Automata with Adaption", *J. Cyb.*, **3**, 3 (1974).

[20] Marschak, J. et al., *Economic Theory of Teams*, Yale Univ. Press, 1972.

[21] Arrow, C. J., *Social Choice and Individual Values*, John Wiley, 1951.

[22] Fishburn, P. C., "Impossibility Theorems Without the Social Completeness Axiom," *Econometrica*, **42**, 4 (1974).

[23] Ruefli, T. W., "A Generalized Goal Decomposition Model," *Manag. Sci.*, **17**, 8 (1971).

[24] Yu, P. L. et al., "Nondominated Decisions and Cone Convexity in Dynamic Multicriteria Decision Problem," *J. Opt. Th. and App.*, **14**, 5 (1974).
[25] Mesarovic, M. D. et al., *Theory of Hierarchical, Multilevel, Systems*, Academic Press, 1970
[26] Heal, G. M., "Planning Without Price," *Review of Economic studies*, **36**, 107, July (1969).
[27] Haimes, Y. Y. et al., "Hierarchical Structures in Water Resources Systems Management," *IEEE Trans. on Sys., Man & Cyb.*, July, (1973).
[28] Groves, T., "Incentives in Teams," *Econometrica*, **41**, 4, July (1973).
[29] Jennergren, P., "A Price Schedules Decomposition Algorithm for Linear Programming Problems," *Econometrica*, **41**, 5, Sep. (1974).
[30] Goldberg, M. A., "Simulation, Synthesis and Urban Public Decision-making," *Man. Sci.*, **20**, 4 (1973).
[31] EDITOR, "Approaches to Some Complex Problems," *Man. Sci.*, **20**, 4 (1973).
[32] Zadeh, L. A., "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Process," *IEEE Trans. on Sys., Man & Cyb.*, **3**, 1 (1973).
[33] Kalman, R. E., "Comments on the Scientific Aspects of Modeling," in *Towards a Plan of Actions for Mankind*, Ed. by M. Marois, North-Holland, 1974.
[34] Thom, R., *Structural Stability and Morphogenesis*, Benjamin, 1975.
[35] Meadows, D. H. et al., "A Response to Sussex," *Future*, Feb., (1973).
[36] Ivanishev, V. V., "A Hierarchical Set of Models for Control of a Class of Large-scale Systems," *Int. & Rem. Cont.*, (1973).
[37] Bauer, F. L. (Ed.), *Advanced Course on Software Engineering*, Springer, 1973.
[38] 野本明ほか (編), "システム理論", 日刊工業新聞社, 1974.