文献抄録

Burgin, T. A., "Inventory Control with Normal Demand and Gamma Lead Times," *Operations Research Quarterly*, **23**, 1 (1972), 73–80.

〔在庫／理論的〕

発注点法において，安全在庫量 (R) を求める際に，調達期間中の需要が R 以下となる確率 (P_R) とその期間中に潜在的に失われた需要量の期待値 (S_R) を求めることが必要である．ここでは，単位時間当りの需要分布が正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$ で調達期間分布がパラメータ α, k の Γ 分布の場合について，これらの量を計算し，その近似式も求めている．

$$P_R=\int_{-\infty}^{R}\int_0^{\infty}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi L}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu L}{\sigma\sqrt{L}}\right)^2\right\}\times\frac{\alpha^k L^{k-1}\exp(-\alpha L)}{\Gamma(k)}dLdx$$

であるが，これの積分を計算し，ベッセル関数 $K_\nu\{2\sqrt{\beta\gamma}\}$ を用いて

$$P_R=1-\frac{2\alpha^k}{\Gamma(k)\sigma\sqrt{2\pi}}\int_R^{\infty}\left(\frac{x}{\theta}\right)^{k-1/2}\times K_{k-1/2}\left(\frac{x\theta}{\sigma^2}\right)\exp\left(\frac{\mu x}{\sigma^2}\right)dx$$

とくに，k が整数のときは

$$P_R=1-\left(\frac{\alpha}{\theta\lambda}\right)^k\sum_{j=0}^{k-1}\frac{(k+j-1)!}{(k-1)!j!}\left(\frac{\lambda\sigma^2}{2\theta}\right)^j\times Q\{2\lambda R\,|\,2(k-j)\}$$

ここで $Q(\chi^2|\nu)$ は χ^2 分布関数，$2\alpha\sigma^2+\mu^2=\theta^2$, $(\theta-\mu)/\sigma^2=\lambda$ とおく．

$k=1$ のときは，$P_R=1-\dfrac{\alpha}{\theta\lambda}\cdot\exp(-R\lambda)$ となる．以上の計算は，k の値が小さいときには $Q(\chi^2|\nu)$ の表を使って手計算できるし，k が大きいときは計算機で容易に計算できる．

一方，S_R は，

$$S_R=\int_R^{\infty}(x-R)\int_0^{\infty}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi L}}\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu L}{\sigma\sqrt{L}}\right)^2\right\}\frac{\alpha^k L^{k-1}\exp(-\alpha L)}{\Gamma(k)}dLdx$$

で，同様に積分計算して，

$$S_R=\left(\frac{\alpha}{\theta\lambda}\right)^k\frac{1}{\lambda}\sum_{j=0}^{k-1}\frac{(k+j-1)!}{j!(k-1)!}\left(\frac{\lambda\sigma^2}{2\theta}\right)^j\times[(k-j)Q\{2\lambda R\,|\,2(k-j+1)\}-(\lambda R)\times Q\{2\lambda R\,|\,2(k-j)\}]$$

とくに $k=1$ のとき

$$S_R=\frac{\alpha}{\theta\lambda^2}\cdot\exp(-\lambda R)\ \text{となる．}$$

P_R 同様，S_R も容易に計算できる．

Burgin と Wild が与えた P_R の近似法は，需要分布，調達期間分布の最初の二つのモーメントがそれぞれ S_1, S_2; L_1, L_2 であるとき，調達期間中の需要のそれは $D_1=L_1S_1^2$, $D_2=L_1S_2+S_1^2L_2$ とし Γ 分布をあてはめる．したがって

$$P_R=\int_0^{u\sqrt{(p+1)}}\frac{v^p\exp(-v)}{\Gamma(p+1)}dv$$

$$p=\frac{D_1^2}{D_2}-1,\quad u=\frac{R}{\sqrt{D_2}}$$

と近似する．ここでは，需要が正規分布，調達期間が Γ 分布に従う場合について，上に求めた正確な p_R を使ってこの近似値の精度を検討し，この場合には十分であるとしている．　　（反町迪子）

Iglehart, D. L. and Morey, R. C., "Inventory Systems with Imperfect Asset Information," *Management Science*, **18**, 8 (1972), 388–394.

〔在庫／確率論／理論的〕

在庫記録に誤りがあり，実際の在庫量と一致しない場合について，この記録の不正確さを考慮した在庫政策を考える．

一品目，定期発注方式を考え，目的は，記録の誤りによっておこる品切れを防ぐためのバッファストックを決めること，また在庫調べによって真の在庫と記録とを完全に一致できると仮定する場合と，在庫調べをしても不正確さが残る場合について，その在庫調べの最適回数を求めることである．

各期の需要 $\xi_1, \xi_2, \cdots\cdots$ は独立，同一分布に従う確率変数とし，$E(\xi_k)=m$, $\gamma^2\{\xi_k\}=\nu^2$ とおく．

また，各期のエラー $\eta_1, \eta_2, \cdots\cdots$ も独立，同一分布を持った確率変数とし，$E(\eta_i)=0, \sigma\{\eta_k\}=\sigma_0^2$.

また，$S_0=0$, $S_k=\eta_1+\cdots+\eta_k$, $k\geqq 1$ とおき，再生過程 $\{N(t): t\geqq 0\}$ を次のように定義する．

$$N(t)=\max\{k_1\xi_1+\cdots+\xi_k\leqq t\},\quad \xi_1\leqq t$$
$$=0\qquad\qquad \xi_1>t$$

Lemma 1. 上の仮定の下で,

(a) $\lim_{n\to\infty} P\{\max_{1\leqq k\leqq n}[S_k/(\sigma^2 n)^{1/2}]\leqq x\}=2\Phi(x)-1,\ x\geqq 0$

(b) $\lim_{t\to\infty} P\{\max_{1\leqq k\leqq N(t)+1}[S_k/(m^{-1}\sigma^2 t)^{1/2}]\leqq x\}=2\Phi(x)-1,$

$x\geqq 0$

ここで,$\Phi(x)$は標準正規分布関数である.

以下では,この Lemma 1を基にして,すべて上の(a),(b)が成り立つほど十分 n, t が大きいことを仮定する.

固定した n 期ごとに在庫調べをやる場合と,最後の調べのあと累積需要が t をはじめて越える時点で次の調べを行なう場合を考える.前者の定めるべきバッファストックを $B(n)$,後者を $\tilde{B}(t)$ とする.

Proposition 1.

$$B(n)=\sigma\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)n^{1/2}$$

$$\tilde{B}(t)=m^{-1/2}\sigma\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)t^{1/2}$$

と決めれば,エラーがこの在庫量を越える確率は α 以下となる.

次に,バッファストックに対する在庫費用(単価 h)と在庫調べの費用(完全にチェックできる場合 K とする)を考慮すると,

Proposition 2. 一期当りの総期待費用を最小にするためには,

$$n^*=\left[\left\{2K/\sigma h\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\right\}^{2/3}\right]$$

(または n^*+1)

$$t^*=m\left\{2K/\sigma h\Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\right\}^{2/3}$$

とえらべばよい.

次に,在庫調べによっても不正確さが残る場合で,j 型の調べ方に対しては費用が K_j かかり,残りのエラーは R_j であるとする.R_j は確率変数で,$\{\eta_j\}$ とは独立とする.$E(R_j)=\mu_j$,$\sigma^2\{R_j\}=\sigma_j^2$.

Proposition 3. $k\geqq\alpha^{-1/2}$ に対して

$$B_j(n,\ k)=\sigma\Phi^{-1}\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1-\alpha}{2(1-k^{-2})}\right)\right]\times n^{1/2}+k\sigma_j+\mu_j$$

$$\tilde{B}_j(t,k)=B_j(t/m,k)$$

とおけば,エラーがこの量を越える確率は α 以下となる.

$$C_j(B_j(n,k),n)=K_j/n+hB_j(n,k)$$

を n と k に関して最小にすれば,最適な B_j がえられ,さらにその中で最小の費用を与える型 j をえらべばよい. (反町迪子)

Kirby, M. J. L., Love, H. R. and Swarup, Kanti, "Extreme Point Mathematical Programming," *Management Science*, **18**, 9 (1972), 540-549.
〔数理計画/線形計画法/理論的〕

端点数理計画法(Extreme point mathematical programming)とは,与えられた条件の中に端点条件を含ませようとするもので,本来,線形計画問題を考慮するときには必ずこの条件を暗に含んでいるが,たとえば(0-1)変数整数計画問題などでは,とくに端点条件を明確に打ち出したほうがより解きやすい場合もある.

端点数理計画問題とは,一般につぎのように与えられる.

$$(\mathrm{P\,1})\begin{cases}\max\ \boldsymbol{c}\,\boldsymbol{x}\\ \text{s.t.}\ \boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b},\ \text{ただし}\ \boldsymbol{x}\ \text{はつぎの領域}\\ \qquad \boldsymbol{D}\,\boldsymbol{x}=\boldsymbol{d},\ \boldsymbol{x}\geqq\boldsymbol{o}\\ \qquad \text{の端点であるとする.}\end{cases}$$

この場合,$\boldsymbol{c}$,$\boldsymbol{x}$ は n 次元ベクトル,$\boldsymbol{A}$ と $\boldsymbol{D}$ とはそれぞれ $m\times n, p\times n$ 行列とし,$\boldsymbol{b}$ と $\boldsymbol{d}$ とはそれぞれ m 次元,p 次元ベクトルとする.

この(P 1)の形に完式化される問題は,前述の(0-1)変数整数計画問題のほかにスケジューリングの問題などもある.

1. 理論展開

(P 1)と関係させて,つぎの問題を定義する.

$$(\mathrm{P\,2})\begin{cases}\max\ \boldsymbol{c}\,\boldsymbol{x}\\ \text{s.t.}\ \boldsymbol{F}\,\boldsymbol{x}=\boldsymbol{f},\ \boldsymbol{x}\geqq\boldsymbol{o}\end{cases}$$

ただし,$\boldsymbol{F}$ は $(m+p)\times n$ 行列,$\boldsymbol{f}$ は $(m+p)$ ベクトルで

$$\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{D}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{f}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{b}\\ \boldsymbol{d}\end{pmatrix}$$

となっているものとする.

さらに,この理論展開で用いる記号をつぎのように定義する.

$J=\{\boldsymbol{d}_j|\boldsymbol{d}_j\fallingdotseq\boldsymbol{o},\ \boldsymbol{d}_j$ は $\boldsymbol{D}$ の j 番目の列とする$\}$

$J(\boldsymbol{x})=\{\boldsymbol{d}_j\in J|x_j\fallingdotseq 0, \boldsymbol{x}=(x_j)\}$

$S_1=\{\boldsymbol{x}|\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}, \boldsymbol{x}$ は $\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{d}, \boldsymbol{x}\geqq\boldsymbol{o}$ の端点$\}$

$S_2=\{\boldsymbol{x}|\boldsymbol{x}$ は $\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{f}, \boldsymbol{x}\geqq\boldsymbol{o}$ の端点$\}$

$S_3=S_2\backslash S_1$

$X_1=Y_1=\{\boldsymbol{x}_{11}, \boldsymbol{x}_{12}, \cdots, x_1 k_1\}$ は(P 2)の最適端点解 $\boldsymbol{x}_{1r}$, $r=1,2,\cdots,k_1$ の集合とする.

定理 1. $S_1\subseteqq S_2$

つまりすべての(P 1)の解は(P 2)の端点となっている.

定理 2. $\boldsymbol{x}^*\in X_1$ であれば,(P 1)の最適解 $\boldsymbol{x}$ は S_1

の要素であり，それは超平面 $\boldsymbol{cx}=\boldsymbol{cx}^*=v_1$ からの直交距り最小の点となっている．

したがって，(P 1) の問題を (P 2) の端点を求める問題に帰着できる．これはつまり S_1 の中に含まれ，しかもまたそれは (P2) の最適目的関数値 v_1 を考えると，超平面 $\boldsymbol{cx}=v_1$ からの最小距離にある．

定義．(P 2) の第 2 の最適端点を，すべての $\boldsymbol{s}^*\in(S_2\backslash X_1)$ に対して $\boldsymbol{cs}^*\geqq\boldsymbol{cs}$ となるような $\boldsymbol{s}^*\in(S_2\backslash X_1)$ で表わす．

この定義にしたがい，帰納的に X_k が (P 2) の k 番目の最適端点解の集合であるとすると，(P 2) に対する $(k+1)$ 番目の最適端点解は，すべての $\boldsymbol{s}\in(S_2\backslash\bigcup_{i=1}^{k}X_i)$ に対し $\boldsymbol{cs}^*\geqq\boldsymbol{cs}$ となるような $\boldsymbol{s}^*\in(S_2\backslash\bigcup_{i=1}^{k}X_i)$ となる．

系 1. LP 問題が第 2 の最適端点解をもつとすれば，ある適当な最適端点解に対する隣接端点となる．

系 2. LP 問題が k 番目の最適端点解をもつとすれば，それは 1 番目から $(k-1)$ 番目の最適端点解までの集合の隣接端点となる．

系 3. $\boldsymbol{x}^*\in X_1$ が (P^2) の最適解であるならば，そのときの第 2 番目の最適解は，$\boldsymbol{cx}=\boldsymbol{cx}^*$ から最短距離にある $S_2\backslash X_1$ の要素である．

ここで，さらにつぎの問題を定義する．

$$(\mathrm{P\,3})\begin{cases}\max \boldsymbol{cx}\\ \text{s.t. } \boldsymbol{Fx}=\boldsymbol{f}\\ \qquad \boldsymbol{cx}\leqq v_2,\ \boldsymbol{x}\geqq\boldsymbol{o}\end{cases}$$

ただし，v_2 は第 2 番目の最適端点解に対応する目的関数値で，$v_2=\boldsymbol{cx}_{21}$ とする．

Y_2 を (P3) の最適端点解とすると，$X_2\subsetneqq Y_2$ となる．(P2) の第 3 番目の最適端点解の集合 $X_3=\{\boldsymbol{x}_{31},\cdots,\boldsymbol{x}_{3}k_3\}$ は，(P 3) の第 2 の最適端点解の集合である．

$$(\mathrm{P\,4})\begin{cases}\max \boldsymbol{cx}\\ \text{s.t. } \boldsymbol{Fx}=\boldsymbol{f},\ \boldsymbol{cx}\leqq v_3,\ \boldsymbol{x}\geqq\boldsymbol{o}\end{cases}$$

定理 3. $\hat{\boldsymbol{x}}$ が(P1)の最適解であり，しかも $X_1\cap S_1=\phi$ であるとき，$\hat{\boldsymbol{x}}$ は S_3 のある要素の隣りにあり，S_3 の要素のすべての隣接点に対しては，$\bar{\boldsymbol{x}}$ は超平面 $\boldsymbol{cx}=v_1$ から最短距離にある．

2.　アルゴリズムについて

ステップ 1. (P 2)に単体法を適用し，解がなければそれで終了．(P 2) が有界でないとき，ステップ 6 へ．(P 2) が有界な解を持てばステップ 2 へ．

ステップ 2. $i=1$ として X_i を求めてステップ 3 へ．

ステップ 3. $\boldsymbol{x}\in X_i$ に対する $J(\boldsymbol{x})$ の要素の一次独立性を調べることにより，$X_i\cap S_1\fallingdotseq\phi$ であるかどうかを決定する．$X_i\cap S_1\fallingdotseq\phi$ であれば，$X_i\cap S_1$ の要素は (P 1) に対して最適であり，手順は終了．そうでないときには，$v_i=\boldsymbol{cx}_{i1}$ としてステップ 4 へ．

ステップ 4. Y_i を求めステップ 5 へ．((P 2) が有界な解を持てば $Y_1=X_1$)

ステップ 5. 単体法を用いて，$(\mathrm{P}(i+1))$ に対するすべての第 2 の最適端点解 X_{i+1} を求める．$X_{i+1}=\phi$ ならば，(P 1) は解を持たず手順は終了．$X_{i+1}\fallingdotseq\phi$ ならばステップ 3 へ．

3.　まとめ

(P 1) の最適解は (P 2) のある端点により与えられる．そこで，単体法を用いて (P 2) を解き，(P 2) についての解がないならば，そのときには (P 1) に対しても解はないので，そこで終了する．つぎに (P 2) が解を持つならば．そのときには (P 1) との関連性が明らかにされればよいわけだが，(P 2) が有界なケースにつき考えると定理 2 が与えられる．つまり，(P 1) の解は (P 2) の端点であることから，最適端点解，第 2，第 3 番の最適解を $v_1, v_2, \cdots$ などの上界を適当に決定しながら最終的に (P 1) の最適解を求めようとするものである．　（成久洋之）

Ravindran, **A.**, "Optimal Inventory Policies in Contagious Demand Models," *Naval Research Logistics Quarterly*, **19**, 1 (1972), 191-203.

〔在庫／確率論／理論的〕

新製品や流行のある製品の在庫管理に，伝播分布の概念を適用したものである．すなわち，任意の時点の需要は，それ以前の需要に依存した需要率を持った非定常ポワソン過程と仮定する．

まず，季節的商品の場合は，そのシーズン中 (T 期間) は一定の伝播率を持つとし，その間の任意の時点 t において，$(0,t)$ 間の需要が r であるときの t 時点の需要率は，$\lambda(t)=\lambda+\alpha r\,(r=0,1,\cdots\cdots)$ と仮定する．そして最初 1 回だけ発注する，いわゆる 1 期間の在庫モデルを考える．この場合の $(0,t)$ 間に n 個の需要がある確率 $P_n(t)$ は，

$$(1)\quad P_n(t)=[\lambda(\lambda+\alpha)\cdots\cdots(\lambda+\alpha(n-1))/\alpha^n n!]\times\exp(-\lambda t)[1-\exp(-\alpha t)]^n \qquad n=0,1,2,\cdots\cdots$$

で計算される．

つぎに，新製品の場合には，複数期間モデルを考えるが，ただしその期間内は一定の伝播率 (α_i) を

持つとし，その伝播率は減少するモデルを考える．この場合，各期の終わりに需要分布のパラメータの新しい推定値を必要とし，したがって複数期間の問題は，相つづいた一期間の問題として扱われる．$i-1$ 期間の需要が N_i であるとき，i 期間のはじめより t 時間後の需要率は，$(0, t)$ 間の需要が r であるとき，$\lambda(t)=\lambda+\alpha_i N_i+\alpha_i r$ と仮定する．これより N_i が与えられたときの i 期の需要分布は，(1)式の λ を $\lambda+N_i\alpha_i$，α を α_i で置きかえたものになる．

以上のような需要分布を持つ，一期間（期間の長さは T とする）在庫モデルを考える．購入単価は c 発注固定費 K，在庫単価 h，1個当りの利益 r とすると，期間利得 $\pi(y,T)$ は，

$$\pi(y,T)=rm(T)-r\min(x,0)+cx-K\delta(y-x)-G(y,T)$$

ここで，$m(T)$ は $P_n(t)$ の期待値，x は初期在庫量，y は期首在庫量，$G(y,T)$ は T 期間中の在庫および品切れ費用とその他の補正項を加えたものである．

この $\pi(y,T)$ を最大にする y を求めればよいわけで，それは，

(1) $G(y, T)$ が $y\in\{0,1,2,\cdots\}$ に関して狭義凸関数である，

(2) $a(T)=\Delta G(0,T)$ とおくと，ある $T_0>0$ が存在して，$a(T_0)=0$，$T<T_0$ では $a(T)>0$，$T>T_0$ では $a(T)<0$ となる，

ことより，最適発注量 $y^*(T)$ は

$$y^*(T)=\begin{cases} y_0(T) & G(x,T)>K+G(y_0(T),T) \\ & \text{のとき} \\ x & \text{それ以外} \end{cases}$$

で与えられる．ここで $y_0(T)$ は $0\leqq T<T_0$ に対しては $0, T\geqq T_0$ に対しては，$G(y,T)$ を最小にする y の値である．　（反町迪子）

Serfozo, R. F., "Conditional Poisson Processes," *Journal of Applied Probability*, **9** (1972), 288–302.
〔条件付ポワソン過程／理論的〕

確率空間 (Ω, F, P) の上の非減少，右連続，実数値確率過程 $\{\Lambda_t: t\geqq 0\}$，$\Lambda_0=0$ (a. s.) を考え，$\mathscr{G}=\sigma(\Lambda_u: u\geqq 0)$ とする．このとき，同じ確率空間上の非負整数値確率過程 $\{X_t: t\geqq 0\}$ が平均値過程 $\{\Lambda_t\}$ を持った条件付ポワソン過程であるとは，$\{X_t\}$ が σ field $\mathscr{G}$ が与えられたとき，平均値 $\{\Lambda_t\}$ を持った非斉次ポワソン過程であることをいう．すなわち，$X_0=0$ a. s. で任意の $s_1<t_1<\cdots<s_n<t_n$，$x_1, x_2, \cdots, x_n$ に対して

$$P[X_{t_1}-X_{s_1}\leqq x_1, \cdots, X_{t_n}-X_{s_n}\leqq x_n|\mathscr{G}]=\prod_{k=1}^{n} P[X_{t_k}-X_{s_k}\leqq x_k|\mathscr{G}] \text{ a. s.}$$

かつ，任意の $0\leqq s\leqq t$, $x=0,1,2,\cdots$ に対して

$$P[X_t-X_s=x|\mathscr{G}]=(\Lambda_t-\Lambda_s)^x \exp[-(\Lambda_t-\Lambda_s)]/x! \text{ a. s.}$$

が成り立つことである．

条件付ポワソン過程は，飛躍点の過程によっても特性づけられる．いま $\{N_t\}$ を $\{\Lambda_t\}$ と同じ確率空間の上で定義され，$\{\Lambda_t\}$ と独立な，強度1のポワソン過程とし，$\{S_n\}$ は $\{N_t\}$ の飛躍点で $\{S_n-S_{n-1}: n\geqq 1\}$ は独立でパラメータ1の指数分布に従うとする．$\zeta=\sup_t \Lambda_t$，$\Lambda_t^{-1}=\sup\{u: \Lambda_u\leqq t\}$ とおくと，

$$X_t=n \quad \Lambda^{-1}(S_n)\leqq t<\Lambda^{-1}(S_{n+1}),\ t<\zeta \text{ のとき}$$
$$=N(\zeta) \quad t\geqq\zeta \text{ で } \zeta<\infty \text{ のとき}$$

とあらわされ，$\{X_t\}$ の飛躍点は，$\{\Lambda^{-1}(S_n): n<N(\zeta)\}$ で与えられる．

$\{X_t\}$ の有限時間に対する性質は，$\{\Lambda_t\}$ のそれによる条件付期待値を使って計算される．また，極限状況についても同様であることがいえる．$\{\Lambda_t\}$ が収束する（有界）場合の $\{X_t\}$ の極限状況，$\{X_t\}$ の弱および強大数の法則，L_1, L_2 収束に対するエルゴード定理，期待値および分散の極限，$\{X_t\}$ に対する中心極限定理が得られている．

つぎに，$\Lambda_t=\int_0^t \lambda_u du, \lambda_t=\rho(\zeta_t)$，$\rho$ はボレル関数，$\{\zeta_t\}$ は，$\zeta_t=\xi_n$，($\tau_n\leqq t<\tau_{n+1}$ のとき)，なる純飛躍マルコフ過程，$\{\xi_n, \tau_n: n>0\}$ は，$I\times[0,\infty]$ の値をとるマルコフ過程で，$P[\xi_{n+1}=j, \tau_{n+1}-\tau_n\leqq t|\xi_n=i, \tau_n]=P_{ij}(1-e^{-\beta_i t})$，$\{P_{ij}\}$ はマルコフ行列，$P_{ii}=0$，β_i は正の実数，であるような特別の条件付ポワソン過程 $\{X_t\}$ を考える．これは，次のように特性づけられる．

定理．上のような $\{\zeta_t\}$ と $\Lambda_t=\int_0^t \rho(\zeta_u)du$ に対して，$\{X_t\}$ は同じ確率空間の上で定義された非負整数値過程とする．$\{X_t\}$ が強度過程 $\{\rho(\zeta_t)\}$ をもつ条件付ポワソン過程であるための必要十分条件は，$\{\zeta_t, X_t\}$ が $(\zeta_t, X_t)=(\tilde{\xi}_n, \tilde{X}_n)$，($\tilde{\tau}_n\leqq t<\tilde{\tau}_{n+1}$ のとき) なる2次元純飛躍マルコフ過程であることである．ただし，$\{\tilde{\xi}_n, \tilde{X}_n, \tilde{\tau}_n; n\geqq 0\}$ は

$$P[\tilde{\xi}_{n+1}=j, \tilde{X}_{n+1}-\tilde{X}_n=k, \tilde{\tau}_{n+1}-\tilde{\tau}_n>t|\tilde{\xi}_n=i, \tilde{X}_n, \tilde{\tau}_n]=p_{ij}\beta_i(\rho_i+\beta_i)^{-1}\exp[-(\rho_i+\beta_i)t] \quad k=0 \text{ のとき}$$
$$=\rho_i(\rho_i+\beta_i)^{-1}\exp[-(\rho_i+\beta_i)t] \quad k=0, i=j \text{ のとき}$$

$=0$　　　　　　　　　　その他の場合

なるマルコフ過程である．

この定理より，2次元マルコフ過程 $\{\zeta_t, X_t\}$ によって $\{X_t\}$ に関する計算ができる．

また，$\{\zeta_t\}$ がさらに既約で，再帰的（正の）である場合には，マルコフ連鎖 $\{\tilde{\zeta}_n, \tilde{Y}_n\}$, $\tilde{Y}_n=\tilde{X}_n-\tilde{X}_{n-1}$, は，既約で，再帰的（正の）で，極限分布は，

$\tilde{\pi}(i,0)=c\pi_i$, $\tilde{\pi}(i,1)=c\pi_i\rho_i\beta_i^{-1}$ で与えられる．

ここで，$\lim_{t\to\infty} P[\zeta_t=i]=\pi_i\beta_i^{-1}/(\sum_j \pi_j\beta_j^{-1})$

$$c=[\sum_k \beta_k^{-1}(\rho_k+\beta_k)\pi_k]^{-1}$$

この $\{X_t\}$ の極限に対する結果は，先に求めた一般的結果の特別な場合として得られる．（反町迪子）

お　知　ら　せ

大阪大学基礎工学部数理教室では，応用数学講座の助教授（または講師）候補者の公募を下記の要領で行ないますので，ご希望の方はご連絡ください．

職　　名：大阪大学助教授（または講師）（基礎工学部）

公募人員：1名

専門分野：計画数学（ORを含む），応用数学一般

条　　件：理博または工博の学位を取得している（審査手続中を含む）こと

提出書類：履歴書，著作論文一覧と別刷，推薦書

提 出 先：560　豊中市待兼山1

　　　　　大阪大学基礎工学部　坂口　実

期　　限：昭和48年10月31日