文献抄録

Hooke, J. A., "Some Heavy-Traffic Limit Theorems for a Priority Queue with General Arrivals," *JORSA*, **20**, 2(1972), 381-388.

〔待ち行列／再生理論／極限定理〕

低い優先権（クラス0）と高い優先権（クラス1）をもつ2種類の客が一つの窓口に到着する．定常状態が存在しない二つの場合について，すなわち時刻 t における低い優先権をもつ客の待ち時間と，システム内にいるすべての客の残り総サービス時間について，極限定理が与えられている．

クラス i の到着時間間隔 $u_{ni}=t_{ni}-t_{(n-1)i}$ とサービス時間 v_{ni} は，それぞれ分布関数 $A_i(\cdot)$ と $B_i(\cdot)$ で決定される独立な四つの再生過程を形成すると仮定する．また $A_i(\cdot)$ と $B_i(\cdot)$ の平均と分散は，それぞれ a_i, b_i と $\sigma_{a_i}{}^2, \sigma_{b_i}{}^2$ とし，$\rho_i=b_i/a_i\ (i=0,1)$, $\rho=\rho_0+\rho_1$ とする．優先規則は preemptive-resume と head-of-the-line を採用する．時刻 t におけるクラス0の客に対する真の待ち時間を $W_0(t)$，システム内のすべての客の残り総サービス時間を $W(t)$ とする．$X(t)$ を $(0,t]$ 内に到着したすべての客のサービス時間の和とし，$Y(t)=X(t)-t$ とする．また $I(t)$ を $(0,t]$ 内で客がまったくいない期間とすると

（1） $W(t)=Y(t)+I(t)$,

また

（2） $I(t)=\int_0^t L[W(\tau)]d\tau$,

ここで

$$L(x)=\begin{cases}1, & (x\leqq 0)\\ 0, & (\text{その他})\end{cases}$$

となる．次に

（3） $U_{ni}=u_{1i}+u_{2i}+\cdots+u_{ni}$ $\qquad (i=0,1)$

（4） $N_i(t)=\max\{n: U_{ni}\leqq t\}$ $\qquad (i=0,1)$

とする．ここで $N_i(t)$ は $(0,t]$ 内でクラス i の客が到着した数である．その総サービス時間は次式で与えられる．

（5） $X_i(t)=v_{1i}+v_{2i}+\cdots+v_{N_i(t)i}$ $\qquad (i=0,1)$

そうすると次の諸定理が成り立つ．

定理1. もし $\rho>1$ なら

$$\lim_{t\to\infty} I(t)=I<\infty \quad (\text{wp.}1)$$

定理2. もし $\rho>1$ なら

$$\lim_{t\to\infty} P\{[W(t)-(\rho-1)t]/\alpha\sqrt{t}\leqq x\}=N(x)$$

ここで $\alpha^2=\alpha_0{}^2+\alpha_1{}^2$

$$\alpha_i{}^2=(\rho_i{}^2\sigma_{a_i}{}^2+\sigma_{b_i}{}^2)/a_i \qquad (i=0,1)$$

$$N(x)=\int_{-\infty}^{x}(1/\sqrt{2\pi})e^{-(1/2)y^2}dy.$$

定理1と2は，実際は多種類の客が到着する single-server queue に対する極限定理であることも示している．

また時刻 t に到着したクラス0の客は，少なくとも $W(t)$ だけ，すなわち時刻 t にシステム内にすでにいたすべての客の残り総サービス時間だけ待つと考えられる．またその客は窓口にはいったのち，t 以後にクラス1の客が到着したならば，さらに待たねばならない．クラス1の客から構成される busy period はあとから来るクラス1の到着にのみ影響されるので，到着時間間隔とサービス時間の分布がそれぞれ $A_1(\cdot)$ と $B_1(\cdot)$ の $GI/G/1$ に対する busy period のようになる．そこでこのような待ち行列の待ち時間を $W_1(\tau)$ とし，また

$$T[x,y]=\inf\{\tau: W_1(\tau)=0 \mid W_1(0)=x \text{ かつ } y \text{ は最初の到着時点}\}$$

とする．t 以後はじめてクラス1の客が到着するまでの時間は

$$R(t)=U_{(N_1(t)+1)1}-t$$

として与えられる．以上より

定理3. $W_0(t)=T[W(t),R(t)]$ そして

$$P\{T[W(t),R(t)]\leqq Z \mid W(t)=x, R(t)=y\}=P\{T[x,y]\leqq Z\}$$

である．

そしてさらに確率変数 $T[U(t),Z(t)]$ に関するいくつかの結果を求め，それと定理2,3より $W_0(t)$ に関する極限定理を導いている．

（矢代清高）

Jones, J. Morgan, "A Stochastic Model for Adaptive Behavior in a Dynamic Situation," *Management Science*, **17**, 7(1971), 484-497.

〔マーケティング／確率過程／理論的〕

消費者のブランド選択行動は，過去の決定に伴う経験のフィードバックとか，消費者を取り巻く環境からの作用などの要因によって特徴づけられるであろう．これまで，前者を扱ったものとしては，Kuehn により始められ Massy によって拡張された Linear Learning Model があり，後者には，Montgomery による Probability Diffusion Model がある．

本論文では，これら両者の統合化を試みたモデルとその特性が示されており，そこでは，Montgomery におけるのと基本的には同一のアプローチがとられている．すなわち，Coleman によって示された仮説的構成概念とブランド選択確率の変化のメカニズムとして出生死滅過程にその基礎を求めているのであるが，次のような点で異なっている．つまり，上記した前者の要因をモデルに組み込むために，Montgomery が定数とした推移性向 α, β を時間；t に関するステップ関数とすることによってその変化のメカニズムを

(状態) $i \to i+1$　　$\lambda_i(t)=(N-i)[\alpha(t)+\gamma i]$

(〃) $i \to i-1$　　$\mu_i(t)=i[\beta(t)+(N-i)\gamma]$

なる状態の推移確率を持つ非定常出生死滅過程とし，さらに，Montgomery と同様の条件を加えることにより，非定常確率拡散過程としてモデル化を進めている．そのときの解析を行なうについては，ある時点での消費者集団におけるブランド選択確率の期待値（すなわち，平均値関数；$m(t)$）についての下記する関係

$$m(t+h)-m(t)=E[E[P(t+h)-P(t)|P(t)]]$$

が用いられており，その結果，

$$m(t)=m(t_k)\exp[-\{\alpha(t)+\beta(t)\}(t-t_k)] + \frac{\alpha(t)}{\alpha(t)+\beta(t)}\Big[1-\exp[-\{\alpha(t)+\beta(t)\}(t-t_k)]\Big]$$

ただし，$t_k \leq t < t_{k+1}, \alpha(t), \beta(t); [t_k, t_{k+1}]$ で定数というように，Montgomery のと非常に似かよった結論が導き出されている．

本モデルにおけるパラメータの推定は，消費者パネルデータを用いた最小カイ二乗法によることが示唆されており，そのため，“すべての消費者について，ブランドの選択確率が購買時間間隔に関して独立であるならば，任意の時点におけるマーケット・シェアの期待値は，その時点における平均値関数の値に等しい”という定理が示されている．

現実のデータにつき合わせた結果，ここで示されたモデルは，Massy や Montgomery のモデルほどの適合度を示さなかったが，十分に受け入れることのできるものであり，また，本モデルによれば，前記の二つの要因がブランド選択確率に及ぼす影響を明確にしうるということが報告されている．

ここで示されたモデルは，reduced form の記述モデルとして興味あるものに思われるが，そこには，Montgomery におけるのと同様の問題点が含まれているように考えられる．（野宮　賢）

Yamamoto, S., T. Teramoto and K. Futagami, “Design of a Balanced Multiple-Valued Filing Scheme of Order Two Based on Cyclically Generated Spread in Finite Projective Geometry,” *Information and Control*, **21**, 1 (1972), 72–91.

〔計算機／有限幾何／理論的〕

検索の対象となる record は，固有番号 α(*accession number*) と属性 $A_i(i=0,1,\cdots\cdots,m-1)$ の値 a_{ij} のベクトル $a(\alpha)=(a_{0\alpha 0},\cdots\cdots,\alpha_{m-1\alpha m-1})$ により特徴づけられ，各 record の固有番号が bucket と呼ばれる記憶領域に収納される．filing system は三つの部分，(i) ファイル，(ii) storage rule，(iii) 検索ルールより成り，検索時間が短く，重複収納数が小さい bucket の設計が目的となる．2項目多水準検索の研究としては Ghosh and Abraham (1968) がある．この論文は，有限射影幾何 $PG(t,s)$ の cyclically generated spread を利用した BMFS (Balanced Multiple-valued Filing Scheme) を扱ったものである．

“$PG(t,s)$ において $t+1$ が約数 $d+1$ をもつとき，d-flat からなる cyclically generated spread が存在する”定理に基づき，属性 A_i $(i=0,1,\cdots\cdots,m-1)$ に spread の d-flat $Vd(i)$, d-flat 上の点 x^{i+jm} に属性 A_i の値 a_{ij} のように，$PG(t,s)$ の点と属性値の対応をつけると，各 record は spread の異なる d-flat 上にある m 個の点の集合に対応する．$PG(t,s)$ の spread に含まれないすべての直線を bucket の標識とすると，すべての bucket は直線の巡回的性質により容易に求まる．

bucket の標識を $\{(i_0,j_0),(i_1,j_1),\cdots\cdots,(i_s,j_s)\}$，各 record の特性値ベクトルを $\{(i_0,j_0^*),(i_1,j_1^*),\cdots\cdots,(i_s,j_s^*)\}$ とすると，record の storing rule は

(i) bucket と record を比較し，0-1 要素のリスト $(\varepsilon_0,\varepsilon_1,\cdots\cdots,\varepsilon_s)$ をつくる．

ただし，

$$\varepsilon_\beta=\begin{cases}1 & j_\beta=j_\beta^* \\ 0 & \text{その他の場合}\end{cases} \qquad (\beta=0,1,\cdots\cdots,s)$$

(ii) $\sum_{\beta=0}^{s}\varepsilon_\beta=0$ ならば，その bucket にrecord の固有番号は store されない．

(iii) $\sum_{\beta=0}^{s}\varepsilon_\beta\geq 2$ ならば，record の固有番号をその bucket の 0-1 リストを標識とする sub-bucket へ store する．

(iv) $\sum_{\beta=0}^{s}\varepsilon_\beta=1$ で$l_r=i_r+j_rm$ と l_r+1 がともに bucket に含まれるならば，record の固有番号を 0-1 リストの sub-bucket に store する．

(v) この手順をすべての bucket について行なう．

検索ルールは

(i) $(i,j),(i',j')$の2項目検索要求に対しては，2点 $i+jm$ と $i'+j'm$ を共にもつ bucket を探す．1項目 (i,j) の場合，$l=i+jm$ と $l'=l+1$ を共にもつ bucket を探す．

(ii) $(\varepsilon_0,\varepsilon_1,\cdots\cdots,\varepsilon_s)$ の標識より 2^{s-2} 個（1項目検索の場合は 2^{s-1} 個）の sub-bucket に store された固有番号が検索される．

最後に，2項目検索用の転置ファイルと bucket 数，平均重複収納数の比較が項目数，水準数別になされ，この論文のファイル方式の高効率性が示されている．

本論文は，12月月例講演会の主題（山本純恭氏，“組合わせ数学を用いたファイル方式”）であり，邦文による紹介が，山本純恭，“情報検索——有限幾何を用いたファイル方式”，オペレーションズリサーチ（日科技連），昭和47年12月号に掲載されている．

（村越稔弘）

書評

Orchard-Hays, W., Advanced Linear-Programming Computing Techniques, McGraw-Hill, New York, 1968, 355p.

この10年間，コンピュータの発展とともに大きな進歩を遂げたOR の分野として線形計画法があげられる．極端ないい方をすれば，コンピュータ化に成功しているただ一つの分野といえるかもしれない．それほど線形計画法のコンピュータによる実用化は目ざましく，手法の改良も著しいのであるが，かんじんの参考書のほうは，旧態依然たる改訂シンプレックス法程度のことしかふれていず，コンピューター・メーカーが提供するLP 用プログラムを使ったり理解するには，ほとんど役に立たない状況である．本書はこのようなギャップを埋めるために書かれ，コンピュータ使用を前提とした各種の進んだ技法を詳しく説明している．

一般に，大型のコンピュータ用にメーカーが提供するLP 用プログラムは，単に LP だけでなく，感度分析，separable programming，その他を含むので数理計画システム（mathematical programming system）という名前でよばれている．ふつうには略して MPS といい，おもな特徴としては

1) 計算誤差の処理
2) 有界変数の処理
3) 範囲つき制約式の処理
4) 三角化法による逆行列の作成
5) 初期基底を求めるためのクラッシング技法
6) 積形式による逆行列の保存
7) 多重プライシングによるピボット選択
8) 各種レンジングとパラメトリック計算

などの技法を用いている．本書はこれらの各項目を前半で説明し，後半では LP 関係の新しい拡張領域

1) Decomposition techniques
2) Generalized upper bounding
3) Parametric decomposition algorithm

などにふれている．とくに，parametric decomposition は本書が初めての文献である．最後に，本書は代表的なコンピュータ用ソフトウェア MPS の説明にもふれ，コンピュータへの橋渡しを行なっている．

石油精製業界などで実用化されている大規模な LP モデルは，コンピュータなしでは計算できないが，効率よく信頼性の高い結果を得るには，本書程度の知識を知っていればまず心配はないと思われる．従来，OR の分野ではコンピュータとの関連を軽視している傾向があったが，本書はこのような風潮を打破するためのきっかけを与えており，非常に喜ばしいものである．著者は Dantzig などとともに