Step 2：点 y° から(P)の改良可能方向 z° を決定する．もしそのような改良可能方向がなければ stop する．

Step 3：方向 z° への step の大きさ θ° を決定するために，次を解く

（4）　$\displaystyle \max_{\theta \geq 0} \sum_{i=1}^{k} v_i(y_i^\circ + \theta z_i^\circ)$　subj. to

$$\sum_{i=1}^{k} (y_i^\circ + \theta z_i^\circ) \geq b$$

もし(4)を unbounded opt. value 持てば，(P)もそうであり，terminate する．$y' = y^\circ + \theta^\circ \cdot z^\circ$ とし，各 subproblem $(P_{y'}{}^{i})$ を解く．step 2 にもどり，y° を y' でおきかえる．

方向発見問題：$v_i(y_i)$ の点 y_i° から z 方向への方向微係数を $v_i'(y_i^\circ, z_i)$ とすれば，改良可能方向発見問題は次を解くことになる．

（5）　$\displaystyle \max_{z} \sum_{i=1}^{k} v_i'(y_i^\circ, z_i)$　subj. to

$$\sum_{i=1}^{k} v_i' \geq 0 \quad \text{for } j \text{ such that}$$

$$\sum_{i=1}^{k} y^\circ_{ij} = b_j \quad -1 \leq z_{ij} \leq 1 \quad \text{for all } i \text{ and } j$$

(5)を解くためには，$v_i'(y_i^\circ, z_i)$ を explicit に表現することが必要である．そのために凹関数の subgradient の理論をつかう．

Subgradient：v_i が有限であるような点 $\bar{y}_i$ における v_i の subgradient とは，すべての y_i に対して $v_i(y_i) \leq v_i(\bar{y}_i) + P_i{}^t \cdot (y_i - \bar{y}_i)$ が成り立つような m-ベクトル P_i のことである．すなわち，点 $\bar{y}_i$ における linear support の outer normal のことである．

Theorem：$\bar{x}_i$ を $(P_{\bar{y}}{}^{i})$ の最適解とする．このとき，$\bar{\lambda}_i$ が $(P_{\bar{y}}{}^{i})$ の制約 $g_i(x_i) \geq \bar{y}_i$ に対応する最適乗数ベクトルであるならば，またこのときに限り，$-\bar{\lambda}_i$ は $\bar{y}_i$ における v_i のsubgradient である．すなわち

$$v_i(y_i) \leq v_i(\bar{y}_i) - \bar{\lambda}_j{}^t \cdot (y_i - \bar{y}_i) \quad \text{for all } y_i$$

が成立するならば，またそのときに限り，一組の$(\bar{x}_i, \bar{\lambda}_i)$ が Kuhn-Tucker 条件

（i）　$\bar{x}_i$ は X_i 内で $f_i(x_i) + \lambda_i{}^t \cdot [g_i(x_i) - \bar{y}_i]$ を最大化する．

（ii）　$\bar{\lambda}_j{}^t \cdot [g_i(\bar{x}_i) - \bar{y}_i] = 0$

（iii）　$\bar{\lambda}_i \geq 0$

この論文では，もうひとつの方法 Piecewise Approach が述べられているが，ここでは省略する．

（高森　寛）

書　評

統計数値表編集委員会編，統計数値表，750 頁，22,000 円，1972 年，日本規格協会．

これは全750ページにおよび，世界中で現在出版されているもののなかでも最も大きい数表の一つであるといってよいであろう．

このような数表はいろいろと眺めているだけでも楽しいが，なかでも特色と思われるところを2，3とり上げて論じたい．

まず，全体として計算機の存在を念頭においてつくられた数表であることが，一つの特色であろう．すなわち，むやみに細かい表はのせずに，基本的な表はごく簡単なものにとどめ，その代わり，解説のほうで計算機で計算する場合の算式，および若干のプログラムをのせている．たとえば正規分布の表などは，ふつうの小さい数表，あるいは統計学の教科書の付表と同程度のものにしてあり，その代わりに確率分布の算式，パーセント点の算式について，多くの式があげられている．またそれぞれの式について，誤差の大きさをグラフ表示している．手で計算をする場合には，むやみにくわしい数表は不要だし，計算機を用いる場合には，数表を直接インプットするのはばかげているから，これは賢明な方法である．とくに近似式の誤差をいろいろな場合についてのべてあるのは非常に有益である．

カイ二乗分布，t 分布，F 分布，2項分布，超幾何分布などについても，それぞれの数表のほかに，いろいろな形での近似式，とくに正規分布に帰着される近似式が解説でのべられており，そのなかには F 分布に関する Paulson の近似，2項分布の Pratt の近似など，計算が比較的簡単な割に精度の高いもの，しかもこれまであまり広くは知られていなかったものがふくまれており，これらはもっと実際に利

用されるべきであろう．ただし，いささか欲をいえば，これらの近似式，あるいは漸近式が，近似の精度という観点からのみ論ぜられている点はいささか問題であるように思われる．というのは，ある種の変化，たとえば2項分布の logit 変換

$$\log\frac{X}{n-X} \text{ あるいは } \log\frac{X+1/2}{n-X+1/2}$$

などは，それ自体として，理論的に重要な意味を持つ変換であるから，その分布にもう少し立ち入って論じたほうがよいのではなかろうか．

またこの表の中には，他のこれまでの表にくらべてかなりくわしいものがいくつかある．その一つは，正規分布における順位統計量の期待値，および2次のモーメントである．これは今後いろいろな目的におおいに利用される可能性のあるものであるから，この点はおおいに評価したい．とくに正規分布でない分布からのデータ，あるいは順位のみしか観測されないようなデータにおいて，順位を正規分布の順位統計量の期待値（いわゆる rankit）でおきかえて，いろいろな形の解析を行なうことは，広く推奨したい．ただその目的のためには rankit の2乗和を計算して表にしておかれたら（もちろんその計算そのものは容易ではあるが）手で行なう分析には便利であったと思う．

これに対してもう一つくわしいものとして，二次元正規分布の確率の表がある．これはなるほどいろいろ確率を計算する場合に必要になる表ではあるが，計算機を利用するとすれば，このような膨大な表をインプットすることはできないし，またあとで行なうには，問題がそもそも複雑すぎる場合が多いから，この表の利用価値については，卒直にいっていささか疑問を感ぜざるをえない．

またくわしくないほうの例としては，標本相関係数の $\rho\fallingdotseq 0$ の場合の分布がある．区間推定のためのノモグラフが与えられているにすぎないが，少なくとも理論上の目的のためには，もう少しくわしい表がほしい．

ノンパラメトリック検定のための種々の表，あるいはワイブル分布に関する推測のための表などは，まとまった形でここに与えられていることは，非常に便利であろう．ただノンパラメトリック検定などが，いまだにともすれば単なる簡便法と理解されがちであることを考えると，いろいろな検定法のいろいろな条件の下での相対効率などを表化して，どのような状況の下で，どのような方法を適用すべきかが明らかになるようにすることが望ましいのではなかろうか．またこのような分布型によらない推定のほかに，分布型（たとえば正規性）の推定のためにいくつかの表をふくめるべきではないかと思う．

また推定については，いささか最尤法に偏しているような気がしないでもない．ワイブル分布などでは(変数変換を行なって二重指数分布に変形した後)順序統計量の一次結合を用いて二つの母数を推定するのがよい方法と思われるので，それについての係数の表などがほしかった．

以上ランダムにいくつか勝手な注文をあげたが，とにかく，これは統計の実際家にとっても，理論家にとっても不可欠の表である．またこの表を使う前に，解説の部分はぜひ通読すべきである．そうして利用者が，データ解析の目的に即して，いろいろな利用のしかたを自から考えるならば，非常に有益であろう．（竹内　啓）