# 文献抄録

**Downton, F.**, "Bivariate Exponential Distributions in Reliability Theory," *Journal of Royal Statistical Society* (B), **32**, 3 (1970), 408-417.
〔信頼性／確率／応用的〕

信頼性問題において，理論およびシミュレーションの研究のために2変量（実際には多変量）の指数分布が必要になることがある．これに関しては，3種類の互いに独立な，ポアソン分布に従って発生する衝撃が，二つの部品からなるシステムの故障を起こすと仮定して2変量指数分布を導いた Marshall and Olkin (1967) によるもののほか数篇の結果があるだけである．変量間の何らかの相関が，システム全体の信頼性におよぼす影響に関心を払うべきケースがかなりあると思う．この論文では1変量の指数分布のもつ性質(マルコフ性)を拡張して2変量の指数分布を導いている．つまり，1変量の場合において故障を起こす迄の衝撃の回数を$N$，衝撃間隔$T_i$の分布関数を$F(t)$，そのラプラス変換を$E(e^{-sT_i})=\phi(t)$とおけば

$$E(e^{-s\sum_1^N T_i})=E_N[\{\phi(s)\}^N]=\Pi\{\phi(s)\}\cdots\cdots(*)$$

となるが，もし部品の寿命がパラメータ$\mu$の指数分布に従うと仮定すれば(＊)式は$\mu/(\mu+s)$に等しくなければならない．たとえば，$N$の分布が$(1-p)p^{n-1}$，$(n=1, 2, \cdots\cdots)$，衝撃がパラメータ$\lambda$のポアソン分布に従って発生するならば，$\Pi\{\phi(s)\}=(1-p)\lambda/\{(1-p)\lambda+s\}$ となる．これを2変量に拡張して，$\Pi(z_1, z_2)=\sum_m\sum_n P\{M=m, N=n\}\cdot z_1{}^m\cdot z_2{}^n$, $(\Pi(z_1, 1)=(1-p_1)z_1/(1-p_1z_1)$, $\Pi(1, z_2)=(1-p_2)z_2/(1-p_2z_2))$ を考えるとき，各部品に対する衝撃が互いに独立でそれぞれパラメータ$\lambda_1, \lambda_2$のポアソン分布に従って生ずるとすれば，

$$E(e^{-s_1T_{1i}-s_2T_{2j}})=\Pi\left\{\frac{\lambda_1}{\lambda_1+s_1},\ \frac{\lambda_2}{\lambda_2+s_2}\right\}\equiv\phi(s_1, s_2)$$

となる．適当な2変量幾何分布を考えれば，その確率母関数が$\Pi(z_1, z_2)=z_1z_2/(1+\alpha+\beta+\gamma-\alpha z_1-\beta z_2-\gamma z_1z_2)$，$\alpha, \beta, \gamma$は非負定数，で与えられることに言及し，その特殊の場合 ($\mu_1=\lambda_1/(1+\alpha+\gamma)$, $\mu_2=\lambda_2/(1+\beta+\gamma)$, $\rho=(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha+\gamma+\gamma^2)/(1+\alpha+\gamma)(1+\beta+\gamma)$ として

$$\phi(s_1, s_2)=\mu_1\mu_2/\{(\mu_1+s_1)(\mu_2+s_2)-\rho s_1s_2\}$$

およびその逆変換として，部品の寿命の同時確率密度関数を導いてその性質を調べている．Marshall and Olkin の提案したものとの差異は，相関のある変量の和が，指数分布の重みつき差として表わされる分布をもつことにある．たとえば前述の$\phi(s_1, s_2)$において$s_1=s_2=s$とおいて逆変換をとれば，

$$\mathcal{L}^{-1}\phi(s, s)=f(t)=\theta_1\theta_2[\exp\{-\theta_1t/(1-\rho)\}-\exp\{-\theta_2t/(1-\rho)\}]/(1-\rho)(\theta_2-\theta)_1,$$

$$\theta_i=-\frac{1}{2}(\mu_1+\mu_2)-(-1)^i\left\{\frac{1}{4}(\mu_1-\mu_2)^2+\rho\mu_1\mu_2\right\}^{1/2},$$

$i=1,\ 2$

となる．二つの部品からなるシステム（並列および直列）の寿命の平均，分散について数値例で Marshall and Olkin の結果と比較しながら相関の影響を調べている．　（藤沢武久）

**Opfermann, V. K.**, "Die Optimierung der Systemzuverlässigkeit durch Komponenten-redundanz mit Hilfe desid screten Maximum-Prinzips," *Unternehmensforschung*, **15**, 1 (1971), 15-29.
〔信頼性／最適化／理論的〕

$i=1, \cdots, m$の$m$段階からなる直列システムで各段階の冗長要素の最適個数$n_i{}^*(i=1, \cdots, m)$を求めるという問題を二つの場合について離散型最大原理を用いて解いている．一つは故障要素の修理や取替えをおこなわず，冗長要素を並列冗長として用いる場合（Aモデル）であり，もう一つは故障率$\lambda$で故障した要素を修理率$\mu$の修理窓口に送り，代わりに待機中の要素を稼働させ，そしてほかの要素は修理待ち，あるいは使用待ちとして待機させるという場合（Bモデル）である．

Aモデルの場合，段階$i$の要素1個の故障確率を$q_i$，コストを$a_i$，重複数を$n_i(i=1, \cdots, m)$とおいて，システムの総コスト

$$K=c\{1-\prod_{i=1}^m(1-q_i{}^{n_i})\}+\sum_{i=1}^m a_i n_i$$

を最小にするという形に定式化され，離散型最大原

理による解法が示されている．

Bモデルの場合にはまず要素の故障／修理が各段階ごとに独立におこなわれるとして $M/M/1(n_i)$ 型待ち行列の平衡状態確率の公式から段階 $i$ の $n_i$ 個の要素がすべて故障状態となる確率 $p_i(n_i)$ を求めている．これは段階 $i$ の故障確率である．段階 $i$ の故障はとりも直さずシステム故障であるが，このとき，ほかの段階 $j\neq i$ は休止となり，状態の変化はおこらないと仮定する．ここで段階 $i$ の故障によるシステム故障の確率を $q_i$ とおくと，段階 $i$ と $j\neq i$ の同時故障の確率は無視できて平衡状態におけるシステム故障の確率 $Q$ は $Q=\sum_{i=1}^{m} q_i$ と $p_i(n_i)=q_i/(1+q_i-Q)$ から $p_i(n_i)(i=1,\cdots,m)$ を使って表現できる．目的式はAモデルの場合と同様であるが，$\sum_{i=1}^{m} a_i n_i$ はシステムの単位時間当たり保全費用，$c$ はシステム故障の単位時間当たりコストである．目的式は必要ならもっと別の形であってもよいが，要するにこれらの問題は離散型最大原理によって簡単に解けることを例示し，アルゴリズムを示している．

この種の問題を離散型最大原理によって解くという着想は，決して新しいものではないが，この論文の特徴は，Bモデルで待ち行列の公式を援用し，修理がおこなわれるシステムの定常アベイラビリティを計算し，システム運用の総コストの最適化を目ざした点にあるといえよう．

なお，この方法による解はもとの問題の局所的最適解にとどまる可能性があることを念頭におく必要がある．　（阿部俊一）

# 書　評

**浅野長一郎著，因子分析法通論，481頁，3000円，1971年8月刊，共立出版．**

まず結論をいえば，因子分析に関するこれだけ詳しい成書は本書がはじめてであろう．御承知のように，この方面の第一級の研究者である著者が永年の研究と経験を傾けられたものであるから，統計の研究者にとっても応用を心がける技術者にとっても頼りになる座右の書であることは言をまたない．

本書の特長は

1)　理論的な教科書の範囲の中の本であること
2)　因子分析のプログラムが豊富に紹介されていること
3)　しかし実例も各方面のものが集められていること

であろう．プログラムはほとんど FORTRAN IV 水準 3000 のものであり，わずかに論理 IF 文がある点で水準 3000 を上まわっている．したがってかなり小さいコンピューターでもほとんど書き直しなしで使用できるといわれる．また，プログラムが載せられているということは，それを読むことによって計算アルゴリズムを確認できるので，この点からも読者にとっては非常に有難い．統計学のテキストはなるべく本書のようにありたいものである．

目　次