文献抄録

Bradley, G. H., "Equivalent Integer Programs and Canonical Problems," *Management Science*, **17** (1971).

〔整数計画法／等価問題／理論的〕

全整数計画問題を

$$\max\ c^{\mathrm{T}}x$$
$$\text{subject to } Ax+Is=b,\ x,s\geq 0,\ x,s:\text{integer} \quad (1)$$

とする．ただし，Aは$m\times n$整数行列，Iは$m\times m$単位行列，cは整数n–ベクトル，bは整数m–ベクトル，x，sはそれぞれ整数変数のn–ベクトルおよびm–ベクトルである．

このとき，係数Aおよびcを変化させても同じ許容解領域，および同じ最適解をもつ場合があり，(1)の等価問題と呼ばれる．この論文は，等価問題を得る組織的な方法を与えるとともに，互いに等価な問題のクラス（同値類）のなかで，それを代表する問題を定義している．一般に整数計画法の各種アルゴリズムは，等価な問題のどれを選ぶかによって，その能率が異なる（異ならないものもあるが）．したがって，与えられた問題をアルゴリズムに適した等価問題に変えて，それを解くという方式は実用の観点からも興味深い．本論文の研究は，一般的な整数計画法の複雑度（Complexity）の解明の1つの手がかりを与えると考えられる．

さて，問題(1)は，つぎのような等価問題に変換できる．

$$\max\ c^{\mathrm{T}}h+(c^{\mathrm{T}}k)z$$
$$\text{subbect to } s=(b-Ah)-Akz\geq 0 \quad (2)$$
$$x=h+kz\geq 0$$
$$z:\text{integer}$$

ただし，hは任意の整数m–ベクトル，kは$n\times n$のユニモジュラー行列（すなわち$\det k=\pm 1$）である．h, kを自由に動かすことによって，無限個の等価問題を生成できる．

つぎに，(1)を基底変数x_B，非基底変数x_N，に分割し，

$$\max\ c^{\mathrm{T}}y$$
$$\text{subject to } x_N=b_1+A_1y\geq 0 \quad (3)$$
$$x_B=b_2+A_2y\geq 0,\ y:\text{integer}$$

と書く．ただし，A_1は正則な$n\times n$行列である．

このとき，(2)式を得た等価変換を(3)に加えると

$$\max\ c^Td+(c^Tk)z$$
$$\text{subject to } x_N=(b_1+A_1d)+A_1kz\geq 0 \quad (4)$$
$$x_B=(b_2+A_2d)+A_2kz\geq 0$$
$$z:\text{integer}$$

となる．ただし，dは(1)の特殊解である．kを適当に選べば行列A，kをHermiteの標準形にすることができる（Hermiteの標準形とは，正の対角要素および左下部分にのみ非零要素をもつ三角行列であり，左下部分の要素は非正かつその行の対角要素より絶対値において真に小さな値をもつ）．また，このときb_1+A_1dを非負かつその値が対応するA_1kの対角要素より真に小さくなるように定めることができる．以上の条件をみたすものを整数計画問題のHermite標準形という．

以上は，kをAの右から乗ずることによって得られる標準形であるが，左から乗ずることも許せば，(4)式の非基底変数の係数行列を対角行列とすることができる（対角要素がすべて正で，しかも$d_{11}\mid d_{22}\mid\cdots\mid d_{nn}$をみたす．$x\mid y$は$x$が$y$を割り切ることを示す）．これをSmithの標準形という．

この論文では，以上の2標準形を得る手順，および，GomoryのAsymptotic problem［1］との関連についても論じている．

［1］ Gomory, R. E., "On the laration between integer end noninteger solutions to linear programs," *Proc. Nat. Acad. Sci. USA.*, 53 (1965), 260–265.

（茨木俊秀）

Bradley, G. H., "Transformations of Integer Programs to Knopsack Problems," *Discrete Mathematics*, **1** (1971), 29–45.

〔整数計画法／等価変換／理論的〕

この論文では，与えられた全整数計画問題を拘束条件1個をもつ全整数計画問題，いわゆるナップザック問題に帰着せしめる方法をのべている．得られたナップザック問題は，元の全整数計画問題と同じ変数，同じ許容領域（整数解として）をもつ．したがって，原理的には，ナップザック問題を解くことに

よって，任意の全整数計画問題を解くことができる．ナップザック問題は，その問題の特殊性から相当能率よく解けると考えてよい．たとえば，Gilmore-Gomory [1][2] のアルゴリズムによれば，変数の個数と拘束条件の右辺の値の積によって定まる計算量で解くことができる．このように，理論的興味だけでなく，アルゴリズムの観点からも意味のある論文であるということができる．全整数計画問題の多数の拘束条件を，1個の条件に還元できるとは一見不思議であるが，これは，整数という解の離散性を利用することによって可能となるのである．

まず，2個の拘束条件を1個にまとめる操作を述べる．

$$f^T x=\delta,\ g^T x=\delta,\ x \epsilon c,\ x : \text{integer} \qquad (1)$$

とする．f，g は整数 n-ベクトル，δ，γ は整数，c は任意の集合，x は変数n-ベクトルである．このとき，適当な仮定の下で

$$(\alpha f+\beta g)^T x=\alpha\delta+\beta\gamma,\ x \epsilon b,\ x : \text{integer} \qquad (2)$$

が(1)とまったく同じ許容域をもつように α，β を定めることができる（具体的な定め方は論文参照のこと)．たとえば，x の許容領域が有界であれば，以上の操作は可能である．以上の手順を順次繰り返せば，m 個の拘束条件を1個の拘束条件にまとめることができる．

なお，ここで注意すべきは，(2)の操作によって，一般に拘束条件の係数が次第に大きくなるため，ナップザック問題に還元したからといって，直ちに，簡単に解けるとはいえない点である．この係数の値の増大をいかに防ぐかという点に今後の研究の余地があるように思われる．また，1個の拘束条件に還元するという点では Gomory の Asymptotic Problem [3] も同様であるが，Gomory の場合は，許容領域がやや広くなっているのに対し，本論文の方法ではまったく変化しない点に特徴がある．

[1] Gilmore, P. C., and R. E. Gomory, "A linear programming approach to the cutting stock problem-Part II," *Operations Research*, 11 (1963), 863-887.

[2] Gilmore, P.C., and R. E. Gomory, "The theory and computation of knapsack functions," *Operations Research*, 14 (1966), 1045-1074.

[3] Gomory, R. E., "On the relation between integer and noninteger solutions to linear programs," *Proc. Nat. Acad. Sci. USA.*, 53 (1965), 260-265.

（茨木俊秀）

書 評

Atkinson, I., "Construction Management," Elsevier, '71.

わが国で出版されている建築に関する文献には，建築の設計・施工などハード・テクノロジーに属するものが多い．これに対して欧米では，建築の経済・経営といったソフト・テクノロジーに関するものが従来もかなり出版されている．なかでも英国は，とくに建築経済関係の研究の盛んなところであるが，本書はこの英国の Elsevier 社で出版されたこの種の出版物の最新刊である．

内容は12章から構成されており，序説，経営研究の物の考え方，経営の人間的側面，市場問題，労働組合，意志決定の基礎，経営史，企業経理，会社の未来像，請負契約，法的責任，その他の法律問題といったものがその内訳をなしている．

本書は「建設業経営」を表題にうたっているにもかかわらず，内容的には企業経営の一般的な理論を軸にして建設業経営の位置づけをおこなうという態度でつらぬかれている．また扱う範囲もきわめて広範であり，経営，営業，労務，管理技術，経理，法律などの諸問題に及ぶ．したがって，読者対象は，建築の学生や建設会社の社員のみでなく，若干でも建設業に関心のある一般的な経済・経営および法律の読者層を含むといえよう．しかし，OR学会誌上に書評をのせるという観点からすると，残念ながらあまり見所のある著書ではないようである．

建築生産は，原則として繰返しのない1回限りのプロジェクトの計画と管理を基調として成り立っている．このことが商品の大量生産を基調とする生産企業とは，企業経営を考えるにあたって本質的に異なる問題点をいくつかつくりだしているといえる．

建設業経営を管理技術の観点からみた場合の面白