

ここで、 $q_k$  はある構成品  $k$  の故障率、 $\alpha_j$  は  $(i, j; m)$  の  $m$  個をつないでいる path が故障する確率で、 $j$  にも依存してきまるものと約束する。

(II) 制約条件のある場合の最適設計の決定

この場合、問題は、

$$C_k(D) \leq C_k \quad (k=1, 2, \dots, r) \quad (3)$$

のもとで、(1)式をみたす  $D$  をきめることと書ける。

ここで、 $C_k(D) = \sum_{(i,j;m) \in D} c_k(i,j;m)$  であり、さら

に、 $c_k(i,j;m) = \sum_{h=i}^{h=j} c_{hk} \cdot m$  である。

このとき  $C_k(D)$  と  $R(D)$  の間に dominance を考慮している。すなわち、“実行可能な設計のうち、上の(3)式をみたす  $D^1, D^2$  があって  $C_k(D^1) \leq C_k(D^2)$  ( $k=1, \dots, r$ ) である一方、 $R(D^1) \leq R(D^2)$  であるとき  $D^1$  は  $D^2$  を dominate する” ということになる。この考え方は、Proschan, Bray, Everett らの拡張である。

著者は、(I), (II) の場合について、 $n, q_k, \alpha_j$  を与えて解いた数値例をあげている。この際計算結果のリストを作る過程を計算機向きにルーチン化して説明している。



O. L. Mangasarian, “Nonlinear Programming, McGraw-Hill,” New York, 1969.

(数理計画/非線形計画法/理論的)

非線形計画法、とくにそのアルゴリズムを論じた書物は、すでに数冊出版されているが、その理論的基礎を詳細に論じている専門書は少ない。

Wisconsin 大学の Mangasarian 教授になる本書は、非線形計画問題における Fritz John と Kuhn-Tucker の鞍点定理、および、種々の双対定理を詳細に論じており、その点できわめてユニークな位置を占めるといえよう。全体の構成、叙述は、明解、正確、かつよく整理されており、著者の十分な準備をうかがわせる。

最小化問題とは

$$(1) \quad \theta(x) = \min_{x \in X} \theta(x), \\ X = \{x | x \in X^0, g(x) \leq 0\}$$

をみたす  $x \in R^n$  を見いだす問題である。ただし、 $x \in R^n, g(x) \in R^m, \theta(x) \in R$  とする。

### 3. 計算効率の向上

上のような通常の DP によると処理時間、記憶容量などでロスが多いが、逆 DP 法(reverse DP)を利用すれば計算効率があがることをまえの例題について解き、比較結果を示している。ここで逆 DP 法とはまえの DP の漸化式の関係をつぎのようにかえたものである。

$$f'_h = \max_{h \leq k \leq n} (\max_{1 \leq m \leq m'} R(h, k; m) \cdot f'_{k+1}), \quad f'_{n+1} = 1,$$

$$1 \leq h \leq n$$

$$R(h, k; m) = [1 - \alpha_k(m-1)] \{1 - \prod_{j=h}^{j=k} (1 - q_j)\}^m$$

ここで希望する信頼度の下限  $R_f$  をもうけて、 $R'(D_j) = R(D_j) \cdot f'_{j+1} \geq R_f$  ならば  $D_j$  を採択し、また制約条件のあるときは、

$C_k(D_j) + C_{\min}(j+1, k) \leq C_k$  ならば  $D_j$  を採択するというルールで逐次  $D_j$  をきめてゆく。ここで

$$C_{\min}(j+1, k) = \sum_{i=j+1}^{i=n} C_{ki}$$

である。また構成品の数  $n$ 、制約条件数  $k$  などをかえたとき、計算処理時間などがどう変化するか、その統計資料を表に示している。(大隅 昇)

(1)に対する Fritz John の鞍点問題 (FJSP) とは

$$(2) \quad \phi(x, \bar{r}_0, \bar{r}) \leq \phi(x, \bar{r}_0, \bar{r}) \leq \phi(x, \bar{r}_0, \bar{r}) \\ \text{for all } r \geq 0, r_0 \in R, r \in R^m, x \in X^0 \\ \text{ただし, } \phi(x, r_0, r) = r_0 \theta(x) + r g(x)$$

を満たす  $x \in X^0, \bar{r}_0 \in R, \bar{r} \in R^m, (\bar{r}_0, \bar{r}) \geq 0$  を見いだす問題として定義される ( $a \geq 0$  はベクトル  $a$  の要素がすべて非負であることを意味する。  $a \geq 0$  は  $a \geq 0$ , かつ、少なくとも 1 個の要素が正であることを意味する)。

一方、Kuhn-Tucker の鞍点問題 (KTSP) とは

$$(3) \quad \phi(x, u) \leq \phi(x, \bar{u}) \leq \phi(x, \bar{u}) \\ \text{for all } u \geq 0, u \in R^m, x \in X^0 \\ \text{ただし, } \phi(x, u) = \theta(x) + u g(x)$$

を満たす  $x \in X^0, \bar{u} \in R^m, \bar{u} \geq 0$  を見いだす問題である。

$\theta(x)$  と  $g(x)$  の微分可能性のもとでは、(2)(3)の条件は、それぞれ、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} & \bar{r}_0 \bar{p} \theta(x) + \bar{r} p g(x) = 0 \\ (4) \quad & g(x) \leq 0, \bar{r} g(x) = 0 \\ & (\bar{r}_0, \bar{r}) \geq 0 \end{aligned}$$

および

$$\begin{aligned} & p \theta(x) + \bar{u} p g(x) = 0 \\ (5) \quad & g(x) \leq 0, \bar{u} g(x) = 0 \\ & \bar{u} \geq 0 \end{aligned}$$

よく知られているように、適当な仮定のもとで (たとえば, Kuhn-Tucker の Constraint Qualification のもとで) の解  $x$  は FJSP あるいは KTSP の解になる。また、他の仮定のもと ( $\theta$  と  $g$  の凸性など) では、FJSP あるいは KTSP の解  $x$  は、最小化問題(1)の解になる。

著者は、この重要な結果を導出するに必要な理論的準備を、十分なスペースをさいて、注意深く行なっている。すなわち、まず、Farkas の定理に代表される一連の二者択一の定理 (Theorems of the Alternatives) を証明し、ついで、凸集合と凸関数の概念を導入し、著名な凸集合の分離定理の証明を行なっている。FJSP, KTSP の性質は、この分離定理を基盤にして導出されるのである。このように、主要な結果に至るまでに、相当の準備を要するが、各定理の証明が、すべて省略なしに、たん念になされているため、理解に苦しむことはない (けっして平易ではないが)。

非線形計画問題(1)の双対問題としては、種々の形式が研究されているが、本書では、

$$\begin{aligned} & \phi(x, u) = \max_{(x, u) \in Y} \phi(x, u) \\ (6) \quad & \phi(x, u) = \theta(x) + u g(x) \\ & Y = \{(x, u) \mid x \in X^0, u \in R^m, p \theta(x) + u p g(x) = 0, \\ & \quad u \geq 0\} \end{aligned}$$

をみたとす  $x \in R^n, u \in R^m$  を見いだす問題と定義している。(1)と(6)の間の代表的な関係は、(1)が最小解  $x$  をもつならば、(6)も最大解  $(x, u)$  をもち、しかも  $\theta(x) = \phi(x, u)$  が成立するという事実である。この性質が成立するために必要な前提条件を詳細に論じたのち、他の種々な性質とともに、2次計画問題、線形計画問題などへの応用も論じられている。

本書の後半では、さらに、一般化された凸関数、すなわち、Quasiconvex 関数、Pseudoconvex 関数などを定義し、以上の事実の拡張を行なっている。

本書を構成する各章のタイトルを記すとつぎのようになる。

第1章 非線形計画問題、予備的概念、記号

第2章 線形不等式と二者択一の定理  
 第3章  $R^n$  における凸集合  
 第4章 凸関数と凹関数  
 第5章 微分可能性を仮定しない場合の非線形計画問題の鞍点定理  
 第6章 微分可能な凸関数と凹関数  
 第7章 微分可能性の下での非線形計画法の最適条件  
 第8章 非線形計画法における双対定理  
 第9章 凸関数の一般化: Quasiconvex, Strictly Quasiconvex および Pseudoconvex 関数  
 第10章 一般化された凸関数と凹関数の最適性と双対性  
 第11章 非線形等式条件の下での最適性と双対性  
 付録A ベクトルと行列  
 付録B  $R^n$  の位相的性質のまとめ  
 付録C 連続関数と半連続関数, 最小値, 最大値  
 付録D 微分可能な関数, 平均値定理, 陰関数定理

このように、本書は非線形計画法の基礎理論に関するすぐれた教科書であって、非線形計画法の理論面に興味をもつ研究者の必携書であるといえよう。ただ、非線形計画法における最近の成果、たとえば、Rockafeller, Geoffrion らによる双対定理の拡張、あるいは非線形計画法の他の側面、たとえば分解定理などに言及されていないのは残念である。

全体の記述に誤りは驚くほど少ないが、参考のために、気付いた点を列挙しておこう。

- p 28下12行 式の最後の  $\langle \rangle \rightarrow \exists \langle \rangle$
- p 29上13行  $\bar{I} \rightarrow \langle Ax \geq 0, \dots \rightarrow \bar{I} \Rightarrow \ll Ax \geq 0, \dots$
- p 29上14行 式の最後の  $\langle \rangle \rightarrow \exists \langle \rangle$
- p 57下9行 An n-dimensional  $\rightarrow$   
An m-dimensional
- p 81下13行 最後の式  $pe^m \rightarrow peR^m$
- p 103下15行 defined  $X^0 \rightarrow$  defined on  $X^0$

(茨木俊秀)

**Beiträge zur Theorie des Verkehrsflusses**

交通流理論は比較的新しい学問であり、この国際シンポジウムが最初にデトロイトで開催されたのは1959年である。ここでとりあげるのは、1968年カールスルーエで W. Leutz-Bach がオーガナイズしておこなわれた第4回国際シンポジウムの報告書で

あり、41の論文が含まれている。このシンポジウムには、19カ国から154人の参加者があったと伝えられている。

シンポジウムは6つのセッションにわかれておこなわれた。それらは、1) 1車線のトラフィック；2) 複数車線のトラフィック；3) 交叉点；4) ネットワーク；5) アサインメント；6) その他、となっている。

第1セッションには7つの論文が提出されており、すべてアメリカ合衆国在住の学者によるものである。運転者に情報を与えることによって車間距離を縮める研究、交通流の安定性を求める問題の研究にヘリコプターを使ってデータを集めたもの、spectral analysis、観測結果の統計的分析、車頭時間に対する一般的モデル、フリーウェイとトンネルでの流れの違いの検討、それとリンカーン・トンネルのコンピュータを使った流れの制御の研究が含まれている。第2セッションでは6つの論文が発表されている。このセッションには、第1セッションを独占したアメリカからは1人の報告者しかいない。スウェーデン、ドイツから2人とインドから——いかにインド的な研究が発表されている。長い区間を運転する場合の平均速度と追越しの条件を求めたもの、観測結果から種々のパラメータを推定したもの、わが国の高速道路にも設けられているが、登り勾配区間で重トラックのための車線を追加するときの条件をシミュレーションによって検討したもの、数学的モデルでは十分説明できない現象をシミュレーションによって解明しようとするものがあり、G. F. Newellの交通信号の同調に関するものは第3セッションのほうが似つかわしい。

第3セッションには7つの論文が発表されている。イギリスから2つの研究が報告され、1つは交通信号での遅れを解析的に求めようとするものであり、他の1つはプライオリティのついた信号のない交叉点について、モデルの提案とその検討がおこなわれている。スウェーデンからは押しボタン式の歩行者用信号による遅れをあつかっており、ドイツから信号のある街路網内の交通流のシミュレーションとランプに入る車について、判別関数を使った分析が発表されている。オランダからはコンピュータを使った交叉点のコントロールに対する初歩的な方法に関するものがだされている。

第3セッションまでが microscopic な交通流の問題を扱ったものであるが、このようにセッション

により、国籍の分布が極端に偏っている。R. Herman や R. B. Potts は、トラフィックを市街地のトラフィックとハイウェイのトラフィックにわけることが研究上有効であるといっているが、この分類に従うと、アメリカの学者はハイウェイのトラフィックを、ヨーロッパの学者は市街地のトラフィックを研究していることになる。アメリカのトラフィックを見た外国人は、その単純さと均一性に驚くそうであり、交通流のもっとも基本的な問題である1車線のフローをアメリカの学者だけにまかせておくことはどうなのであろうか。国際シンポジウムでは、このような基礎的問題について各国から研究成果を報告してもらいたい気がする。第4セッションでは WARDROP'S principle で有名な J. G. Wardrop や J. C. Tanner ら、イギリスの学者の活躍が目だつ。ネットワークでの信号を最適化する方法、信号のある4つの交差点におけるトラフィックのシミュレーション、地区あるいは都市全体のトラフィックをコントロールするシミュレーションのようなきわめて実用的な研究と、ネットワークに関する基本的な問題——たとえば3点を結びつける最適なネットワークを求めるもの——についての研究が発表されており、それぞれ個性的で面白いものである。

第5セッションはトリップの配分とアサインメントに関するものである。トリップ・ポテンシャルというのを使ってトリップを配分するモデルの提案とその応用を、アメリカとオーストラリアの学者が共同で発表し、同じくトリップの配分で、京大の佐々木教授がエントロピー最大化法というのを発表している。アサインメントに関するものは、イギリス、ポルトガル、フランスからの報告があり、フランスのものはアサインの繰返しで optimal solution に近づけようとするものである。アメリカの学者により遅れを最小にする問題が convex programming になるという論文がだされているが、モデルの簡単な説明だけに終わっている。

第6セッションには7つの論文があるが、第1セッションあるいは第5セッションにいれてもさしつかえないものである。modal split に関する研究、住宅地外に吸引されるトリップの推定方法、バス停留所の最適間隔に関するもの等があり、アブストラクトだけしかのせられていないものが1つある。

以上が第4回シンポジウム報告書の内容であるが、1965年ニューヨークで開催された第3回のシンポジウムとかなり似たものであるといえる。第3回

の報告者で第4回にも論文を発表しているのは11人で、そのうち4つの論文は同じテーマの研究である。交通流理論は新しい学問であるが、当初に定めたいくつかの路線に沿った研究からなかなか離れられず、microscopicな研究は膠着状態に陥っているような印象を受ける。macroscopicなものmicroscopicなものとの接点もしっくりしないようである。交通流理論に関する研究が進みつつある方向をみきわめるのは、この報告書からだけでは困難であ

ろう。

今年は第5回の国際シンポジウムが開催される年にあたっている。6月16日から18日までカリフォルニア大学でひらかれることになっており、そこでは、ハイウェイの自動化をはじめとする新しい話題や、交通流理論を根本から考え直した論文が発表されることを期待したい。交通流に関する最初の論文がWardropによって発表されてから、20年目のシンポジウムである。(奥平耕造)



## 九州支部

1. 45年度活動状況：支部の活動は、主として九州OR共同研究会・福岡地区OR研究会での経験交流と支部報「OR九州」の発行が中心です。

### 1-1 九州OR共同研究会

(参加会社) 新日本製鉄, 住友金属小倉, 九州電力, 新日本製鉄化学工業, 安川電機, 西日本鉄道, 三菱化成, 黒崎窯業, 日本板硝子  
(期日) 年に4回(2月, 5月, 8月, 11月開催)  
(運営) 幹事会社輪番制. 幹事会社中心の事例研究で経験交流. 出席人員は30~40名  
(今年度の事例)

1. 鋳型管理システムの設計について
2. 製鉄業における原料問題と今後の対策  
—以上 新日本製鉄—
3. 新設工場稼働にともなうディーゼル機関車運搬の合理化
4. 庫手の要員設定
5. 鋼塊, 鋼片適正在庫量の設定とその運営方法の検討
6. 自主管理活動によるPERT活用による分塊ロール組替時間の能率向上
7. 分塊工場均熱炉操業計画システム設計について  
—以上 住友金属小倉—
8. RS (レポートニング・システム)
9. 九州地域計量経済モデル—以上 九州電力—
10. タンカー輸送体制の検討
11. 新日鉄化学における電子計算機活用状況について
12. 最適生産計画の検討

—以上 新日本製鉄化学工業—

### 1-2 福岡地区OR研究会

(参加会社) 九州電力, 西日本鉄道, 西部ガス  
(期日) 年に4回(3月, 6月, 9月, 12月開催)  
(運営) 幹事会社輪番制. 参加各社1事例発表による経験交流. 出席人員は15~20名

### 1-3 支部報「OR九州」

年4回の発行を堅持しています。現在のところ、賛助会員会社、支部役員の投稿により発行されていますが、加えて個人会員との交流の場として活発にしたいものです。そのためには、個人会員の投稿をいかに獲得するかが、今後の課題です。

### 1-4 支部の行事

総会(講演会を兼ねる), 運営協議会1回です。

2. 46年度活動計画：本年度も、活動の中心は、九州OR共同研究会, 福岡地区OR共同研究会, 支部報「OR九州」の発行です。とくに「OR九州」では個人会員との積極的交流につとめる方針です。

### 九州支部活動スケジュール

46. 4	「OR九州」 12号	九州OR (安川電機) 福岡OR (西日本鉄道)
5		
6		
7	「OR九州」 13号	九州OR (西日本鉄道) 福岡OR (九州電力)
8		
9		
10	「OR九州」 14号	九州OR (三菱化成) 福岡OR (西部ガス)
11		
12		
47. 1	「OR九州」 15号	九州OR (黒崎窯業) 福岡OR (西日本鉄道)
2		
3		

(吉村博之)