経営科学（日本オペレーションズ・リサーチ学会邦文機関誌） 第15巻 第2号（1971年7月）

<紹介と展望>**

細胞オートマトン†

野口 広*

ノイマンが晩年オートマタ理論に没頭したことはよく知られている．ノイマンは原子物理学での流体力学の問題，とくに撹流や衝激波の相互作用に興味をもっていたが，こうした現象は数学的には非線形偏微分方程式を考察することであり，この問題は従来の解析学的手法ではとても手に負えないものである．ノイマンはそれをまず数値的に扱い，そのために，戦時中に開発されたコンピュータを用いることを考えた．これは今日いうコンピュータの発見的使用法(heuristic use)の始まりであり，コンピュータは単に直接解をもとめる計算器としてではなく，理論を構成するに必要なデータを集める実験道具として用いられるのである．

しかし，その時代の，また近い将来に使用しうるコンピュータはとてもノイマンの望みをみたす能力を有していなかったので，ノイマンは万能大型高速の複雑なコンピュータの理論の建設へと進んだのである．

このために，ノイマンはコンピュータの関連する科学技術のほとんど全分野に数学的考察を展開し，新しい物理現象を利用して高速な構成素子を考案し，非線形偏微分方程式の積分に必要な関数のアルゴリズムを作ったり，ゲームの解を示したり，誤差論などを発展させ，さらに大型コンピュータ設計に関連してのオートマタ理論の建設に努力したのである．

ノイマンはオートマタ理論を単に大型コンピュータの設計という目標に限定せず，生物などの自然オートマタとコンピュータなどの人工オートマタの両者に共通な数学的理論であるとする，非常に一般的な雄大な構想をもっていた．しかし，こうした構想は完成されることなく，1957年にノイマンは世を去ったのである．ノイマンの自己増殖オートマタの理論の草案は，バークスらによって，その他の遺稿とともに "Theory of self-Reproducing Automata", John von Neumann edited and completed by W. Burks, Univ. of Illinois Press, 1966. におさめられている．

この理論は徐々に整理発展してきているが，とくに E. F. Codd, "Cellular Automata", *Academic Press*, Inc., New York and London, 1968. がそれ自身論文ともみなせる本であるが，ノイマンのアイデアをよくまとめて，コンパクトに示しているので，これに沿って細胞オー

---

† 1971年5月10日受理.
* 早稲田大学理工学部数学科.
** 15巻よりＯＲ周辺の問題を<紹介と展望>として載せることになりました。

トマトンについて解説をする．

1. 定　　義

細胞オートマトンは，無数の有限オートマトンを，あたかも生物体の細胞のように，適当に相互に組み合わせた結合物で生物体の組織のようなものである．

Ⅰ　その個々の細胞であるオートマトンは $\alpha=(V,v_0,f)$ で示される．ここで V はオートマトンの状態集合とよばれる有限集合であり，v_0 は V のある1つの特定の元で，休止状態とよぶ．f はオートマトン α の状態関数で，写像

$$f:V^n\to V$$

である．すなわち，このオートマトン α は

自分と同じ n-1 個のオートマトン $\alpha_2,\cdots\alpha_n$ と自分自身 $\alpha_1=\alpha$ の出力の合計 n 個の入力信号によって，自身のつぎの状態を状態関数 f で決定する．ただし，

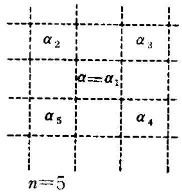


図1

$$f(v_0,\cdots,v_0)=v_0$$

であるとする．

細胞オートマトンは，こうした同一のオートマトンすなわち細胞が平面上にきちんと碁盤の目のように配列したものである．すなわち各オートマトン α は平面に直交座標を考えて，その整数格子（$I\times I$ の元，I は整数の集合）におかれているとする．

Ⅱ　任意の整数格子 α におかれているオートマトンを α で示す．各 α は自身をも含めて n 個のオートマトンからⅠに述べたように入力をうける．どの n 個から入力を受けるかは，近傍関数

$$g:I\times I\to 2^{I\times I}$$

で示される．ただし，写像 g は α によらずに $I\times I$ のどの α に対しても一定の法則

$$g(\alpha)=\{\alpha+\delta_1,\alpha+\delta_2,\cdots,\alpha+\delta_n\}$$

に従う．ここで δ_i は $I\times I$ の固定された元で，とくに $\delta_1=0$ であるとする．

たとえば，$\delta_1=(0,0)$，$\delta_2=(-1,1)$，$\delta_3=(1,1)$，$\delta_4=(-1,1)$，$\delta_5=(-1,-1)$ であれば，$g(\alpha)$ は図1のような $\alpha_1=\alpha$，α_2，α_3，α_4，α_5 となる．$g(\alpha)$ を α の**鋳型**ともいうが，要するに，α に直接影響するオートマトンの集合である．ここで近傍関数 g が α によらないということは，細胞オートマトンがどの細胞をとっても周囲と同じように関連している，すなわち一様な組織をなしているということである．

細胞オートマトンは他のオートマトンと同じく，同期式であり，一定のクロックパルスをもっている．時刻 t における細胞 α の状態を $v^t(\alpha)$ で示す．そして，つぎの時刻 $t+1$ における α の状態は，α の近傍 $g(\alpha)$ の細胞の t における状態

$$h^t(\alpha)=(v^t(\alpha),\ v^t(\alpha+\delta_2),\cdots,\ v^t(\alpha+\delta_n))$$

を変数として，α の状態関数 f を用いて

$$f(h^t(\alpha))=v^{t+1}(\alpha)$$

で定まる．簡単のために，以下，時間の添字 t を省略する．

2.　細胞オートマトンの様相（configuration）

無限に四方にのびた碁盤の目を想像しよう．その1つ1つの目にはオートマトンがあって，これらがクロックパルスの一刻一刻に応じて状態をかえる．たとえば，状態が休止状態の $v_0=0$ か活動状態の1かの2つしかない場合を考え，0のときは何もせず，1のときそのオートマトンは輝くものとする．すると，刻一刻と碁盤の目には輝く図形が表われ，それがつぎつぎと変化してゆく，この輝く図形を**様相**とよぶことにする．オートマトンは無限個あるが，いつも細胞オートマトンは有限個のオートマトン以外は休止状態 v_0 である，様相を初期状態としてこれから刻一刻とパルスにしたがって動く．するとオートマトンの状態関数は

$$f(v_0,\cdots,v_0)=v_0$$

の条件をみたし，また鋳型が有限集合であるので，つねにある時刻の様相で活動状態（v_0 でない状態）にあるオートマトンの個数は有限個である．細胞オートマトンの**様相**は正確には，すべての細胞への状態割当てであるから，写像

$$c: I\times I\to V$$

であり，これは有限個のみ活動しているという条件

$$\{\alpha\epsilon I\times I \mid c(\alpha)\neq v_0\}=\text{有限集合}$$

をみたしている．この有限集合を c の台とよび $\sup(c)$ で示す．

さて，ある細胞オートマトンがあたえられるとき，そのすべての可能な様相の集合（つまり $\sup(c)$ が有限集合であるすべての写像 $c: I\times I\to V$ の集合）を C とする．すると，様相の時々刻々の変化の仕方がつぎの写像

$$F: C\to C$$

で与えられる．ここで F は C の任意の元 $c: I\times I\to V$ に対して C の新しい元 $F(c): I\times I\to V$ を任意の細胞 $\alpha\epsilon I\times I$ に対して

$$(F(c))(\alpha)=f\cdot(h(\alpha))$$

となる様相であると定義する．F を**大局的状態関数**という．

すると，初期様相 c_0 が与えられると，これからパルスを単位として

$$c_0, c_1,\cdots, c_t,\cdots$$

という様相の列が

$$c_{t+1}=F(c_t)$$

として定まり，これは様相 c_0 からつぎつぎの細胞オートマトンの様相の変化を示し，この列は記号で

$$\langle c_0\rangle$$

で示され，**伝播**とよばれる．

細胞オートマトンは，一口にはこの様相の伝播を研究する理論であるということもできる．

そこで様相に関連して，種々の概念が必要になる．ある様相 c' が様相 c の**部分様相**であるとは $c|\sup(c')=c'|\sup(c')$ となることである．ある様相 c は $F(c)=c$ であるとき**不変**であるという．この場合，様相 c は時刻が経っても全体としてはまったく変わらないので，c はあたかも細胞オートマトン上に形成された物であるとみることができる．この不変な様相 c はさらに，どの部分様相もすべて不変であるとき，**完全不変**な様相といい，この場合 c はまったくの物体でできているような構造物と考えることもできる．

一般に，様相 c の $\sup(c)$ に現われる細胞の状態の集合を様相 c の字母系 W といい，c はこの字母系上の様相という．また，あとの便宜のために細胞の状態の集合 V のある部分集合 W は，それを字母系とするすべての様相が不変あるいは完全不変のとき，W は不変あるいは完全不変であるという．

2つの様相 c, c' は $\sup(c)\cap\sup(c')=\phi$（空集合）のとき，**素な**様相であるという．このとき様相 c と c' との**和** $c\cup c'$ がつぎのように定められる．

$$\begin{aligned}(c\cup c')(\alpha)&=c(\alpha) && \alpha\in\sup(c)\ \text{のとき}\\ &=c'(\alpha) && \alpha\in\sup(c')\ \text{のとき}\\ &=v_0 && \alpha\in I\times I-\sup(c)\cup\sup(c')\end{aligned}$$

さらに，2つの様相 c，c' とが素な様相であり，ある時刻 t に対して

$$F^t(c\cup c')|Q\neq F^t(c')|Q$$

ただし，

$$Q=\sup(F^t(c'))$$

となるとき，c は c' へ**情報をつたえる**という．ここで $F^t(c)$ は様相 c に大局状態関数を t 回行なった，つまり t 単位時刻後の様相 c の伝播の結果を示す．c は c' へ情報をつたえるとは，c がなかったときの c' の伝播と $c\cup c'$ の伝播の結果が異なるということで，c が c' に干渉していることを意味する．

また，P が $I\times I$ のある部分集合であるとき，一般に $c|P$ は $I\times I$ の様相 c を部分集合 P に制限した写像 $c|P: P\to V$ であるが，P に含まない $\alpha\in I\times I$ に対して，$c|P$ を $(c|P)(\alpha)=v_0$ と拡大してこれも1つの様相と考える．

こうした規則の下で，c が d の部分様相であるとき

$$d-c$$

で，$c\cup e=d$ となるような c と素な d の部分様相 e を示すことにする．また，一般に様相 c に対して

$$\overline{\sup(c)}=I\times I-\sup(c)$$

を示すことにする．

また，様相 c が c' の平行移動であるとは

$$c'(\alpha)=c(\alpha-\delta)$$

となるような $I\times I$ の元 δ が存在することであり，c を c'_δ で示す．

実例　一般的な話を続けるまえに具体例を1，2述べる．

まず，近傍関数は $g(\alpha)=\{\alpha+(0,0),\ \alpha+(-1,1),\ \alpha+(0,1),\ \alpha+(1,1),\ \alpha+(1,0),\ \alpha+(1,-1),\ \alpha+(0,-1),\ \alpha+(-1,-1),\ \alpha+(-1,0)\}$ であるとする．したがって鋳型ま図2のようになる．

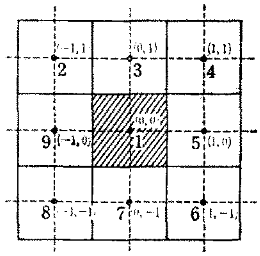
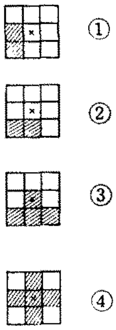


図2

$\delta=(x,y)$ に対して $\delta'=(-y,x)$ を示すものとする．たとえば，$\delta=(0,-1)$ のとき $\delta'=(1,0)$ である．さて，この細胞の状態関数は

$$f(v^t(\alpha),v^t(\alpha+\delta_2),\cdots\cdots,v^t(\alpha+\delta_9))$$
$$=f(v^t(\alpha),v^t(\alpha+\delta_2'),\cdots\cdots,v^t(\alpha+\delta_9'))=v^{t+1}(\alpha)$$

であるとする．すなわち，上辺の鋳型上の値を 90°（両方向）に回転してえられる値にしても関数の値は同じである．すなわち f は**強回転対称**であるとする．f の変数は上の図に書きこまれた1，2，$\cdots\cdots$，9の順に書き並べると，強回転対称性から図3の7つの状態に対して f を示せば，すべて f は決定されたことによる（ここで，細胞の有限オートマトンは0,1を状態の集合としている）．



$f(0,0,0,0,0,0,0,1,1)=1$ $\cdots\cdots$①
$f(0,0,0,0,0,0,1,1,0)=1$ $\cdots\cdots$②
$f(1,0,0,0,0,1,1,1,0)=1$ $\cdots\cdots$③
$f(1,0,1,0,1,0,1,0,1)=1$ $\cdots\cdots$④
$f(0,0,0,0,0,0,0,0,1)=0$ $\cdots\cdots$⑤
$f(0,0,0,0,0,0,0,1,0)=0$ $\cdots\cdots$⑥
$f(0,0,0,0,0,0,1,1,1)=0$ $\cdots\cdots$⑦

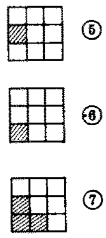


図3

さて，ここで初期様相 c が

$\alpha=(0,0),\ (0,1)$ のとき $c(\alpha)=1$

その他の α で $c(\alpha)=0$

として伝播＜c＞をしらべてみると，図4のようになる．1の状態の細胞を斜線で示す．様相は2つの細胞が上下で1組になった組が活動し，それがしだいしだいに（0, 0）から左右へそれぞれ無限に離れてゆき，伝播＜c＞は**有界**ではない．

しかし，同じ細胞オートマトンで＜c＞のほかに同時に

$\alpha=(-1,0),\ (0,-1),\ (1,0)$ のとき $d(\alpha)=1$

その他の α で　$d(\alpha)=0$

を初期様相とする伝播＜d＞を考えると，＜$c\cup d$＞は図5のようになる．

すなわち，$c\cup d$ は不変で，したがって＜$c\cup d$＞は有界である．こうしたとき＜c＞は d で有

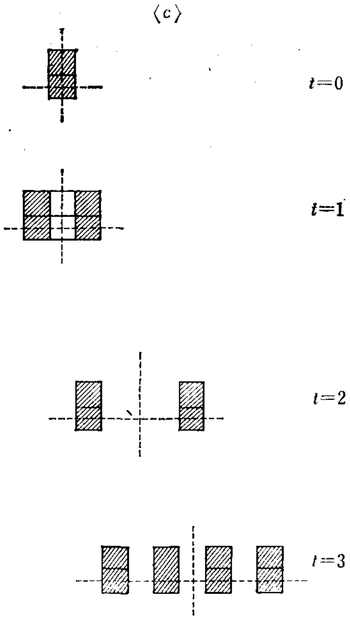


図 4

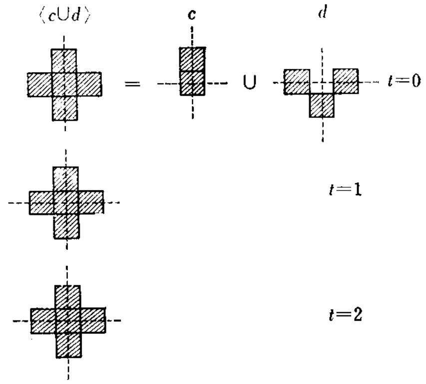


図 5

界にされるという．この例は，様相とその伝播が非常に複雑な性質であることをよく示している．

別の細胞オートマトンを示そう．近傍関数はいわゆるノイマン近傍で $\delta_i=1,2,3,5$ で

$\delta_1=(0,0)$，$\delta_2=(0,1)$，$\delta_3=(1,0)$，$\delta_4=(0,-1)$，$\delta_5=(-1,0)$

で（図6参照），状態関数 f はまえと同じく強回転対称である．f は3進法で

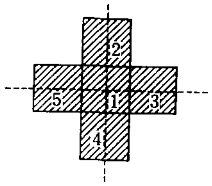


図 6

$\alpha=2$ のとき $f(h(\alpha))=2$

$h(\alpha)=(00001)$，(00010)，(00100)，(01000) のとき $f(h(\alpha))=1$

その他 $f(h(\alpha))=0$

であると定める．

このとき，$\alpha=1$ で他では0である様相を c として $<c>$ を描くと，図7になる．

$<c>$ は有界ではない．しかし，この場合も

$\alpha=(-1,1)$，$(0,1)$，$(1,1)$ $(1,0)$，$(1,-1)$，$(0,-1)$，$(-1,-1)$，$(-1,0)$ のとき

$d(\alpha)=2$

その他の α で $d(\alpha)=0$

で定まる様相 d で c をかこんでしまうと図8となって $F^1(c\cup d)$ は不変な様相になり，よって伝播 $<c>$ は d によって有界にされる．

3. 細胞オートマトンの計算

細胞オートマトンが計算するというのは妙な感じでもあるが，チューリング機械の計算とは1次元的に左右に無限にのびたテープ上に示された記号の列を処理して，別の記号の列に変えることであった．そこで，1次元的なテープを無限に四方にのびた2次元的なテープで置き換えても，

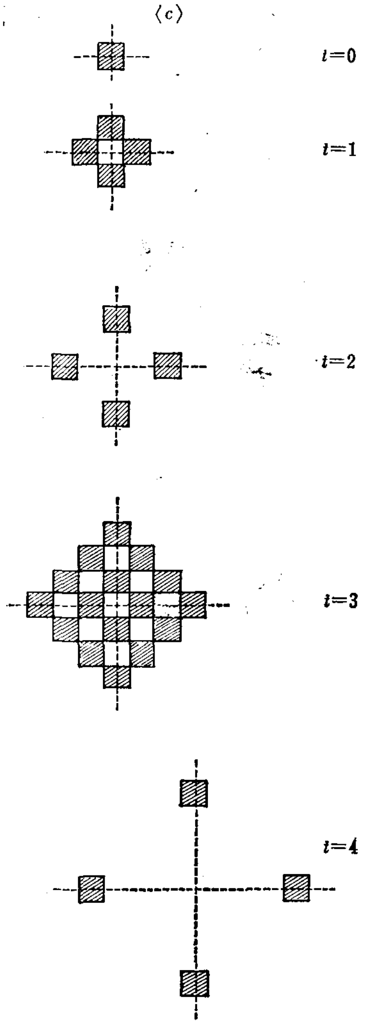


図7

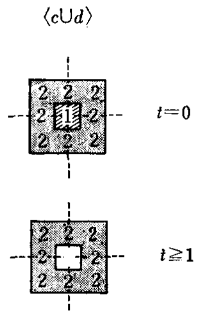


図8

チューリング機械の理論はそのまま成り立つことを思いだせばよい．

そこで，$I\times I$ で v_0 の休止状態の細胞は空白を示しているとすると，細胞オートマトンの様相はチューリング機械と同じくテープであるとみなさせる．しかし，それらの集合はテープという現実の構造物に対応することから，テープの集合 T の元，すなわち，テープとよばれる様相 d は完全不変な様相であり，またテープが全体としても完全不変であるとする．すなわち，まず字母系 W を固定しておいて，その字母系上の完全不変な様相の集合 T を考える．この T の任意個の部分集合は平行移動で互いに素であるようにおかれたとき，それらの和はまた完全不変な様相であるとする．

さて，こうしたテープの集合 T を T へ写す（部分）写像 ϕ（ϕ の領域は T の部分集合）がチューリングの意味で計算可能であるとは，集合 T の任意のテープを入力テープとしたとき，計算結果が $\phi(d)$ となるようなチューリング機械が存在することである．そこでチューリング機械と類似にここで写像

$$\phi : T\to T$$

が細胞オートマトン Z で**計算可能**であるとは，1つの様相 c と1つの細胞 $\alpha\in\sup(c)$ が存在して，T のどのテープ d に対しても，ある時刻 t のとき

$$F^t(c\cup d)\,|\,\sup(T)=\phi(d)$$

ただし，$\sup(T)=\cup_{d\in T}\sup(d)$

となり

$F^t(c\cup d)\,|\,\sup(T)$ は情報を $F^t(c\cup d)\,|\,\overline{\sup}(T)$ に伝えないで

$F^t(c\cup d)\alpha=v$（v は休止状態でないある状態）

であり，さらに

$$F^{t'}(c\cup d)(\alpha)\neq v \qquad t'<t$$

となることであると定める．

テープ d はどれも完全不変であるから，そのままでは時間が経っても変化はないが，とにかく1つの定った様相 c を d と素に考えると，$c\cup d$ は刻々にその様相をかえて，ついに $\phi(d)$ にな

る．そしてちょうど $\phi(d)$ になったということは，1つの細胞 α の状態が v になることで示されるというのがその大意である．そして，この場合 $\phi(d)$ になって以後，$\phi(d)$ はテープでありそれ自身不変であるが，$\phi(d)$ の外部から，$\phi(d)$ に干渉されることもないというのである．

この定義に現われる ϕ に対して定まるある一定の様相 c は**計算機**とよばれ，それ自身は不変である必要はなく，c は ϕ を**計算する**という．

さて，上記のテープの集合 T で負でない整数と 1：1 に対応する無限個のテープの無限集合をとり，これを**チューリング領域**とよぶ．そして，細胞オートマトン Z は，あるチューリング領域 T で定められた T を T に写すチューリングの意味で計算可能な任意の関数 ϕ に対して T と素な様相 c が存在して，c が ϕ を計算するとき，**普遍計算可能**であるという．すなわち，Z は任意のチューリングの意味で計算可能な関数 ϕ を計算しうるということである．そして，さらにあるチューリング領域 T をもつ細胞オートマトン Z に1つの定まった様相 c が存在して，任意のチューリングの意味で計算可能な関数 $\phi: T\to T$ に対してテープ $d\in T$ と平行移動 δ とが存在して，d_δ は T と c とに素であり，まえの $c\cup d$ の代りに $c\cup d_\delta$ をとって，c が ϕ を計算するとき，様相 c は Z における領域 T の**普遍計算機**であるという．Z に普遍計算機 c が存在すれば，Z はもちろん，普遍計算可能な細胞オートマトンである．

この普遍計算性について若干詳しくのべてみよう．一般に細胞オートマトン Z の細胞 α は $I\times I$ の座標を用いて (x_α, y_α) と示せる．そこで，$I\times I$ にいわゆる市街地距離 ρ

$$\rho(\alpha,\beta)=|x_\alpha-x_\beta|+|y_\alpha-y_\beta|$$

ただし，$\alpha=(x_\alpha,y_\alpha)$，$\beta=(x_\beta,y_\beta)$

を導入して，距離空間とし，この距離 ρ を $I\times I$ の部分集合 P，Q の間の距離 $\rho(P,Q)$ へ

$$\rho(P,Q)=\max_{\alpha\in P,\beta\in Q}\rho(\alpha,\beta)$$

と拡大しておく．とくに $\rho(P,P)$ は P の直径とよび $\mathrm{dia}(P)$ で示す．

c，d が Z の様相であるとき，この ρ を用いて

$$\rho(c,d)=\rho(\sup(c),\sup(d))$$

$$\mathrm{dia}\,c=\mathrm{dia}(\sup(c))$$

を定める．すると，つぎの命題が成り立つ．

Z ですべての様相 c に対して，

$$\rho(c,F^t(c))<K\,\mathrm{dia}\,c,\qquad t\ \text{任意},$$

となるような整数 K が存在するならば，Z は普遍計算性を有しない．

この命題から，もし細胞オートマトン Z が普遍計算可能であると，適当な様相をとるとその伝播はいくらでも大きくなるような様相が存在することを意味している．このことから，また他のことから，おそらく，それ自身は有界ではないが，ある他の様相により有界にされる伝播が存在することが普遍計算性の必要条件であろうことが予想されているが，まだ証明されてはいない．

ノイマンは1952年10月ごろに，この普遍計算性をもつ細胞オートマトンの大略を構成したので

あるが，完全に書き上げる時間はなかった．この細胞は29個の状態をもち，前述のような単純な鋳型をもつ．この細胞オートマトンの普遍計算性や後に述べる普遍構成性は1960年代に後継者によって証明されたが，同様な性質がもっと状態数の少ない細胞で行なえないかとの研究がまず行なわれた．まず上述の命題によって2個の状態数の，ノイマンの近傍をもつどのような細胞オートマトンも普遍計算性をもたないことが示された．そこで，状態数を増すか，近傍を複雑にするかの手段が考えられたが，2-状態数，9個の近傍でも3-状態数，9個の近傍でも成功しなかった．前例として述べたように，細胞オートマトンの伝播は非常に複雑で，とても上記のように，手で計算していたのでは間に合わないので，電子計算機を用いて実験がつづけられた．その結果，8-状態，5-近傍の普遍計算可能な細胞オートマトンが CODD によって1968年に発表されたのである．この細胞オートマトンは後述の普遍構成性も，したがって自己増殖の性質をもみたすものである．

この CODD の細胞オートマトンの紹介のまえに，ふたたび一般的概念をのべよう．

4. 計算機構成子と自己増殖

細胞オートマトンで 3. の意味での計算機を構成することを考える．一般にいえば，様相 c が様相 c' を**構成する**とは，ある時刻 t で

1. c' は $F^t(c)$ の部分様相で c とは素である
2. $F^t(c)-c'$ は c' へ情報を伝えない

となることである．ここで1. の c と c' が素であるとは，実は c' は c 自身であるとか，c の一部を休止状態にしたものが c' であるなどのくだらない場合は省くということであり，2の条件は時刻 t 以後 c' は c' のみが細胞オートマトンの様相としてあるときと同じように伝播してゆき，$F^t(c)$ の残りの部分の干渉をうけないことをのべている．つまり，c' は一時的にではなく，完全に構成された1つの独立な存在ということである．

こうした構成子の問題は単に何かを作ればよいというのではなく，細胞オートマトン Z 上に，チューリング領域の任意のチューリングの意味で，計算可能な関数を計算するような能力のある計算機をいくつも構成する能力のある様相，すなわち**構成子**の存在を示すことである．

細胞オートマトン Z が普遍計算可能であり T がそのチューリング領域とする．すると，各チューリングの意味で計算可能な関数に対し，これを計算する計算機が存在するが，こうした計算機の集合を C で示し，領域 T の計算機の完全系という．そして，この C の任意の計算機がある C と素な様相によって構成されるとき，細胞オートマトン Z は**普遍構成性**をもつという．とくにある1つの様相が存在し，C と素な適当なテープを補助にして C の任意の計算機を構成するとき，c を Z の**普遍構成子**という．

とくに Z に普遍計算機と普遍構成子の両者が存在する（普遍構成子が用いるテープはすべてチューリング領域に属する）場合がまず興味の中心となる．この場合には，構成すべき様相の詳細はコードの型で与えられ，普遍計算機がこれらの詳細をデコードし（この変換はチューリング領

域に属する)，このデコードされた詳細により普遍構成子が計算機となる様相を構成する．

そして，同時に領域Tの普遍計算機であり領域 T' の普遍構成子である（ただし $T'\subset T$）1つの様相を**普遍計算機-構成子**という．この普遍計算機-構成子が存在する細胞オートマトンは**普遍計算構成可能**であるという．

細胞オートマトンZでの自己増殖の機能は上に述べた構成子の特別な場合である．すなわち，様相cが**自己増殖**するとはcが c_δ を構成することである．ここで δ はある平行移動を示す．

5. CODD の普遍 8-状態，5-近傍細胞オートマトンのアイデア

CODD の細胞オートマトンは $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ の状態をもち，0が休止状態で，まえに述べたノイマンの鋳型を近傍にもち，回転対称の状態関数をもつ細胞オートマトンである．いきなり，その状態関数fを図示してそれで終りというのでは，この細胞オートマトンが普遍計算構成可能である点が大切なので，まったく目的に反する．そこで，状態関数を後にして，その自己増殖可能な普遍計算機-構成子，UCC と略す，の大略を述べてみよう．実は，逆にこうした構成ができるように状態関数が選ばれるのである（さらに注意することは，CODD は状態関数fを完全に与えてはいないで，一部分の定義を用いて UCC を説明している．そこで，残りのfの部分を適当にとれば，さらに別の機能ももちうる可能性が残っているわけである)．

まず，この細胞オートマトンでは，自己増殖のできる普遍計算機-構成子を作るのであるから，つぎの条件を考えなければならない．

1. 細胞の状態の集合のある部分集合Pは完全不変な状態で，他のどの完全不変な状態もPの元でなければならない．
2. P（を字母系とする）の上のすべての様相はこの細胞オートマトンのある様相によって構成され，読みとられ，また消しうるものでなければならない．
3. Pのすべての様相の集合 P^* を P^* へうつすすべてのチューリングの意味で計算可能な関数は，この細胞オートマトンのある様相によって計算されなければならない．
4. P^* の中の少なくとも1つの様相は，ある刺激によって，2. で述べたすべての構成と，読みこみと消除を行なう機械にならなければならない．

上の3.が普遍計算性で2.，4.が普遍構成性であるが，これらをわかりやすく行なうために，細胞オートマトンにはいつも UCC とそれが扱う様相のほかは何もない状態であると考え，これから何かを作る領域へは UCC から道をまず構成し，その道をとおして，その領域で行なう仕事の情報を伝えて，それにより構成を行なうようにし，道を用いないでは何も伝播しないようにする（図18参照)．8個の状態はまず2つにわけられ，$\{0,1,2,3\}$ は構成に用いられ，他の部分 $\{4,5,6,7\}$ は道をつたうシグナルなどの信号として用いられる．また構成用の状態も $\{0,1\}$ は1.の部分集合Pで完全不変な最大字母系であり，$\{2,3\}$ は作られたはじめの完全不変な様相で示される機械が活動的な様相に変わってゆく展開構成を示す．

まず，もっとも単純な道は図9のような1の列である．そして，この道の上をs（sは 4,5,6

か7）を先頭に，すぐに0がつづく2列 0_s が，この道を進む．この単純な道では，ときに情報が他の道と接して漏れることもあるので，図10のように，両側を2でシーズした道を用いる．

····1 1 1 1 1 1 1 1········

図9

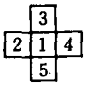
どの機構にしろ，構成は3段階で行なわれる．まず，UCC から構成道がのびてゆき，単純な道による完全不変な回路網を（0,1）上の様相として，構成道からの信号にしたがいながら1つ1つ0を1にしながら作る．第2段階では，適当な注入点から信号をいれて全回路網に伝播させて，その信号の通った単純道をすべてシーズする．このときの信号は 06 で，これはシーズの信号という．かくて，(0,1,2) 上の不変な様相ができる（完全不変ではない）．第3段階は，注入点から活動信号を注入し，回路網を活動状態へと移す．この信号は 07 で活動信号といい，この信号によって他の必要な信号が生成される．また 07 によって，道のシーズに3の状態を作ることができる．これはノードとよばれ，ノードは論理演算の機能を行なう．

········2 2 2 2 2 2············
········1 1 1 1 1 1············
········2 2 2 2 2 2············

図10

$s=4,5,6,7$ に対する信号 0_s の道の中の伝わり方は図11の状態関数で規定される．

これによって 0_s の信号は図12のように進み，



α の近傍の値 (1,2,3,4,5 の順)	$f(\alpha)$
1 0 2 1 2	1
0 1 2 s 2	1
s 0 2 1 2	0
1 1 2 s 2	s
2 0 2 1 2	2
2 0 2 0 2	2
2 0 2 s 2	2
0 0 0 0 2	0

図11

·····························
····2 2 2 2 2 2 2 2 2 2········
····1 1 1 1 1 0 s 1 1 1········ t
····2 2 2 2 2 2 2 2 2 2········
·····························

·····························
····2 2 2 2 2 2 2 2 2 2········ $t+1$
····1 1 1 1 1 1 0 s 1 1········
····2 2 2 2 2 2 2 2 2 2········
·····························

図12

また，図13のように定めると，

α の近傍の値	$f(\alpha)$
s 0 1 2 2	0
s 0 2 2 1	0
0 1 s 2 2	1
0 1 2 2 s	1

図13

とすると，シグナル 0_s は図14のように左折，右折をする．

```
        :2 1 2:             :2 1 2:
        :2 1 2:      t      :2 1 2:
  ......:2 1 2:             :2 1 2:......
2 2 2 2 2 1 2:              :2 1 2 2 2 2 2
1 1 1 1 0 s 2:              :2 s 0 1 1 1 1
2 2 2 2 2 2..:              :..2 2 2 2 2 2
.............                ............

        :2 1 2:             :2 1 2:
        :2 1 2:             :2 1 2:
  ......:2 1 2:             :2 1 2:......
2 2 2 2 2 s 2:      t+1     :2 s 2 2 2 2
1 1 1 1 1 0 2:              :2 0 1 1 1 1
2 2 2 2 2 2..:              :..2 2 2 2 2
.............                ............
```

図14

07×07＝04
04×04＝05
05×05＝06
06×06＝06

図15

```
............      .................
....2 2 2 2       ....2 2 2 2 2
....1 1 1 1       ....1 1 1 1 1 2  ↖
....2 2 2 2       ....2 2 2 2 2      フタ
............      ...............
```

図16

また同様に工夫して，T字方の一方からきた信号は，交差点で2つの同じ信号にわかれ，残りの2方へ出てゆくようにし，同一の信号は直線上で衝突したら消えてしまうようにし，またT字形の2方から入り，交差点で衝突すると，1つの新しい信号を，図15のように発生させることができる．

道の端へ 06 信号が達すると，その端が2でフタされ，さらに 06 信号が到達すると，このフタが除かれる（図16参照）．

フタされたシーズ道Aのフタが別のシーズ道Bに図17のように接しているとき，この局所様相をゲートといい，Aを制御道，Bを従属道という．Aに 07 の信号が入ると，Aのフタが接しているBのシーズの一部は3の状態にかえる．つまりゲートは on になり，これまで両側からどのシグナルも通していたBの道は3を左手にみながらくる信号のみを（変えずに）通過させ，逆方向のどのシグナルも消してしまう．そして，Aにふたたび 07 があるいは 06 がくると，ゲートは元の off の状態にもどる．また 07 と 06 の信号が続いて（少なくとも4区間の間隔をあけて）フタをされた道の端にくると，道は1区画すすみ，また同じ道の端に 04 がきて 04 がつづき，さらに 05，06 とくると，道は左折して1区間すすみ，4と5をいれかえた信号列がくると右折して1区間すすむ．

また，直線道の端にまず04，つぎに 05，06，06 とくると，逆に道は1区間縮む．同様に左へ右へ1区間縮むこともできる．このほか重要な機能として，構成道のフタの1つまえが {0, 1} の様相と接触したとき，そこに1を書きこむことも，またその1を消すことも，またフタの1つまえが0か1かによって，06 か 07 のエコー（反射信号）を発して判別することもできる．また信号の適当な列を用いて，すでにできあがった {0,1} 上の機械Mに活動シグナルを構成道からMへ注入しMをシーズし，さらに活動させることができる．このとき構成道をMから切り離すには複雑な工夫を要する．

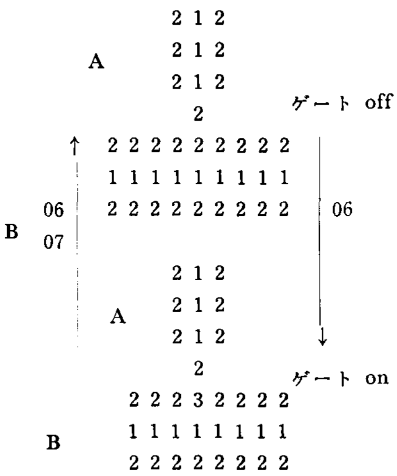


図17

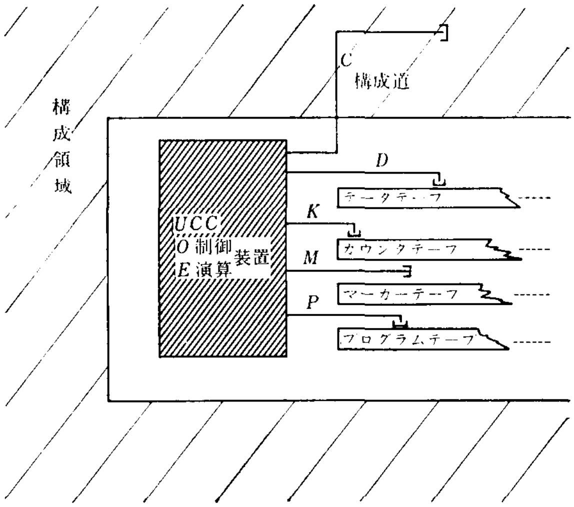


図18

以上のべた構成道とそのシグナルの働きは，大略ながら現実の電気的回路網の構成の基本を数学的に述べたものである．したがって，これらを無数に繰り返し適用して，普通のエレクトロニクス用の部品，永久片道ロック，両道ロック，各種のゲート，発信機，信号変換器，クロスバー，エコースイッチ，エコー分離器，デコーダー等が作られることが理解されるであろう．

そして，求めるUCCは，これらを複雑にちょうど電子計算機を構成するように結合して作られるのである．

UCCの大略は図18のようであり，記憶装置部分 D, K, M, P, 演算部分 E，制御部分 O よりなり，指令により構成子 C を構成領域へ伸ばし，構成を行なう．

この機械は，構成道の先端の細胞がどんな状態にあるかを知り，またその状態を0にし構成道を左右にまげ伸ばし，また縮む機能をもつので普遍計算機であり，また普遍構成子でもあることが示される．

Oded Levin 賞の論文募集

イスラエル・オペレーションズ・リサーチ学会から，Oded Levin賞に関し，下記のとおり連絡がありました．

●この賞はイスラエルのOR学界において指導的な学者であった，故O. Levin博士（1934—1969）を記念して設けられたものである．

●ORの分野における学位論文および提出日から過去3年以内に公刊された論文で，他の賞を受賞していないものが選考の対象となり，理論的または応用的に意義のある独創的な論文に賞が与えられる．

●提出された論文は，O. Levin賞基金の管理者によって指名された審査委員会で検討され，受賞者には賞状と賞金（約25万円）が与えられる．

●提出論文は，英語またはヘブライ語で，2部を下記宛送ること．**締切日**　1971年11月1日

Professor A. Ben-Israel
Chairman, Panel of Judges
The Oded Levin Prize
ORSIS-Operations Research Society of Israel
c/o Faculty of Industrial & Management Engineering
Technion-Israel Institute of Technology
Haifa, Israel

論文提出希望者は，直接連絡をおとりください．