

文 献 抄 録

B. R. Bhat, "Used Item Replacement policy," *Journal of Applied Probability*, 6, 2 (1969), 309-318.

[取替/再生過程/理論的]

取替問題はいろいろにモデル化されているが, しばしば議論されるものに, ①こわれたつと取り替える(replacement on failure policy, 略してROFP). これは単純再生過程に帰着される. ②こわれなくても年齢が T に達したら取り替える (age replacement policy, ARP とかく). これも①で寿命分布を T で truncate したと思えばよい. ③ある一定の時間(T)がたつとこわれていなくても取り替える (block replacement policy, BRP とかく). この③のモデルはほとんど新しいものも決められた時点で取り替えられてしまいむだである. その改良として, こわれても次の取替時点が近い場合には取り替えないで放っておくというモデルも考えられている. ここでは③の1つの改良として, 決められた取替時点の途中でこわれた場合には, 使い古したもので取り替えるモデル (used item replacement policy, UIRP とかく) を考えている. 使い古しものは, 多少修理費用などがかかったとしても新しいものよりはずっと安いとする. そして無限に供給されるとし, また2度使ったらそれ以上は使わないとする.

UIRP の単位時間当りの費用は, $UI(T) = (c_1 H_u(T) + c_2)/T$ に概収束する. ただし c_1 は故障による取替費用, c_2 は定期的取替費用 (単価, $c_2 < c_1$), $H_u(T)$ は初期変数が新しい品物の寿命 (X) の分布, 残りは使い古しのものの寿命分布をもつ修正された再生過程の再生数の期待値とする. $H_u(T)$ は簡単に計算できないので, X の分布 ($F(x)$) が IFR (increasing failure rate) をもち, さらに $f(x)/\bar{F}(x) \uparrow \lambda < \infty$ ($x \rightarrow \infty$ の時) を仮定して $UI(T)$ の上限を求めている.

$UI(T) \leq U(T) = (c_1 H_e(T) + c_2)/T$ となる. ここで $H_e(T)$ は初期変数が X で残りがパラメタ λ の指数分布に従う確率変数とするときの修正された再生過程の再生数の期待値である. $U(T)$ は唯一の最小点をもち, その T を T_0 とすると, $c_1 + c_2 < c_1 \cdot \lambda \cdot \mu_1$

ならば T_0 有限となる (μ_1 は X の期待値とする).

BRP と UIRP を比較し, BRP の下での故障取替費用を c_1' とするとき, $c_1' = c_1$ ならば BRP は UIRP よりよいことがいえる. つぎに BRP よりも UIRP がよくなる十分条件として, $T_0' h(T_0') - H(T_0')/h(T_0') < T_0 h_e(T_0) - H_e(T_0)/h_e(T_0)$, ただし T_0 は $U(T)$ を最小にする T , T_0' は BRP に対する最適な T , $H(u) = \sum_n F^{(n)}(u)$, $h(u) = H'(u)$ である.

具体的な例として, X の分布が $k=2$, $\lambda=1$ のアーラン分布の場合には, $c_1 \leq \frac{c_1'}{2}$ ならば UIRP が BRP よりよくなるし, 準指数分布 ($x \geq 0$ に対して $f(x) = (1+o)\lambda e^{-\lambda x} - o\mu e^{-\mu x}$, $x < 0$ では $f(x) = 0$, $0 < \lambda < \mu$, $o > 0$, $o \leq \lambda/(\mu - \lambda)$) の場合には $\frac{c_1'}{c_1} < \frac{1}{(1+o)\mu - o\lambda}$ ならば UIRP は ROFP よりよくなる. (反町 廸子)

Charles H. Falkner, "Optimal Spares for Stochastically Failing Equipment," *Naval Research Logistics Quarterly*, 16, 3 (1969), 287-295.

[在庫/確率評価/理論的]

ある寿命分布をもった部品がある. 計画時間を T とし, 最初の時点でしか部品を購入できないとした場合に総費用を最小にする購入量 x^* を求める問題を考えている.

費用としては, こわれた場合は取替え (もしあれば) 費用 γ がかかり, 取替部品がない場合には単位時間当り ρ の損失費用がかかる. また在庫費用は, 単位時間当り単価 h で, 購入単価は C とする.

従来 of 在庫モデルと異なる点は取替え費用を考慮した点と, 需要が初期在庫量に依存するという点である.

x を購入数とし, Y_i を $i-1$ 番目の予備部品が使われはじめてからこわれるまでの時間とし, Y_i , $i=1, 2, \dots$ は非負, 独立, 同一分布 (F) に従う確率変数とする. 総費用は,

$$G(x, T) = cx + h \sum_{k=1}^x \min \{S_k, T\} + \rho(T - \min \{S_{x+1}, T\}) + \gamma \min \{x, N(T)\}$$

ここで、 $S_k = \sum_{i=1}^k Y_i$ 、 $N(t)$ は再生過程 $\{Y_i\}$ の $(0, t)$ 間の再生数をあらわす。

$JEG(x, T) = E(G(x+1, T) - G(x, T))$ を計算することにより x^* の範囲、 $x \leq x^* \leq \bar{x}$ を求めている。 $\gamma=0$ の場合には、 $\bar{x} = x^*$ となるので、取替費用を考慮することにより最適購入数は小さくなるのがわかる。

一般には、 \bar{x} 、 x^* 、 x は計算が容易ではない。 x 、 \bar{x} の性質として

- ① $\bar{x} \leq \frac{p-h}{h}$
- ② \bar{x} 、 x は c 、 h に関して非増加である。
- ③ \bar{x} 、 x は p に関して非減少である。
- ④ γ に関しては、 \bar{x} は非増加で、 x は一定である。

また $x^* > 0$ の十分条件として、 $p \int_0^T (F(t) - F^{(2)}(t)) dt \geq c + \gamma + hEY$ を求めている。

数値例として、寿命分布がパラメタ λ の指数分布のとき、 $x^* > 0$ である十分条件は $\frac{c}{h} + \frac{\gamma}{h} + \frac{1}{\lambda} - \frac{p}{\lambda h} (1 - e^{-\tau(1+\tau)}) \leq 0 (\tau = \lambda T)$ で、 τ をいろいろかえて $x^*(\tau)$ を計算し、それによると $x^*(\tau)$ は τ に関して非減少で、すべての $\tau \geq \tau'$ に対して $x^*(\tau) = x'$ となるような τ' が存在することを示している。
(反町 勉子)

Randolph, P. H. and G. E. Swinson, "The discrete max-min Problem," *Naval Research Logistics Quarterly*, 16, 3 (1969), 309-314.
(ゲーム/D.P.による解法/応用的)

1. はじめに

ここでいう '離散的' とは、戦略空間が有限集合であることを意味する。本論文では、D.P. の 'illegal modification' の適用により max-min 値の上界を、D.P. の 'legal' な方法の適用により max-min 値の下界を与え、それらを判定基準として近似解を得るためのアルゴリズムを与えている。

2. モデル構成

目的関数は '利得' であったり '費用' であったり、問題設定者は楽観主義者であったり、悲観主義者であったりする。そこで、ゲームの問題記述には、形式的なものも含めて少なくとも4通りある。しかし、いずれの場合にもここでの解き方では同様に取り扱えるという理由で、目的関数が分割可能な整数ゲームに対して、次の場合に話を限っている。

X, Y : ある固定された正整数

$$\bar{x} = \{x; x \in E^n, x \geq 0, \sum_{i=1}^n x_i = X, x_i \in \{1, 2, \dots, n\}\}$$

$$\bar{Y} = \{y; y \in E^n, y \geq 0, \sum_{i=1}^n y_i = Y, y_i \in \{1, 2, \dots, n\}\}$$

なる集合を考え、その直積 $\bar{X} \times \bar{Y}$ 上で定義された目的関数が分割可能:

$$g(x, y) = \sum_{i=1}^n g_i(x_i, y_i)$$

であるとするとき

$$\max_{x \in \bar{X}} \min_{y \in \bar{Y}} g(x, y)$$

なる (x, y) を求めること。

3. 'legal' D. P. 式

i_1, i_2, \dots, i_n を $1, 2, \dots, n$ の順列とし、任意の整数 $\xi \in [0, X]$ と整数 $y \in [0, Y]$ に対して、

$$\phi_k(\xi, y) = \min_{\sum_{j=1}^k x_{i_j} = \xi} \{ \sum_{j=1}^k g_{i_j}(x_{i_j}, y_{i_j}) \}; k=1, 2, \dots, n \tag{1}$$

と定義し、'legal' な D. P. 式 (x に関する)

$$\phi_k(\xi, y) = \min_{0 \leq x_{i_k} \leq \xi} \{ g_{i_k}(x_{i_k}, y_{i_k}) + \phi_{k-1}(\xi - x_{i_k}, y) \} \tag{2}$$

$k=1, 2, \dots, n$

を考える。 $\max_{y \in \bar{Y}} \phi_n(X, y)$ を求めればよいわけであるが、その計算量は組合せ論的である。明らかな不等式

$$\phi_k(\xi, y) \leq \max_{y \in \bar{Y}} \phi_k(\xi, y) \tag{3}$$

を判定基準の目安とする。

4. 'illegal' D. P. 式

$$\bar{Y}_k = \{y; y \in E^k, y \geq 0, \sum_{j=1}^k y_{i_j} = \eta, y_i \in \{1, 2, \dots, n\}\}$$

とし、'illegal' D. P. 式

$$c_k(\xi, \eta) = \max_{0 \leq y_{i_k} \leq \eta} \min_{0 \leq x_{i_k} \leq \xi} \{ g_{i_k}(x_{i_k}, y_{i_k}) + c_{k-1}(\xi - x_{i_k}, \eta - y_{i_k}) \} \tag{4}$$

を考えれば、 $k=1, 2, \dots$ に従って、ベクトルの固定の仕方 (P_k と書く) が決まるが、 P_1, P_2, \dots によって、 (x, y) が $\bar{X} \times \bar{Y}$ のすべてをわたらないので

$$c_k(\xi, \eta) \geq \max_{y \in \bar{Y}^k} \phi_k(\xi, \eta) \tag{5}$$

(3), (5)より

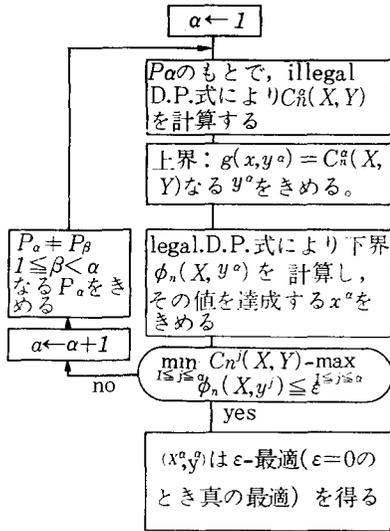
$$\phi_n(X, y) \leq \max_{y \in \bar{Y}} \min_{x \in \bar{X}} g(x, y) \leq c_n(X, Y) \tag{6}$$

で、max-min 値の上界と下界がきまる。

5. アルゴリズム

フローチャートによって、解法の手順を示す。

(有本 彰雄)



Milton Y. Harris, "A Mutual Primal-Dual Linear Programming Algorithm," *Naval Research Logistics Quarterly*, 17, 2(1970, June), 199-206.

(線型計画/主・双対法/応用的)

線型計画法における主・双対法は Dantzig, Ford and Fulkerson により提案されたものであるが、本論文はその拡張したものとして相互主・双対法につきのべている。すなわち、調整変数の相補性の概念を使用していることはいままでのないが、第一段階を部分問題に分離して考えている点にその特徴が現われており、その分離により、より簡単なアルゴリズムとなっている。いま、線型計画問題として、つぎのように与えられたとする。

$$Ax \leq b, x \geq 0, \max z = c'x \quad (1)$$

ただし、 A は $n \times m$ 行列、 b は n 次元ベクトル、 c および x はそれぞれ m 次元ベクトルとする。

(1)の問題に対する双対問題はつぎようになる。

$$w'A \geq c', w' \geq 0, \min u = w'b \quad (2)$$

問題(1)および(2)に調整変数 s および v を導入することにより、それぞれつぎようになる。

$$Ax + Es = b, (x, s) \geq 0, \max z = c'x \quad (3)$$

$$A'w - Ev = c, (w, v) \geq 0, \min u = w'b \quad (4)$$

ただし、 E は適当な次元をもつ単位行列とする。

主問題に対する基底実行可能解 (x, s) と双対問題に対するもの (w, v) が与えられたとき、

$w \cdot s = 0, x \cdot w = 0$ なる条件が満たされるときにかぎり調整変数に関する相補性が成立するという。

これに関連して、問題(1)および(2)に対し、

$(x, s), (w, v)$ が最適解であるために必要十分条件は、調整変数の相補性が成立することであることが知られている。

いま、式(3)および(4)の条件式に w' および x をそれぞれ左および右から掛けることにより、つぎの α を定義する。

$$\alpha = w \cdot s + v \cdot x \geq 0 \quad (5)$$

上のべた相補性に関する性質より、 α が零に近づくならば、それだけ最適解に近づくことになる。

(1)および(2)に対する基底実行可能解として $(x^0, s^0), (w^0, v^0)$ を得たとしよう。ただし

$$(x^0, s^0) \cdot (v^0, w^0) = x^0 \cdot v^0 + s^0 \cdot w^0 > 0$$

となっているとする。(1)に対する現在のタブロー行列を Y_0 とし、その定数列を Y_0^0 、また(2)に対する現在のタブロー行列を Z^1 、その定数列を Z_0^1 として、つぎのLP問題を考える。

$$Y^0(x, s) = Y_0^0, (x, s) \geq 0, \min \alpha_0 = (x, s) \cdot (v^0, w^0) \quad (6)$$

この問題の最適解を (x^1, s^1) とし、 $\alpha_0^* = (x^1, s^1) \cdot (v^0, w^0)$ とする。もし、 $\alpha_0^* = 0$ であれば (x^1, s^1) と (w^0, v^0) が最適解となるが、そうでないときにはつぎの問題を考える。

$$Z^1(w, v) = Z_0^1, (w, v) \geq 0, \min \alpha_1 = (x^1, s^1) \cdot (v, w) \quad (7)$$

この問題の最適タブローを Z^2, Z_0^2 で表わし、最適解を (w^1, v^1) とすると $\alpha_1^* = (x^1, s^1) \cdot (v^1, w^1)$ が計算され、 $\alpha_1^* = 0$ であれば最適解が得られたことになるが、そうでない場合には Z^2, Z_0^2 について Z', Z_0' に対しておこなった処理をくり返し、最終的に n 回のくり返しで $\alpha_n^* = 0$ となって最適解が求められる。このアルゴリズムの有限性も証明されている。以上において、このアルゴリズムの概要につきのべたが、いわば逐次、部分問題を生成しながら、それを解き、目的関数を改善して最適解をうるもので、単体法と比較して必ずしも効率的なものとはいいがたい。この点については CDC 3800 計算機を使って比較しているが、著者自身も認めているとおりである。ただ一接近法として提案している点に一応の面白さは認められるものがある。(成久洋之)

David I. Steinberg, "The Fixed Charge Problem," *Naval Research Logistics Quarterly*, 17, 2 (1970, June) 217-235.

(線型計画/固定費問題/応用的)

固定費問題は一種の非線型計画問題であり、この

種の大問題に対する効率的計算手法なるものは開発されていない現状である。そこで、本論文では分枝限定法 (branch and bound) にもとづく手法と最適解は求まらないまでも、最適近似解を求める実際のアルゴリズムにつき提案している。

一般的に、この種の問題に対しては最適近似解を効率的に求めようとする傾向が最近重視されようとしており、そのほうがより現実的であるという考え方からヒュリスティックな手法がかなり多く提案されている。本論文でも、3種のヒュリスティックな最適近似解法が提案されており、計算結果では、この近似解法でもかなり十分な成果が期待できることを報告している。以下、簡単に概要をのべよう。

一般的固定費問題はつぎのように定式化される。

$$Ax = b, x \geq 0, \min z = cx + dy$$

ただし、 A は $m \times n$ 行列、 b は m 次元ベクトル、 c と d と x はそれぞれ n 次元ベクトルとし、 y は n 次元ベクトルで

$$y_j = \begin{cases} 0 & x_j = 0 \\ 1 & x_j > 0 \end{cases} \quad j=1, \dots, n$$

となるものである。また d_j は非負であり x_j に対応した固定費である。

この問題において、最適解は実行可能解の凸集合における端点でおこることは線型計画法の場合とまったく同様であることが知られている。そこで、端点の部分集合を調べることにより最適解を求める方法として、①混合整数計画法によるもの、②分枝限定法によるもの、が考えられ、②についてのべているのが本論文である。

普通の分枝限定法と同様に、まず解の木 (solution tree) について考え、各節点において付加条件式が課せられるが

1. $x_j > 0$ なる形の m 個の条件式が存在する場合、
2. $x_j = 0$ なる形の $(n-m)$ 個の条件式が存在する場合、
3. 実行可能解が存在しない場合、

solution tree における path は終端となるようにすることで、終端節点の集合がすべての基底実行可能解を含むようになるものである。

$$S_1^k = \{j \mid \text{節点 } k \text{ において } x_j > 0\}$$

$$S_2^k = \{j \mid \text{節点 } k \text{ において } x_j = 0\}$$

$z^k =$ 節点 k における z の下限値

$z^* = z$ の全域的最適値

また、節点 k における条件式としては T^k を考える。

$$T^k = \begin{cases} Ax = b, x \geq 0, x_j > 0 \quad (j \in S_1^k) \\ x_j = 0 \quad (j \in S_2^k), x \text{ は端点} \end{cases}$$

まず、 z^k の下限値を計算するため、

$Ax = b, x \geq 0$ の端点で、 x_j が基底となる条件のもとで、 $\min z_j = x_j$ となる問題を考え、縮退のレベルを調べる。この問題の最適解 x_j^* において $x_j^* > 0$ ならば縮退はなく、 $x_j^* = 0$ ならばその数が最大縮退レベルを示すことになる。

つぎに、

$$x \in T^k, \min z_1 = cx$$

を解き、その最適値を z_1^k とし、さらに、 $z_2^k = \sum_{j \in S_1^k} d_j$

また、 z_3^k として最後の $(m - N_1^k - N_Q^k)$ 個の固定費を考えると、 $z^k = z_1^k + z_2^k + z_3^k$ となる。ただし、 N_1^k は S_1^k の要素数、 N_Q^k は $S_3^k = \{j, j \notin S_1^k \cup S_2^k\}$ 、 $P = \{j, x_j = 0 \text{ で基底となるもの}\}$ 、 $Q = P \cap (S_2^k \cup S_3^k)$ としたときの Q に含まれる要素数とする。

このようにして、節点 k について調べ

$$ax + dy \geq z^k$$

$$cx + dy = cx + \sum_{j \in S_1^k} d_j + \sum_{j \in S_3^k} d_j y_j$$

$$\begin{cases} y_j = 1 & (j \in S_1^k) \\ y_j = 0 & (j \in S_2^k) \end{cases}$$

となって各 path を構成し、最終的に最適解を求めるものである。(成久洋之)

F. Downton, "An integral equation approach to equipment failure," *J. Roy. Statist. Soc., B*, 31, 2 (1970), 335-349.

(信頼性/故障分布/理論的)

多数の components をもつ複雑な装置の故障分布が近似的に指数分布となることは、実際のデータからも実証され、また、理論的にも Drenick, Goldman らにより証明されてきた。Drenick らはこの現象を異なったタイプの renewal process (あるいは point process) の重ね合せとして説明してきた。これらの説明の欠点は指数分布を得るために Components の数と経過時間とに関して 2 重の極限操作を同時に行なうため、収束の速さなどを論ずることができない点にある。

この論文では、きわめて直感的な議論から、上述の現象を説明し、実際のデータなどからかなり早いうちに指数分布的傾向が表われることを示している。まず、次のことを仮定する。

(仮定) 考える装置は非常に多くの部品からなっていて、1つの部品の故障 (故障したらすぐに修理または取替える) は装置の余命に本質的な影

響を与えぬものとする。

(部品が故障したら装置が故障したと考える.)

このような仮定は、かなり自然なようでもあり、指数分布を見越してのこととも思われるが、この仮定をおくと、以下の議論がかなりスムーズに運ばれる。

時刻 t で $n-1$ 回目の故障が起き、時刻 $t+X_n$ 、及び $t+X_{n+1}$ でそれぞれ n 回目及び $n+1$ 回目の故障が発生すると考える。そこで $F_n(u) = P(X_n \leq u)$ とおくと、仮定よりすぐさま

$$P(X_{n+1} > x | X_n = u) = \frac{1 - F_n(x)}{1 - F_n(u)} \quad (x \geq u)$$

が導かれる。なぜなら、 n 回目に相当する故障が時刻 $t+u$ で起きていようが、いまいが、 $n+1$ 回目に相当する故障は時刻 $t+X_{n+1}$ で起こるのであるから、 n 回目に相当する故障はなかったものと考えて、 X_{n+1} を X_n と間違えたと考えてもよいではないか、というわけである。そこで、 $X_{n+1} - X_n$ (n 回目の故障から $n+1$ 回目の故障までの時間間隔) の分布を $F_{n+1}(x)$ とすると、上の関係より

$$1 - F_{n+1}(x) = \int_0^{\infty} \frac{1 - F_n(x+u)}{1 - F_n(u)} dF_n(u)$$

なる式が導かれる。いま、 $\{F_n(x)\}$ の極限が存在す

るものとすれば

$$1 - F(x) = \int_0^{\infty} \frac{1 - F(x+u)}{1 - F(x)} dF(u)$$

なる積分方程式を得る。この方程式を満たす $F(x)$ は次の通りである。

- (i) $F(x)$ が連続で $F(-0) = 0$ のとき \Rightarrow 指数分布
- (ii) $F(x)$ が可付番個の点を除いて連続のとき \Rightarrow pure step function
- (ii)' $F(x)$ が離散的 \Rightarrow 幾何分布

しかし、(i) の条件がどのような場合、満たされるかなど不明な点が多い。

次に、 $F_n(x)$ がかなり速く指数分布に近づくことを、 $F_0(x)$ が 2 回微分可能な場合、 $F_n(x)$ の確率密度関数 $f_n(x)$ が、 $n \geq 1$ で $f_n(0) > 0$ 、及び $f'_n(0) < 0$ なる性質をもつことから予想している。実際 $F_0(x)$ として、Weibull 分布や、Luchak の分布などをとり、グラフや変動係数などの推移の表をつくり、指数分布への近づき方の早いことを示している。

最後に 100 台ほどのバスのエンジンの故障のデータにより、ここで直感的に導いた $F_n(x)$ がよく適合することを示し、この議論の妥当性を裏づけている。(森 雅夫)

書

評

稲葉清右衛門 編著「やさしい NC 読本」日本能率協会、昭和45年、246ページ、1,200円。

いまさらOR屋にNCの話をしてもしようがないが、頼まれたのでいやいや書評を書く。編著者の稲葉さんは富士通の計算制御部長、各章の執筆は部下の課長連、まさに富士通のカatalogだ。

ヌーディスト・クラブの頭文字もNCだけど、お堅い機械工業ではNCは数値制御 (Numerical Control) のことである。加工物の寸法や加工条件がさん孔された指令テープを、清報処理装置 (NC装置) が読みとり、指令パルス列に変換する、この指令パルス列がサーボ機構 (たとえばパルスモータ) の入力となって工作機械 (NC工作機械) を駆動し、指令どおりの加工がおこなわれるというのがNCのしくみである。

貿易の自由化と賃金の上昇の板バサミにあって、

自動化、省力化、ひいては無人化と、生産システムがエスカレートしてゆくなかで、その主役をつとめるNC工作機械の生産台数は毎年2、3倍の伸びを示し、今日では3,000台をこえるNC工作機械が稼働 (日本で) している。

このNC装置 (FANUC シリーズ) とパルスモータで圧倒的なシェア (日本で) をほこる富士通の歩みは、そのまま日本のNCの歴史 (1957年以後の) でもある。この本は、FANUC、パルスモータ、NCのソフトウェア、NC工作機械、NCの保守などの章からなっており、ひと通りのことは書いてある。“やさしい”と銘打ってあるとおりに、われわれ大学卒のインテリには縁のない本だが、万一、現場の技術者から“NCの本は”と聞かれたら、“イナバさんの本”と答えておけばよい。

紙数があまったので、日本で出版されたNC関係