

化を早急に探知して、予測モデルの変更などのアクションをとる必要がある。本論文は、過去の予測誤差の変動状況から、モデル（あるいはパラメータ）を変更すべき予測誤差の信頼限界値をいかに設定すべきかに関して述べられたものである。

論文の前半においては、平滑化誤差 (smoothed error) の分散について数値解析が行なわれている。すなわち分散はノイズ、平滑化定数そして2項係数の自乗の和によって示され、予測誤差の和の分散は、次式に示す如く自由度の1つ少ない平滑化誤差の分散を平滑化定数の自乗で割ったものに等しいことが証明されている。

$$(1) S_{N+1}^2 = \sigma_N^2 / \alpha^2$$

ただし  $\sigma_N^2$ : 自由度(N)の平滑化誤差の分散

$S_{N+1}$ : 自由度(N+1)の予測誤差の和の分散

$\alpha$ : 平滑化定数

指数平滑法による予測システムのモニタリングに関しては、R. G. Brown と D. W. Trigg によって研究が発表されている。Brown はモニタリングのために、次式によって示されるトラッキング・シグナルの計算を提案し、合わせてその信頼限界も設定した。

$$(2) \text{トラッキング・シグナル} = \sum \varepsilon_i / MAD$$

ただし  $\varepsilon_i$ : i 期の予測誤差

MAD: 平均絶対偏差 (Mean Absolute Deviation)

また Brown は予測誤差の和の分散を、次のような一般的な関係として定式化し、

$$(3) \text{予測誤差の和の分散} = \frac{\sigma^2}{1 - (1 - \alpha)^{2N}}$$

ただし  $\sigma^2$ : データに含まれているノイズの分散

N: 自由度

他方、MAD は  $2\sigma / \sqrt{\pi(2-\alpha)}$  で示されるから2シグマ限界を次のごとく書き表わしている。

$$(4) \pm \sqrt{\frac{\pi(2-\alpha)}{1 - (1-\alpha)^{2N}}}$$

Trigg は Brown の式を改善し、予測誤差の和を平滑化誤差で置き換える簡単な修正を加え、標準偏差  $\sigma = 1.2MAD$  なる関係を利用して、次の2シグマ限界を提案した。

$$(5) \pm 2.4\sqrt{\alpha / (2-\alpha)}$$

Trigg はこれらの関係を基に、シミュレーションによって  $\alpha=0.1$ ,  $\alpha=0.2$  の場合に関してトラッキング・シグナルの値に対する累積確率を求めている。このように求めた信頼限界が、アダプティブ (移動平均法や指数平滑法) システムにおいては系列相関の影響があるため、厳密な意味で現実には適用できないと認めながらも、実際において平滑化の程度 (応答度) が小さい場合、それ程の修正が必要ないであろうと述べている。しかし著者は、経験上その修正は重要であるとし、Trigg が求めた値と実際に比較を行ない、 $\alpha=0.1$  の場合で20%、 $\alpha=0.2$  の場合で25%の違いがあることを指摘している。

論文の後半は、前述の関係式(1)を利用して、トラッキング・シグナルの信頼限界値を、正規分布表およびシミュレーションによって求めている。信頼限界を数値計算で求める場合、2つの系列相関を含む変数の比率を取り扱うため、非常に難しい。しかしながら  $\alpha$  が小さいと仮定すれば、MAD が比較的一定の値に近づくため計算が可能となる。そこで平滑化誤差が零を平均とする正規分布に従うと仮定すれば、トラッキング・シグナルは近似的に零を中心として次のような分散を持つ正規分布となる。

$$(6) \frac{\alpha \pi}{4(2-\alpha)^{2N}} \sum_{i=0}^N \left[ \frac{N!}{i!(N-i)!} \right]^2$$

著者は  $\alpha=0.1$  に関して正規分布表よりトラッキング・シグナルの限界値を計算し、同様に  $\alpha=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$  に関しシミュレーションによってその信頼限界値を求めている。この結果、シミュレーションによる各累積確率に対する信頼限界値と理論的に数式から求められた値が、ほぼ一致すると確められている。(星野珉二)

## 書 評

刀根 薫著「オペレーションズ・リサーチ読本」  
日本評論社、昭和45年。  
この本に盛られている内容は

1. オペレーションズ・リサーチとは
2. 線形計画法
3. ネットワーク分析と PERT

4. 確率と確率分布
5. 待ち行列
6. シミュレーション
7. 在庫管理

である。この本はもともと「文科系のためのOR」として執筆されたため、それほどむずかしい数学を使わずに、上記の各分野のエッセンスをわかりやすく読者に理解させようとしている努力がはっきりと出ている。

この本では、主に、2章と3章の線形計画法とネットワーク分析に力点がおかれているということは著者の今までの活躍から推して当然のことである。特にネットワーク分析では限られた紙数にPERT、CPMに関連する事柄をうまく収めており、これがこの本の特徴をかたち作っている。

特に各分野で目につく点は、日常的な例を引用して各手法の適用方法を説明しているが、この意味で、この本の意図する「文科系のためのOR」が生かされている。

この本の意図する点をより充実させるために、つぎのような点を著者に期待する次第です。

1. ORの一特徴として interdisciplinary といわれているが、より具体的な形での結びつき方の議論がなされるべきであろう。
2. システムズ・アプローチということがいわれているが、それが各手法を用いた問題解決の場でどのように生かされるかがケース・スタディの形で提供されるならば、よりORの手法が現実の問題解決手段として有効になってくるであろう。
3. 各手法の将来の発展方向、展望が付されているならば、現在おかれている状態がどういふものかより鮮明になったのではないか。

これらの点は非常に欲張った要望であるが、理論的、实际的に多年にわたって活躍されてこられた著者に多大の期待を寄せている結果である。より幅の広い「文科系のためのOR」を期待しています。

(宮嶋 勝)