



### 第3回 OR金曜サロン記録

## “ネットワーク”

昭和44年10月3日

出席者 伊理正夫 (東大)・香月輝久 (日石輸送)・刀根 薫 (慶大)・戸山一雄 (道路公団)・永江英夫 (日立)・平本 巖 (日科技研)・森口繁一 (東大)・矢部 真 (国鉄)・吉沢 正 (東大)・渡辺忠 (防衛庁)

記録作成者 刀根 薫

OR金曜サロンは気楽なおしゃべりの会である。「サロン」と云えば、フランス王朝期の伯爵夫人のサロン、苦沙弥先生のサロンから現代銀座裏に栄える高級サロンにいたるまでさまざまなものがあるようだが、共通した点はホスト (もしくはホステス) がいて、客をもてなすことであろう。

OR金曜サロンがどのようなサロンになるかはこれからの課題であるが、ランダムサンプルされた善男 (残念ながら善女はまだいない) が一夜集って苦沙弥先生こと森口繁一東大教授を中心に談論風発する様子は従来の学会活動とは趣向をかえた試みとして注目に値するものと思う。第3回は表題のようなテーマで開かれた。報告者当夜の気楽なおしゃべりを本誌に写像するように義務づけられて甚だ困惑を覚えている。一体、フルコースの料理を食べ終わった後の跡片付けや、部屋一ぱいにオモチャをひろげて遊んだ後の整理整頓が如何に苦痛であるかを想像してもらいたい。苦しまぎれに報告者は2人 (仮にAさん、Bさんとする) の対話風にまとめてみた。しかし当夜の座談の内容をかなりゆがめて写像してしまったのではないかと恐れるものである。

#### ネットワークの解析

A 先ずどんなことが話題になったか。

B ネットワークとは何かということは一応棚上げしておいてネットワーク的と思われる現象を取り上げた。電力系統、鉄道、道路、水道、ガス、電話、郵便、石油や天然ガスのパイプライン、坑道などから命令の伝達系統図、会社の組織、仕事の手順などがある。たいていの場合、そこに何かが流れる。

A 流れの速さはどの位かね。

B 電気のように文字通り電光石火にとどくものから、郵便のように永遠にとどかないものまである。鉄道、道路などは速さを感じる代表的なものである。新潟の天然ガスはパイプラインによって東京に送られているが、これが秒速6米位で流れている。東京まで15時間位かかる。遅い部類に属する。

A しかし速さだけでは片のつかないこともあるよ。水道やガスや天然ガスは栓をヒネれば直ぐに出てくるので速さはそれ程問題にならない。ネットワ

ークに物がぎっちりつまって流れている場合とそうでない場合とでは区別しなければならない。道路では逆になるべく空にしておく必要がある。

B ガスや水道では専用の管に物が充滿していて圧力によって直ぐに飛び出してくるので我々は便利さを感じるわけだが、その分の固定費がかかっていることになる。

ところでネットワークの流れの解析が方々で問題になっているが、一例として電力系統ではその系にどれ位の電力が送れるか、安定性はどうか、位相のずれが起らないかなどが問題となる。これらの問題は時間を独立変数とする2階の線形連立微分方程式として表現できるし、既にそれをとくプログラムも出来ている。最近開発されたコードでは、ネットワークのトポロジカルな構成とエレメントの特性値を入力データとして与えれば自動的に微分方程式が組立てられ解かれるようになっている。ほぼ同種の問題がガス網や坑内の通気網の解析にも発生する。ガスや通気の場合にも、電気の流れの場合のキルヒホフの

第1法則と第2法則に相当するものがあり、それらを満足するように各点 (node) の圧が決まると思われるが、方程式としては非線形の連立方程式になる。

A その場合にネットワークであるという特徴が解法に生かされるのだろうか。

B 通気網解析などでは、点の圧を直接決めるよりは網目に着目した方が未知数の数が減らせる場合が多い。そう云う点で特徴が生かされている。ところで、これらの方程式の1つ1つはかなりローカルな(あるいはミクロな)ものであるからそれを解いてグローバルな像を得るということにはさまざまな問題が残る。モデルの構成自身にも問題があったり或いは数値解法がなかなか収束しなかったりする。系が大きくなればなる程それが顕著になってくる。

A 今の話は現存するネットワーク上での流れの解析だが、新設するような場合はどうだろうか。

B 石油のパイプラインを引くようなときでもさまざまな要素が考慮される。需要の分布、輸送に要する時間、安定性、経費、ルートや土地の選定の問題などであるが、OR的な考察や解析が大いに必要とされている。道路についてもほぼ同様のことが云えるだろう。

#### Max-Flow Min-Cut 定理

A ところで流れに関しては有名な max-flow min-cut 定理というのがあった。たしかネットワークの2点間を流れうる最大流量が2点間の最小カット値に等しいという内容だと思ったが、この定理はどんな場合にも成立するのか。

B 大抵の場合に成立するし、流れに関係した問題でOR的な考察の有用性を最も顕著に示したものがこの定理ではないだろうか。これは本質的にLPの双対定理であり、ネットワーク上の流れの問題に関しては枝の流れと点の圧が互いに双対な変数として登場し、complementary slackness の定理を仲介にしてこの両者をうまく操作することにより最適解が得られる場合が多い。単純な max-flow 問題をはじめとして Hitchcock 型輸送問題、一般の輸送問題、CPM などでも基本的にはこの定理の応用に尽きるわけだ。

A 少し話を落すようだが、郵便の配達などはどうだろうか。この場合にも max-flow min-cut は成立するだろうか。

B 郵便の場合は局での仕分けに時間がかかって

いるのではないだろうか。最近は機械を導入して郵便番号をもとに仕分けの自動化を試みているようだが、まだまだ問題がある。郵便の仕分けにあたるものとしては、たとえば鉄道ではヤードがあり道路では交差点がある。これらはネットワーク上では点にあたり、点に容量をつけることによって max-flow min-cut の考察の対象となるだろう。

しかしそれにしても郵便は遅すぎる。これはシステムに欠陥があるのではないだろうか。経営システムにしてもネットワークとして tree 状なのではあるまいか。鉄道や電話では loop になっていて、ある枝が満杯になれば別の枝を通して行ける。道路も同じことだ。しかし郵便は tree 状のために融通がきかないのではあるまいか。

ネットワークの予防や保全のためには loop がある方が形態として望ましい。

A どんな場合にもそうだろうか。

B いや電力輸送の場合は loop があることは突発的な事故に対して危険な面があるので、tree 状に送電を行なっている。実際には loop になっているものでも運営上は tree としている。

A 道路ネットワークが災害などで破壊される場合の対応策は。

B 仮想敵国などが東京-大阪間の道路交通を遮断するような場合で言えば、一番狙われやすいのは min-cut の部分だろう。それから next min-cut, next next min-cut といった順番になるだろう。つまり敵の立場からは cut を小さいものから順に並べたようなものが欲しいことになるだろうが、これはまあ一種の sensitivity analysis になる。と云っても全部求めるのは大変なことだ。むしろ電子計算機を使って片っ端から cut をしらべそれを順番に並べる方が早いだろう。ネットワークを整理してやればそれ程むづかしいことではない。もっともこの問題も味方の防御という要素を入れてゲーム的なモデルにすれば、Shannon の switching game に似たものになる。一方はスイッチを閉じて電流を通そうとする。他方は開いてこれを防ごうとする。このゲームには理論的な解はなかったと思う。

#### 組織のネットワーク

A 会社の組織ではどうだろうか。

B 軍隊の指揮系統などは tree 構造だね。tree

構造は上から下への情報の伝達という点では能率よく出来ているが、全員の意思の疎通という点ではよくない点がある。云いかえれば、統制力を要するような構造には tree がよいが創造的な仕事には loop が入っていた方がよい。大学などでも普段は学部学科という具合に縦割りの tree 構造で動いているが、紛争が起ったために多くの委員会が発足し、それは縦割りの tree に対して横の連絡網となって働くことになった。そのために情報の流れがよくなったし他に多くの利点があった。

組合なども横割りの組織であり、会社の組織という縦割りの情報網とは異種の情報網と云えるだろう。こうしてみると縦割りシステムとそれを横に結ぶシステムの最適な関係が問題となってくる。会社の中で事務系の人と技術系の人との対立がよく見られるが、これなども情報の流れが異種であり、それが最終点でぶつかり合うためではないだろうか。このような場合にも formal, informal を問わず何んらかの横のつながりが欲しいところだ。

A 書類の流れなどはどうか。

B ハンコを押す順序が決っているために流れが滞ることがある。かと云ってパラレルに書類を回せないことも多い。書類のさし戻しというような複雑な interaction のあるものはネットワーク式よりは会議形式の方がよいだろう。しかし会議では逆になかなか結論が出ないという欠点もある。

### 道 路 交 通

A 道路の交通量に関しては……

B 新しい道路を作った場合車がどのような流れ方をするかをシミュレーションによってしらべている。たとえば凸市から凹市に向う道路として高速道、国道、県道があり、凸市から凹市に向う車の種類とその台数が既知とする。ドライバーがどの道をえらぶかは道路の混み方に勿論左右されるが、それ以外に重要な要素として各ドライバーの時間価値がある。これは1分間節約するためにどの位のお金を払う用意があるかを示す数値で乗用車は高くトラックなどは低い値を示す。経験上、1分間のその人の所得の1/3位であるらしく、所得の分布が対数正規分布であるから、時間価値の分布も対数正規とみなされる。

このシミュレーションでは、予定している各車種台数の1/10を先ず流してみる。各々の車は自分の時

間価値や目的に応じて夫々の道路をえらぶ。次にまた1/10を流してみる。今度は前の試行によって道路の交通状況（通行速度等）が違ってきているので、その状況下でのデシジョンに従って各ドライバーは道路を選択する。このような1/10ずつの incremental assignment を10回やれば一応現実の姿がシミュレーションできるであろうという考え方だ。現在までに名古屋、大阪、北九州についてやってみたが、いい結果が得られている。問題は1回のシミュレーションに要する計算機使用料がまだまだ高いことだ。

A 苦沙弥先生のお見立ては……

B 苦沙弥先生と寒月君の意見は次のようなものだった。計算時間を短縮するためにはネットワークを等価回路を使うなどして簡略化するのが1つの手だ。また1/10ずつ流すという incremental assignment 法も検討の余地がある。10回の assignment の結果が平衡状態を示すのではなく、使用者はその状態を見てまたデシジョンを下すのではないか。したがってその収束状態を問題にするのならば、1/10というきざみの取り方も再考の余地ありそうだ。きざみが余りに荒いと解に収束するまでの振動がはげしいし逆に余りに細かいと収束するまでに時間がかかりすぎる。この場合にも最適なきざみについて、SOR (successive over-relaxation) における Young の加速係数の理論のような理論が欲しいところだ。

ところでこれまでの話は static なものが多かったが、dynamic な問題も多い。例えば道路上のある部分では相当なスピードで走っているのにその先ではガクンとスピードが落ちて渋滞している。一種の shock wave だ。そのために流れが悪くなる。交通の流量というものを (車の密度) × (流れの速度) と見ればこれを最大化させるための最適速度があるに違いない。こういう現象のはなはだしいのは高速道路の合流点とかトンネルの中だが、ニューヨークのリンカーン・トンネルではトンネルの壁に光る目印をつけて前車との車間距離を約20米に保たせ、さらに時速40マイル (約64キロ) の一定速度を保たせることによってそのような shock wave と渋滞を防止している。これらの結果はシミュレーションによる分析をもとに得られた。

合流点では車のマーキングのルールを確立する必要がある。道路の問題では道幅などの容量の問題を

別とすれば交差点や合流点の処理が一ぱん大きな問題であり、この部分にOR的な考察が欲しい。たとえば2車線の合流点では、交互に入るとか、3車線以上では2つずつ混ぜて行くとか、高速道路の出口の設計にも問題がある。ゲートの数を多くし過ぎると出た所で shock wave が発生する恐れがある。待ち行列の方でもこういった merging rule を含むような系の待ち現象を取り上げてもらいたい。

次に料金制の話。イギリスのウォルターズという人が距離比例制の料金よりは均一制の料金の方が地域開発の目的のためにはよいという理論を発表している。考え方は次のようなものだ。ある地域を開発してそこが便利になったときに利益を受ける人から、その地域開発の費用を取ることにした場合、どちらの料金制度を採用したときに開発面積がより大きくなるか、という問題に対する解答が均一制料金となる。その意味では首都高速の均一料金は合理的であるし、通勤輸送も、居住者の住宅地の開発という見地からは均一制の方がよい。

PERT など

A PERT についてはどうかね。

B 建設会社などではORの代表的なものとして

使われているし、一般に始点と終点がはっきりしていてその間に作業が決った順番で進行して行くような場合に日程を計画したり配員計画を立てたりといった目的で広く用いられている。大きなシミュレーション・プログラムを作る場合、多数の人がプログラムを組むことになる。そのような場合にもクリティカル・パス上に優秀なプログラマーを配置すると納期上のトラブルが少なくてすむ。一方、一般の生産会社で多種小量生産のスケジューリングに PERT をそのままの形で持ち込むことには問題があり job-shop スケジューリング、ライン・バラシング、シミュレーションなどの考え方を導入しなければならない。またネットワーク上の待ち行列も取り上げなければならないテーマだ。

A ネットワークの合成という点からは何か話はなかったか。

B 道路、輸送管をはじめとして各所で問題になっている。この問題も容量の値などが、連続的に変化するようなモデルと電気回路のように線を一本引くか引かないかではトポロジカルな構造に大きな変化が起るので不連続な思考を要する場合がある。