経営科学　第13巻　第1号（1969年10月）

都市圏におけるマス・トランスポーテイションの最適計画†

青　山　吉　隆*

1. はじめに

現在いろいろな意味で都市問題は多くの分野から注目を集めている．このなかでORマンの参加しうるのは計測可能領域である．そしてこの計測可能領域のなかでも，物的施設を利用する車や財貨の流動に関する主に運輸，交通の分野において都市問題に係わっている．一方都市計画や交通計画などのように物的施設の配置計画は今なお一般には直観的領域にあるものとされ，この分野へのOR的アプローチは少なく，都市問題とORの位置づけがようやく論じられはじめている [1]．このような現状にあるのは，都市施設の配置計画には政治的要素が強く働き，かつ都市施設に利害関係を持っているのが不特定多数の人々であるためORマンにとって，いわゆるうまみがないためであろう．それとまた都市施設が都市のアクティビティと密接な関係をもっており，しかもその関係の計量的な表現と，施設整備の効果の可測が難しいという技術的な問題によるものであろう．

本稿は都市施設計画の一分野として，都市圏のマス・トランスポーテイションの配置計画を計量的に表現したものである．都市のアクティビティの源泉である人口とマス・トランスポーテイションとの関係を分析し，都市開発戦略の手段として施設計画を論じる．

2. 都市人口理論

(1) 形式人口学 [2]

人口の都市集中，あるいは都市人口に関する法則を最初に定式化しようと試みたのは，F. Aurebach であるとされている．F. Aurebach は都市の人口を大きいものから小さいものへと順位をつけて並べた場合，都市人口の大きさと順位番号との積はほぼ一定となることを見出した．すなわち順位を R，順位 R 番目の都市の人口を S_R, M を定数とすれば，式 (1) が成立つとした．

(1) $$R \cdot S_R = M$$

さらに G.K. Zipf は F. Aurebach の法則を“順位と大きさの法則 (rank size rule)”として

---

† 1969年4月19日受理

* 京都大学工学部交通土木教室

拡張し，指数 n を添加して式 (2) の型に一般化した.

(2) $$R^n \cdot S_R = M$$

これらの経験式に対して，その適合性はその後，世界各地域で認められたが，式の意義については疑問とされていた. しかし J.Q. Stewart は Zipf のこの法則が都市人口の大きさの分布に適合するのみでなく，より広い適用範囲をもつことを示し，さらに物理学における熱力学的平衡状態にある気体の分子間エネルギーの Boltzmann 分布がこの法則に一般的な類似性を示すことを指摘し， Zipf の法則の意義を競争状態にある要素間の均衡を表わすものと説明した.

さらに人口の地域内分布に関する法則として Colin Clark の人口密度距離法則(The Negative Exponential Density Distance Relationship) がある. Clark は地域内の人口密度の分布について，式 (3) がほとんどすべての都市について，時代の如何を問わず成立するとした.

(3) $$\rho_d = \rho_0 e^{-bd}$$

ここに ρ_d: 都市中心から距離 d の地点の人口密度.

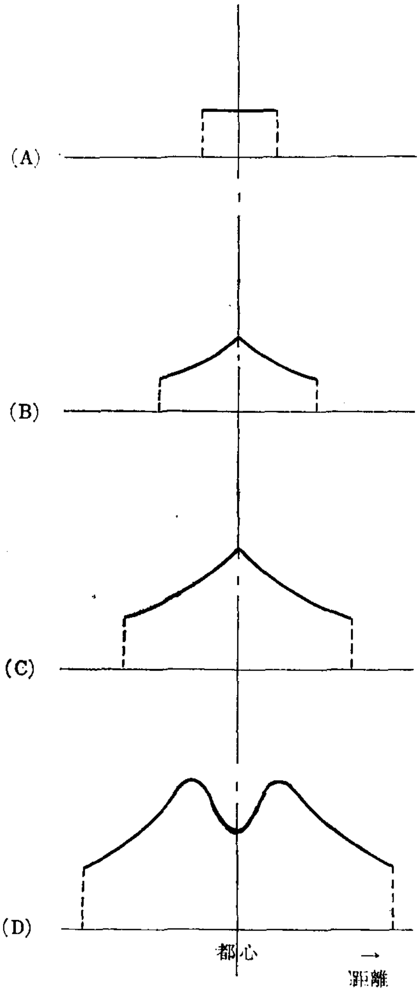
ρ_0: 都市中心経済地区に外挿された中心人口密度.

係数 b は都市により，時代により異なるが，都心に向って人口がいかに密集しているかの尺度であり，一般に近代化が進むにつれて b の値が小さくなる傾向があると指摘した. しかし，Clark は式(3)についていかなる理論的根拠をも示すことなく，ただ経験的法則を提示したにすぎなかった. また Bellmann は Zipf の rank size rule の拡張した法則として Clark の人口密度分布の法則をとらえている. すなわち rank size rule は都市人口の大きさと順位を対象とし，Clark の人口密度法則は都市内の小地域 (zone) の人口密度の大きさと都市中心からの距離を対象としており，ゾーンを距離により rank されたものと考えれば，その適用範囲が都市集団と，都市内ゾーンとの相違だけであり，これら 2 つの法則に類似性を見い出すことができる.

(2) 都市の拡大過程

これまでの人口の地域分布に関する法則が地域をかなり単純化してとりあつかっているのと同様に，この論文でも単純化された都市を対象とする. すなわち都市は特色のない平野 (Featureless Plain) [3] に位置し，都市内のゾーンは自然地形的にも，歴史的発展過程においてもすべて均質と見做されるとする. 都市の範囲は行政的，地形的な境界の内部でなく，それらを越えて日常の都市活動のための可動性 (mobility) により緊密に一体化された地域を対象とする. この定義に基づく地域全体を都市圏 (Metropolitan Area) と呼ぶことにする. さらに都市圏の内部は任意の尺度 (たとえば都心までの距離とか時間) により階層化され，それぞれの階層に属するゾーンの面積を等しくしておく. ゾーンの面積を等しく与えた都市モデルにより，ゾーンの広さの相違による影響を除去することができる. たとえば人口分布パターンと人口密度パターンとが一致し，以下の議論に便利なことが多い. ゾーンの面積が異なる都市モデルに対する補正は後に述べる.

さて都市圏の発達を抽象的に過程を追って考えてみよう. まず都市に充分な中枢機能をもつ中



図—1　都市人口の成長過程

心部がまだ発達していない段階においては，都市中心部からの隔たりという概念自体存在しない．この段階では特色のない平野において，各ゾーンの立地条件には何ら差が見られず，図-1(A)のように人口はすべての地域で一様である．しかしやがて小規模ながら都心部が発生し，都市圏の中枢的な働きをするようになってくると，この都心部からの隔たりによりゾーン相互の間に立地条件の差が生じてくる．そして都市中心部からの距離に対して人口は図-1(B)のように分布してくる．この段階以後，都市圏の人口増加につれてパターンは(B)から(C)へと変化し，裾が広が

り，全ゾーンにわたり人口が増加する．都市圏が小さく，交通機関の発達が進んでいない段階では(B)，(C)のパターンの距離の尺度は空間距離により表わされる．そして都市圏が拡大し，交通機関が発達し，鉄道網，道路網が整備されてくると，人口や市街地はそれら主要な交通施設に沿って伸展し，いわゆるスプロール化が生じてくる．E.W. Burgess の同心円地帯理論 [4] (Theory of Concentric Circular Zone) や Clark の人口密度距離法則はいずれも都心からの隔りとして空間距離を用いた理論である．しかし交通機関が十分に発達した現在，空間距離よりも，マス・トランスポーテイションを利用した場合の時間距離の方が人口分布を決定する影響が強い．事実 Clark の経験式 (3) と同型の式で，ただ d としてマス・トランスポーテイションによる時間距離を用いた場合，東京西部において十分な適合性を示すことが確かめられている [5]．こうしてパターンが(B)から(C)へ至る過程で，交通網の発達が隔たりの内容を変えていく．

さらに都市圏に人口が集中して都市圏が拡大してくると，それにつれて都心業務地域も広がっていく [6]．この段階あたりから，人口は都心地域で減少を見せはじめ，図-1(D) のように，都心外辺で頂点をもついわゆるドーナツ現象がおきる．このパターンは日本では首都圏や近畿圏などの大都市地域でみられる．このパターンの出現はもはやこれまでのように都市圏内の地域のランクづけに時間距離のみを用いては不十分であることを意味している．すなわち住宅立地条件として時間距離以外のゾーンの要因を考慮しなければ図-1 の発展過程を体系的に説明できないことがわかる．特色のない平野にあるゾーンの時間距離以外の要因はそのゾーンの地価の大きさである．つぎにこの2つの要因を考慮して，都市圏の発達過程を数理的に体系化することを試みる．

(3) 人口都市化の理論[1)]

都市圏の人口分布理論にとって，都市圏の総人口 N は外生変数である．都市圏の総人口は，その都市圏が他の都市圏に対して相対的に持っている経済的，社会的条件，あるいはまた政治的，文化的条件によって規定されるポテンシャルに対して従属関係をもつ値であり，都市圏のマス・トランスポーテイションにとって，制御し得る変数ではないからである．マス・トランスポーテイションによる応答変数は，その総人口 N のゾーンへの分布人口 $[n_i]$ である．より厳密に言えば，ゾーン i の人口 n_i に対し，式 (4) で定義される人口構成比 p_i が応答変数である．

$\sum_i n_i = N$ であるから当然式 (5) が成立つ．

(4) $$p_i = n_i/N, \quad (i=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

(5) $$\sum_{i=1}^{m} p_i = 1 .$$

ここでゾーンはすべて特色のない平野に位置し，各ゾーンの面積は等しいとする．このとき，それぞれのゾーンの立地条件に対する情報がまったくないと仮定したときに生じる人口構成比 p_{0i} は，ゾーンの数の逆数に等しい．すなわち

1) 天野，青山，藤田，“都市人口分布形態に関する情報理論的研究”，土木学会論文集第142号（昭和42年6月），31-38 に一部を発表．

（6）　　$p_{0i}=1/m,\ (i=1,2,\cdots\cdots,m).$

（7）　　$\therefore\ \sum_{i=1}^{m} p_{0i}=1$

それゆえ情報を得ない状態で，それぞれのゾーンに n_1 人，n_2 人，……，n_m 人づつ住む確率すなわち統計力学でいう微視状態の生起確率 U は式（8）で表わされる．

（8）　　$U=\prod_{i=1}^{m}(p_{0i})^{n_i}=\prod_{i=1}^{m}(1/m)^{n_i}=m^{-N}$

この微視状態は N 人をそれぞれ n_1 人，n_2 人，……，n_m 人に分割する組み合せの数だけあり，その数 V は式（9）である [7].

（9）　　$V=N!/(n_1!\cdot n_2!\cdots\cdots n_m!)=N!/\prod_{i=1}^{m} n_i!$

それゆえ任意の1つの人口分布パターン $[n_i]$ が生起する確率，すなわち巨視的状態の同時確率，W は U と V の積で多項分布となり，式（10）で表わせる．

（10）　　$W=U\cdot V=m^{-N}\cdot(N!/\prod_{i=1}^{m} n_i!)$

情報を得る以前においては，人口 $[n_i]$ は式（10）を最大にするように分布する．ここで，U は式（8）より $[n_i]$ に対して一定であり，結局，V を最大にする $[n_i]$ が実現する．そこで V の $[n_i]$ に対する変化を調べるために，式（9）の対数をとると，

（11）　　$\log V=\log N!-\sum_{i=1}^{m}\log n_i!$

さらに一般に $n_i\gg1, N\gg1$ であるから，スターリングの近似式（12),（13）を用い，

（12）　　$\log N!\fallingdotseq N\log N-N$

（13）　　$\log n_i!\fallingdotseq n_i\log n_i-n_i$

式（4）を代入して，式（11）を変形すると，

（14）　　$\log V=-N\cdot\sum_{i=1}^{m} p_i\log p_i$

ここで式（15）により H を定義すると，H

（15）　　$H=-\sum_{i=1}^{m} p_i\log p_i$

は統計力学や情報理論で使われるエントロピーの型であり．N が外生変数で一定と見做されるので，V はエントロピー H が最大のとき最大値をとる．

エントロピー H は制限条件式として式（5）を与えると，$p_i=1/m\ (i=1,2,\cdots\cdots,m)$ のとき，最大となる．これは図-1(A)のパターンに該当する．このパターンは近接性の概念自体が存在しないので，特色のない平野において，ゾーンの立地条件に関する情報を得ていないことと同義であり，一様分布がエントロピーを最大にすることにより説明できる．

しかし図-1(B)以降のように都心業務地区が生じ，都市圏の中枢的機能を果すようになると住

宅立地条件がゾーンによって異なってくるのでエントロピー最大過程に立地条件の差を内生化しなくてはならない．次に立地条件について考察する．

R.M. Haig は都市の土地価格の理論 [8] の中で，個人あるいは企業の立地条件として，近接性以外に交通費と地代とを加えて，摩擦費用（Cost of Friction）の最小化の原理を唱えた．Haig による摩擦費用とは結局，空間の摩擦（Friction of Space）と地代である．同様の理論を Schäffle, A.E.F. は"生活阻害条件の最小限化の法則" [9] と呼んでおり，生活阻害条件を構成する要因として，土地の自然的，社会的条件の悪さ，交通の不便さ，地形の狭さなどを上げている．いずれもそれぞれのゾーンに立地のために抵抗となる摩擦費用を考慮し，都市圏内に立地しようとする個人あるいは企業が，摩擦費用を最小にする選択行動をすると主張している．この選択行動はエントロピー最大過程に対立して，摩擦費用最小を目的とする組織化過程である．Maruyama は社会現象と熱力学の第二法則を結合した論文 [10] の中で，いかなるシステムも deviation correcting と deviation amplifying の２つの過程を含んでいることを指摘したが，これに従えばエントロピー最大過程が deviation amplifying process であり，摩擦費用最小化過程が deviation correcting process であるといえよう．

さて摩擦費用を構成する要因に関する議論は後で行なうとして，広義に摩擦費用をとらえて，２つの過程について考えていく．ゾーン i の摩擦費用を v_i とすると人口１人あたりの摩擦費用の期待値は式（16）である．

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} n_i v_i = \sum_{i=1}^{m} p_i v_i \tag{16}$$

都市圏の人口分布動態はこれまで述べてきたように，式（15）を最大にする傾向と，式（16）を最小にする傾向の２つを含んでおり，これら２つの過程の均衡点は式（17）を最大にする点として求められる．

$$F \underset{Def.}{=} \left(-\sum_{i=1}^{m} p_i \log p_i\right) \Big/ \left(\sum_{i=1}^{m} p_i v_i\right) \tag{17}$$

関数 $\boldsymbol{F}$ は情報理論において，１因子情報路における単位特性値あたりの伝達情報量を表わしており，$\boldsymbol{F}$ を式 (5) の制限条件式下で最大にする人口構成比 $[p_i]$ を求める方法はよく知られている [11]．まずラグランジェ関数 $\boldsymbol{G}$ を式（18）で定義する．

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{H}/v + \eta\cdot\left(\sum_{i=1}^{m} p_i - 1\right) \tag{18}$$

ここに η：ラグランジェ乗数

$$v = \sum_{i=1}^{m} p_i v_i \tag{19}$$

関数 $\boldsymbol{G}$ を p_i で偏微分して 0 とおくと，

$$\frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial p_i} = 0 = \frac{(\partial \boldsymbol{H}/\partial p_i)\cdot v - \boldsymbol{H}\cdot(\partial v/\partial p_i)}{v^2} + \eta \tag{20}$$

$$\therefore\quad -1-\log p_i-(\boldsymbol{H}/v)\cdot v_i+\eta\cdot v=0$$

両辺に p_i をかけて，i について 1 から m まで加えると

$$-1-\log p_i-\boldsymbol{H}/v+1=0$$

(21) $$\therefore\quad p_i=\exp\{-(\boldsymbol{H}/v)\cdot v_i\}$$

また

(22) $$\partial \boldsymbol{G}/\partial\eta=\sum_{i=1}^{m}p_i-1=0$$

式 (20) を式 (22) に代入すると，

(23) $$\sum_{i=1}^{m}\exp\{-(\boldsymbol{H}/v)\cdot v_i\}=0$$

ここで $\exp(-\boldsymbol{H}/v)=x$ とおくと

(24) $$\sum_{i=1}^{m}x^{v_i}=1\quad(0<x<1)$$

式 (24) を数値解析的に解き，正の実根を x_0 とすると

(25) $$p_i=x_0{}^{v_i}\quad(0<x_0<1,\ i=1,2,\cdots\cdots,m)$$

となり，都市圏内部のゾーンの人口構成比はそれぞれのゾーンの摩擦費用に対して指数分布する．

こうしてこれまでの経験法則を検討すると，Clark の人口密度距離法則は摩擦費用として都市中心部からの空間距離のみを考慮したモデルであり，その理論的根拠は単位距離あたりのエントロピーを最大にする立地選択行動の結果として説明づけられる．さらにマス・トランスポーテイションによる都心までの時間距離に対して人口密度が指数分布している現象は単位時間距離あたりのエントロピーを最大にする立地選択行動の結果である．現在大都市では鉄道や道路沿線の市街化の進行と共にそれら主要交通施設に挟まれた領域が住宅地域として発達してきている．これは自家用車の普及やバス路線網の整備により，それらの空閑地の摩擦費用が空間の摩擦（時間距離）の点で減少してきたためと考えられる．

このモデルの適合性を検討するためには，面積の等しいゾーニングがなされた都市圏の人口と時間距離の資料が必要である．一般に人口資料は国勢調査などにより集められるが，ゾーンの面積は等しくない場合が普通である．面積の異なるゾーンで構成される都市圏に対しては次のように補正する．まずゾーンの面積が等しいと仮定して式 (24) で計算した実根 x_0 を式 (25) に代入し，$p_i(i=1,2,\cdots\cdots,m)$ を計算する．これに対し実際にはゾーン i が面積 $s_i(i=1,2,\cdots\cdots,m)$ であれば，この都市圏においてゾーン i の人口構成比 $q_i(i=1,2,\cdots\cdots,m)$ は，面積 s_i を重みとして，式 (26) で与えられる．

(26) $$q_i=p_is_i/\sum_{i=1}^{m}p_is_i\quad(i=1,2,\cdots\cdots,m)$$

この人口構成比 q_i は当然 $\sum_{i=1}^{m}q_i=1$ を満足している．この都市圏において，ゾーン i の人口密

度 ρ_i は，全人口 N を外生変数として式 (27) で予測できる．

$$\rho_i = n_i/s_i = (Nq_i)/s_i = Np_i / \sum_{i=1}^{m} p_i s_i \quad (i=1, 2, \cdots\cdots m) \tag{27}$$

この式 (27) を首都圏の郊外 (10 km～60 km) に応用してみたのが図-2 である．この計算では摩擦費用としてマス・トランスポーテイションによる時間距離のみをとった．この範囲の時間距

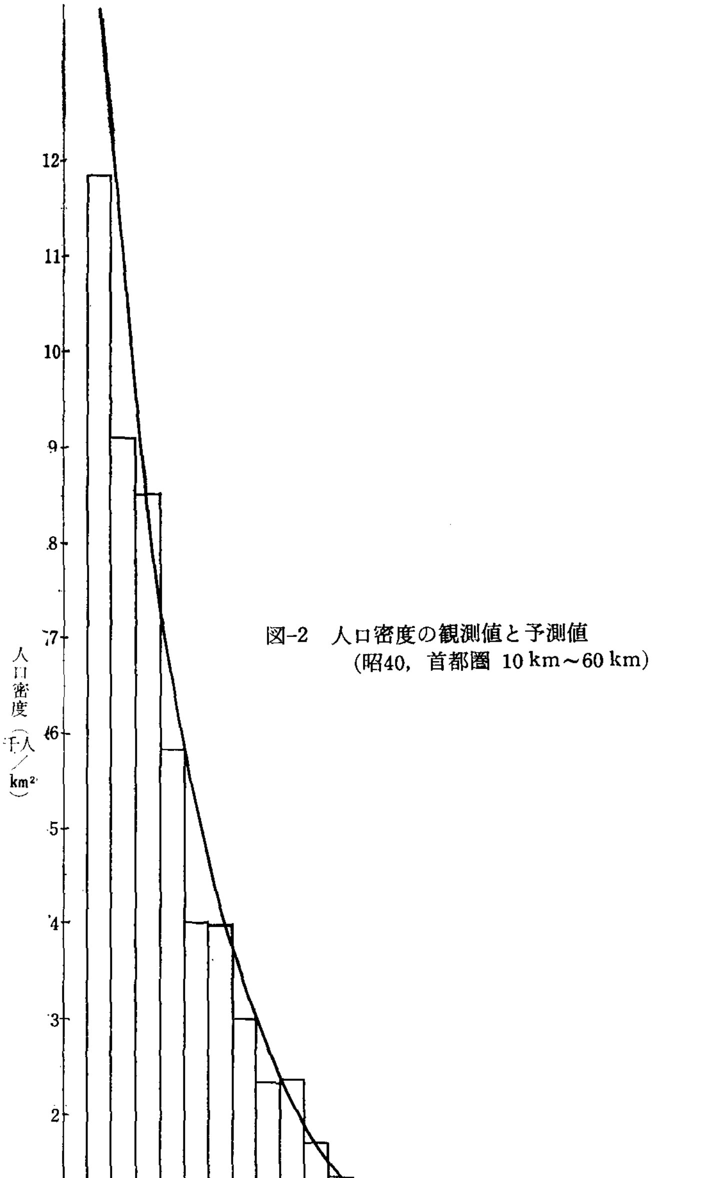


図-2　人口密度の観測値と予測値
(昭40，首都圏 10 km～60 km)

離は約30分～160分の範囲にあり，この地域を5分間隔のゾーンに階層化し，それぞれのゾーンの平均人口密度を計算した．これに対し，予測値は，式（24）より，

$$x^{35}+x^{40}+x^{45}+\cdots\cdots+x^{155}=1$$

を解き，その正の実根を式（25）に代入して，人口構成比 p_i を求め，これを式（27）に代入して，それぞれのゾーンの人口密度を計算した．式（27）における $s_i(i=1, 2, \cdots\cdots, 25)$ および N は実績値を用いた．この結果をみると，マクロな郊外地域に対しては，摩擦費用として時間距離だけを考えてもかなりの適合性があるといえる．もちろんミクロなゾーンの人口を予測しようとすればする程，摩擦費用としてより多くの要因を取り上げねばならない．つぎにこの摩擦費用の内部構成を調べる．Haig の理論や Schäffle の理論にあるように，摩擦費用は空間の摩擦と位置の摩擦に分けられる．空間の摩擦はさらに，時間距離と交通費用と身体的疲労に分けられる．しかしこれらはいずれも一定の運賃基準，サービス水準の輸送体系内においては固有の従属関係をもち，いずれか1つの要因により空間の摩擦を表わしてよい．また位置の摩擦は，その地点の住宅地としての立地条件の不利さを表わし，先述の Schäffle の上げているいくつかの要因があるが，地代の高さが住むための最大の抵抗となる．これら2つの条件，時間距離と地代を摩擦要因として取上げると，ゾーン i に敷地 s の住宅を建てる場合の摩擦費用 v_i は式（28）で表わせる．

(28) $$v_i=f\cdot t_i+s\cdot C_i=s\cdot\left(\frac{f}{s}\cdot t_i+C_i\right)$$

ここに t_i は時間距離(分)，C_i は地価（円/m²），f は時間コスト（円/分），s は敷地面積（m²）であり，v_i の単位は円である．

さて地価の形成機構は複雑で，Alonso [12] や Isard [13] などの理論があるが，具体的に地価を予測するには，今なお問題が残っている．一般的に言えるのは，単一都心部をもつ都市圏における地価は時間距離に対し，単調に減少する傾向があるということである．たとえば，東京都区市町村の平均地価 [14] は東京駅までの通勤時間に対し，図-3のように分布している．この図では片対数紙上でほぼ直線で近似される．その関数形は式（29）である．

(29) $$C_i=101.5565\cdot\exp(-0.02983733\cdot t_i)$$
$$(R.=-0.9031917)$$

より小さなゾーン（たとえば丁別）の地価推定には，最寄駅までの距離，消費娯楽地区への距離，主要交通路からの距離，景観などを考慮する必要がある．

時間距離と地価の2つの要因の和としての摩擦費用はゾーンによって異なり，その最小となるゾーンに最も多くの人が住むことは式(25)より明らかである．v を最小にするゾーンは $\partial v/\partial t_i=0$ より式（30）を満足する．

(30) $$\frac{f}{s}=-\frac{\partial C_i}{\partial t_i}$$

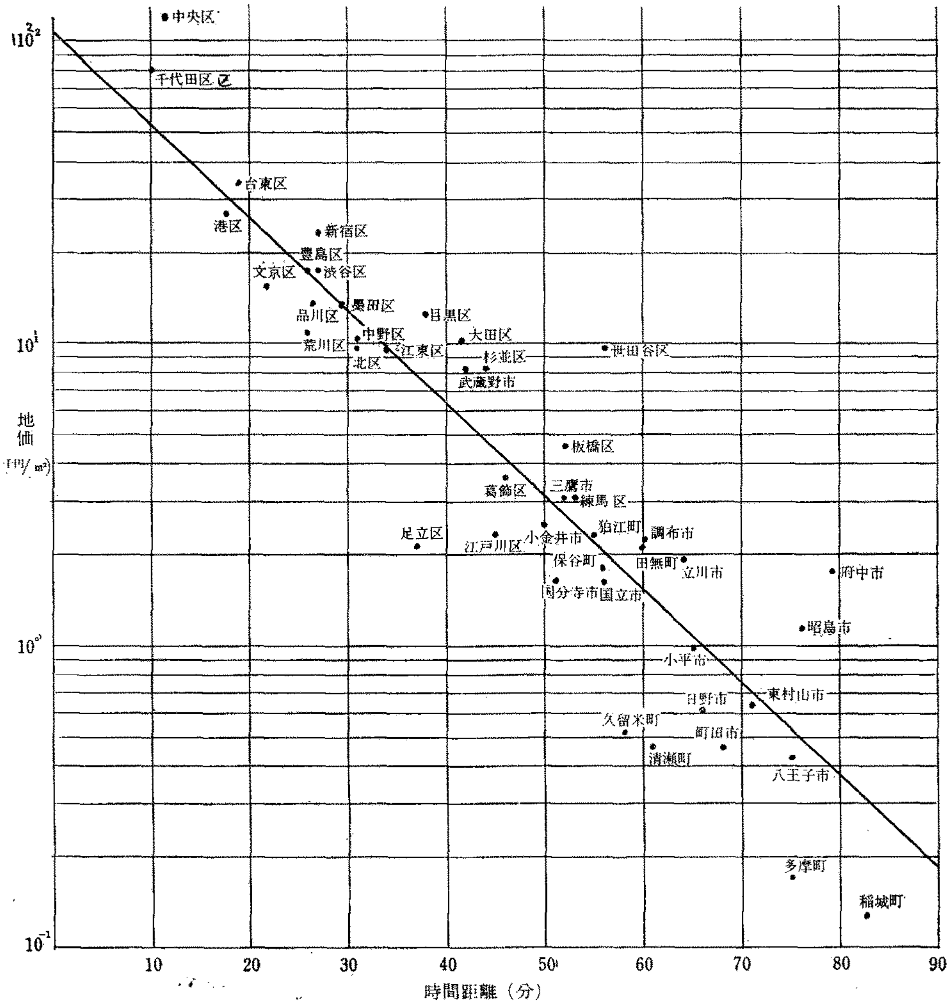


図-3　平均地価分布図*

(東京都．昭40)

*東京都税務統計年報の数値は実際の評価額よりかなり低い．
それゆえ絶対額は意味をもたない．相対的大きさにのみ意味がある．

すなわち $f/s<-\partial C_i/\partial t_i$ の地域で $\partial v_i/\partial t_i$ は負となり，$f/s>-\partial C_i/\partial t_i$ の地域で $\partial v_i/\partial t_i$ は正となる．それゆえ時間距離 t_i に対し，v_i, p_i は図-4 のように分布する．時間コスト f は所得の伸びと共に大きくなるが，現在の日本では，所得の増加による時間コストの伸びよりも，地価の値上りの方が先行しており，また都心近傍では，地価は事業所立地として付け値され式 (30) を満足する位置は，年々郊外に移動し，人口ドーナツ化が生じている．

こうして図-1 のすべてのパターンの推移は，摩擦費用として式 (28) を用いることにより，単位摩擦費用あたりのエントロピー最大化過程として体系的に説明づけられる．たとえば地価を $C_i=\lambda\cdot\exp(-0.02983733\,t_i)$, $f/s=1276$ (円/3.3 m^2/分) (いずれも東京都昭和40年度実績) とした場合，中心地区に外挿された地価 λ の変化に基づく人口構成比 $[p_i]$ のパターンの変化は図-5

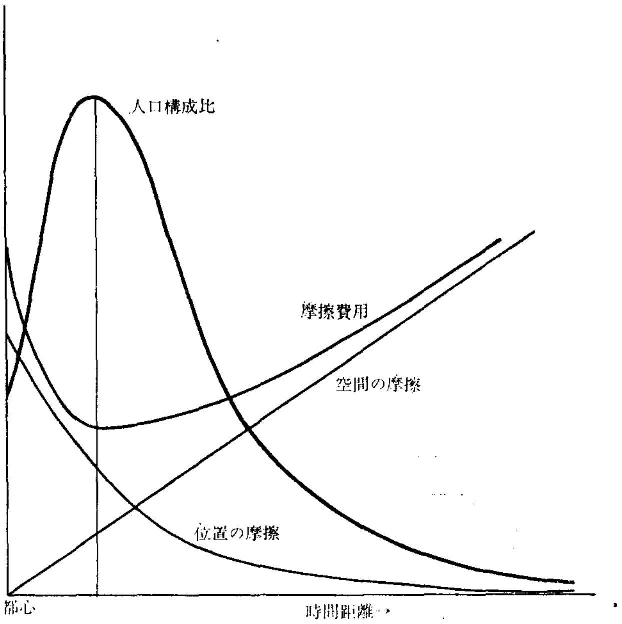


図-4　摩擦費用と人口の分布

に見られる．

こうしてゾーン i の将来人口 n_i は全人口 N を外生変数とし，マス・トランスポーティションによる時間距離 t_i を制御変数とし，C_i および f/s を経済的に推定した後，式 (28) でゾーン i の摩擦費用を求め，式 (24) の高次方程式を解き，式 (25) より p_i を，式 (26) より q_i を求め，$n_i=N \cdot q_i$ によって推定できる．またマクロな予測のためには，摩擦費用として時間距離のみを用いればよい．

5. 通勤交通の構造

(1) 通勤発生交通量の推定

都市圏の総人口がマス・トランスポーテイション計画にとって外生変数であるとしたのと同じ理由により，都市圏の総就業人口 $X_{..}$ もまた外生変数である．さらに昼間就業人口 $X_{.j}$ も外生変数であると考えられる．つまり都心業務地域が主に経済的集積の便益によって発生し，それに応じて交通網の整備が行われているのであり，その逆ではない．ただ一部の産業，たとえばサービス業のなかには，交通整備が業務地としての立地条件を変える現象がみられる．しかしここでは，ゾーン j $(j=1, 2, \cdots\cdots, J)$ の昼間就業人口 $X_{.j}$ は，マス・トランスポーテイション計画にとっては外生変数と見做す．

さて，昼間就業人口 $X_{.j}$ $(j=1, 2, \cdots\cdots, J)$ と前章のエントロピー法により推定されたゾーン

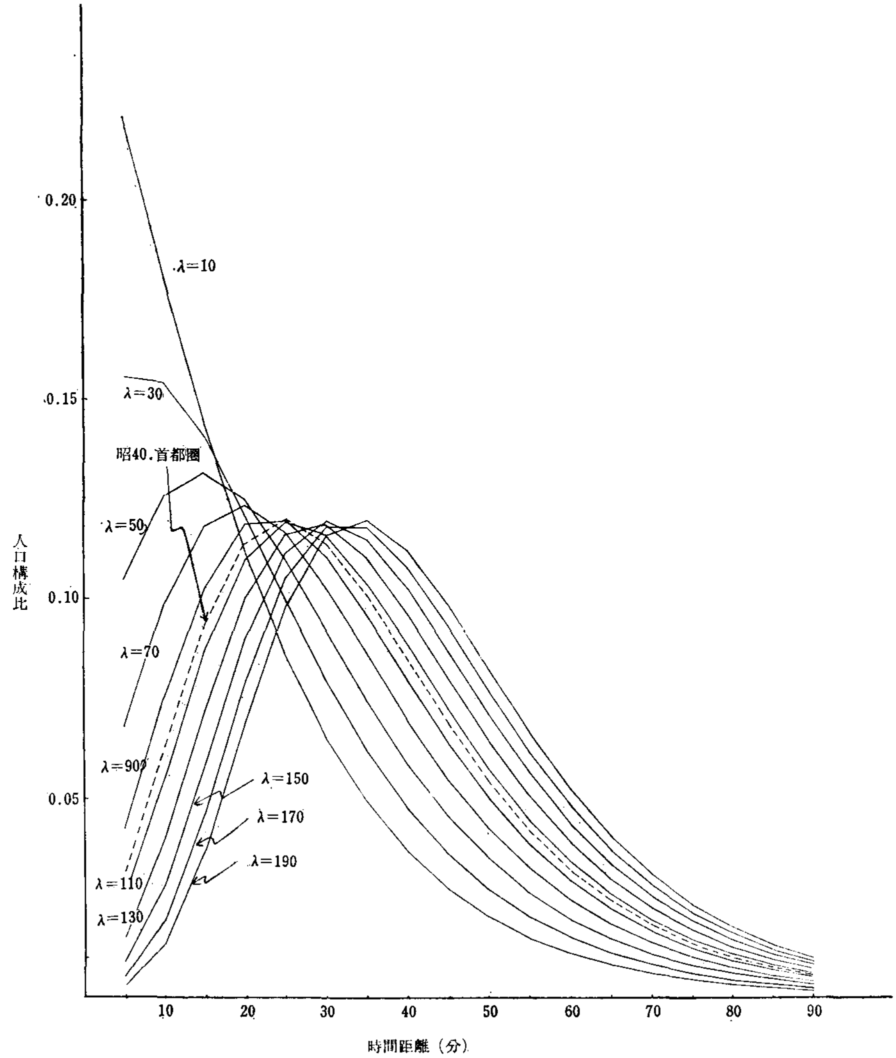


図-5　人口構成比のパターン推移

i の夜間人口 n_i $(i=1, 2, \cdots\cdots, m)$ を情報として得ているとき，マス・トランスポーテイションによる通勤時間 t_{ij} $(i=1, 2, \cdots\cdots, m,\ j=1, 2, \cdots\cdots, J)$ を制御変数として，ゾーン i から発生する通勤交通量 $X_{i.}$ $(i=1, 2, \cdots\cdots, m)$ を予測する構造方程式を求める。

まずゾーン i が，都市圏内の業務地域から吸引されているアクセシビリティ A_i は，昼間就業人口 $X_{.j}$ と通勤時間 t_{ij} により，式 (31) の関係をもっている[2)].

$$(31) \qquad A_i \propto \sum_{j=1}^{J} X_{.j}\, e^{-\xi t_{ij}} \quad (i=1, 2, \cdots\cdots, m)$$

ここに ξ は通勤時間に対する指数である。この指数 ξ はグラビティ・タイプの OD 交通量 X_{ij}

2)　W.G. Hansen[(3)]はグラビティ・タイプのアクセシビリティとして $A_i=\sum(X_{.j}/t_{ij})$ を用いている。試算によると $\xi=1.5$ のとき最も相関が高く，$R=0.8876$ であった。

の時間指数で近似される。すなわち

(32) $$X_{ij}=kX_{i.}X_{.j}e^{-\xi t_{ij}} \quad (i=1,2,\cdots\cdots m,\ j=1,2,\cdots\cdots,J)$$

式 (32) を満足する ξ を単回帰により求めればよい。東京都区市町間交通量（昭和40年国勢調査）より求めると $\xi=0.0676$, $R=0.86885$ であった。

一方通勤発生交通量に影響を及ぼすアクセシビリティ A_i は，それぞれの居住地に対して競合的に決定されるべきであるから，$\sum_{i=1}^{m} A_i=1$ の条件を用いて，相対的な値として定義すると，式 (33) となる．

(33) $$A_i=\frac{\sum_{j=1}^{J}X_{.j}e^{-\xi t_{ij}}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{J}X_{.j}e^{-\xi t_{ij}}} \quad (i=1,2,\cdots\cdots,m)$$

このようにして定義されたアクセシビリティ A_i は業務地域の大きさとその分布，およびマス・トランスポーテイションのサービス体系による通勤時間の分布とによって規定された都市圏の場 (Universe) における就業機会の大きさを表わす指数である。このアクセシビリティ A_i をもつゾーンの夜間人口が n_i であれば，ゾーン i から発生する通勤交通量 $X_{i.}$ は式 (34) で予測される。

(34) $$X_{i.}/n_i=a_0A_i^{a_1} \quad (i=1,2,\cdots\cdots,m)$$

左辺は単位夜間人口あたりの通勤発生交通量であり，通勤発生率と呼ぶ。a_0 は都市圏の総就業人口 $X_{..}$ により影響される定数であり，a_1 は通勤発生率に対するアクセシビリティの弾力性である。東京都区市町の発生率とアクセシビリティの関係は図-6 にみられ，最小2乗法によると $a_1=0.1444627$ ($R=0.81367$) であった。一方通勤発生交通量の合計は総就業人口に等しいはずであるから，$\sum_{i=1}^{m}X_{i.}=X_{..}$ の条件を式 (34) に用いると，式 (35) となる。

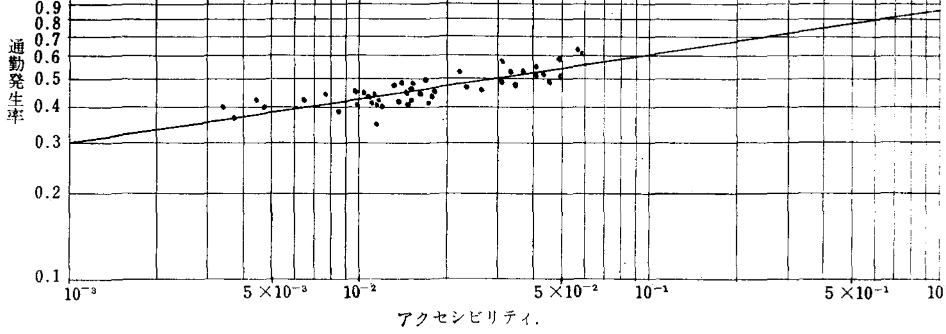


図-6 通勤発生率とアクセシビリティ
（東京都 昭40）

$$X_{i.}=\frac{n_i A_i^{a_1}}{\sum_{i=1}^{m} n_i A_i^{a_1}}\cdot X_{..} \tag{35}$$

こうして，ゾーン i から発生する通勤交通量は，昼間就業人口，総就業人口を外生変数とし，夜間人口を先決内生変数とし，通勤時間を制御変数として与えることにより予測できる．東京都区市町の発生通勤交通量（昭和40年国勢調査）の実績値と，式（35）による推定値の対比は図-7にみられるようによく適合している．

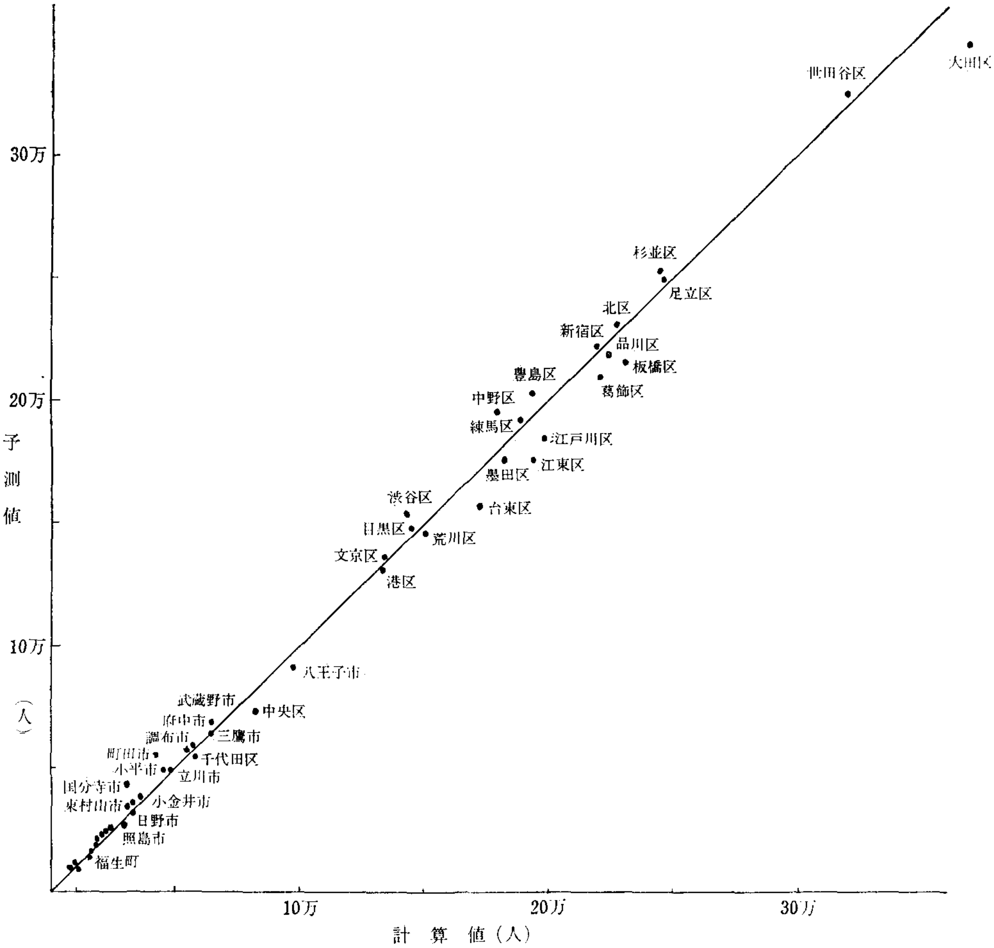


図-7　通勤発生交通量の実績値と予測値
（昭40　東京都）

（2）分布交通量の推定

分布交通量 X_{ij} を予測するための情報として，集中交通量 $X_{.j}$ $(j=1,2,\cdots\cdots,J)$，発生交通量 $X_{i.}$ $(i=1,2,\cdots\cdots,m)$ および通勤時間 t_{ij} $(i=1,2,\cdots\cdots,m,\ j=1,2,\cdots\cdots,J)$ を得ている。このとき，将来の分布交通量 X_{ij} の予測は，現在の発生交通量 $x_{i.}$ $(i=1,2,\cdots\cdots,m)$，集中交通量

$x_{\cdot j}$ $(j=1,2,\cdots\cdots,J)$ と将来予測値 $x_{\cdot i}, X_{\cdot j}$ とにより発生地別，集中地別の伸び率を手がかりに，$\sum_{j=1}^{J} X_{ij}=X_{i\cdot}$, $\sum_{i=1}^{m} X_{ij}=X_{\cdot j}$ $(i=1,2,\cdots\cdots,m),(j=1,2,\cdots\cdots,J)$ を満足する収束値を求める方法がとられる。現在用いられている収束計算方法にはデトロイト法，フレイター法などがある。いずれの方法にも，マス・トランスポーテイションの整備に伴う通勤時間の短縮による効果は内含されていない．しかし将来発生交通量 $X_{i\cdot}$ を前節で用いた構造方程式で予測しておけば，収束値 X_{ij} には，交通網整備による誘発量が間接的に含まれることになる。デトロイト法，フレイター法の両者には一長一短があり，それらの比較論 [15] も盛んであるが，発生交通量の予測に交通網整備による誘発量を考慮しておけば，両者のいずれを用いて収束計算を行なってもさほど優劣はないと考える。これらの収束計算法は多くの交通関係文献 [16] に詳しいのでここでは省略する。

（3） 配分交通量の推定

分布交通量 X_{ij} が予測されると，つぎにこの交通量が ij 間に存在するいくつかのルートをどのように選択するかが問題となる。配分交通量を予測する方法には，転換率曲線 [17]，情報理論の応用 [18]，および重回帰分析による方法 [19] などがある[3)]。転換率曲線による方法はルートの特性が1つで，かつ2本のルートをもつ OD についてのみ有効である。情報理論の応用は複数個のルートへの配分は可能であるが，各特性に対する価値の大きさが先決的でなければならない。ルートの選択行動は，それぞれのルートの特性の相対的比較と，各特性に対する通勤者の価値感の相違により決定されており，各特性の価値の大きさを先決的に与えることは難かしい。これに対し重回帰分析による方法に模型さえ適切であれば，複数個のルートに対し，複数個の特性を与えて，配分交通量を予測することができると同時に，価値の大きさを知ることができる。重回帰分析による方法を明らかにするために，まず配分率 Q_{ij}^{l} を式 (36) で定義する。

(36) $$Q_{ij}^{l}=(X_{ij}^{l}/X_{ij})\times 100(\%)$$

ここに X_{ij}^{l} は X_{ij} のうちルート l を利用する交通量

(37) $$\therefore \sum_{l=1}^{\gamma_{ij}} Q_{ij}^{l}=100 \quad (i=1,2,\cdots\cdots,m;\ j=1,2,\cdots\cdots,J)$$

ここに γ_{ij} は ij 間のルートの本数，この配分率とルートの特性 z_{ij}^{lk} $(k=1,2,\cdots\cdots,K)$ との間の選択行動模型を線形と仮定し，式 (38) を得る。

(38) $$Q_{ij}^{l}=\beta_0+\beta_1 z_{ij}^{l1}+\beta_2 z_{ij}^{l2}+\cdots\cdots+\beta_k z_{ij}^{lk}$$

ここに z_{ij}^{lk} は ij 間のルート l の特性 k の値

$\beta_k(k=0,1,2,\cdots\cdots,K)$ は定数

配分率はそれぞれのルートの特性 z_{ij}^{lk} の，他のルートに対する相対的大きさによって競合的に決

3) これら以外の方法は，たとえば次の論文に詳しい。
P.A. Mäcke und W. Ruske, "Straßenverkehrstechnische Untersuchungen für den zweiten Ausbauplan" Straße und Autobahn, (6/1968) 201–211.
Sakashita N. "A Microscopic Theory of Traffic Assignment" Papers and Proceedings of the Regional Science Association, (September, 1963) Vol. 1.

定されていると考えられる。それゆえ特性として z_{ij}^{lk} の値でなく，その OD に含まれる全ルートの特性 k の平均値との差 Δz_{ij}^{lk} を変数として用いる。すなわち，

(39) $\Delta z_{ij}^{lk}=z_{ij}^{lk}-z_{ij}^{k}$ or $z_{ij}^{k}-z_{ij}^{lk}$

ここに $\Delta z_{ij}^{k}=\left(\sum_{l=1}^{\gamma_{ij}} z_{ij}^{lk}\right)/\gamma_{ij}$

式（39）で変換された変数を新たに特性として，式（38）に用い，かつ式（37）の条件式に代入して，変形すると式（40）となる。

(40) $Q_{ij}^{l}-100/\gamma_{ij}=\beta_1\Delta z_{ij}^{l1}+\beta_2\Delta z_{ij}^{l2}+\cdots\cdots+\beta_K\Delta z_{ij}^{lK}$

結果として，式（40）は式（38）の中心変換模型 [20]（centered model）となっており，切片（interception）β_0 は除去される。

さて通勤交通のルート選択行動において考慮される特性のうち，計量化可能な次の 6 つの特性をとりあげ，それらの特性の平均値との差が増加する程，配分率も増加するように式（41）で変換する。

(41)
$$\begin{cases}\Delta z_{ij}^{l1}=z_{ij}^{1}-z_{ij}^{l1} & \text{：徒歩時間（分）}\\ \Delta z_{ij}^{l2}=z_{ij}^{2}-z_{ij}^{l2} & \text{：バス・市街電車時間（分）}\\ \Delta z_{ij}^{l3}=z_{ij}^{3}-z_{ij}^{l3} & \text{：高速電車時間*（分）}\\ \Delta z_{ij}^{l4}=z_{ij}^{4}-z_{ij}^{l4} & \text{：乗換回数（回）}\\ \Delta z_{ij}^{l5}=z_{ij}^{5}-z_{ij}^{l5} & \text{：一ヶ月定期運賃（円/月）}\\ \Delta z_{ij}^{l6}=z_{ij}^{l6}-z_{ij}^{6} & \text{：座わっていられる時間（分）.}\end{cases}$$

*高速電車時間の内には待ち時間，乗換時間も含む。

この式で定義された変数 Δz_{ij}^{lk} ($k=1,2,\cdots\cdots,6$) はすべてその値が大きい程，そのルート l は ij 間のルートの中で有利となり次式を満足する。

$$\partial Q_{ij}^{l}/\partial \Delta_{ij}^{lk}=\beta_k\geqq 0 \quad (k=1,2,\cdots\cdots,6).$$

昭和43年度11月に東京都で行なった標本調査 [21] により，式（40）の重回帰分析を行い式（42）の結果を得た。

(42) $$Q_{ij}^{l}-100/\gamma_{ij}=1.563976\,\Delta z_{ij}^{l1}+1.062936\,\Delta z_{ij}^{l2}+1.172859\,\Delta z_{ij}^{l3}+0.6920600\,\Delta z_{ij}^{l4}+0.001137862\,\Delta z_{ij}^{l5}+0.1292851\,\Delta z_{ij}^{l6}$$

(M. R. $=0.635934$).

ここで回帰係数について考察するために，式（40）を微分すると，

(43) $$dQ_{ij}^{l}=(\partial Q_{ij}^{l}/\partial \Delta z_{ij}^{l1})\cdot d\Delta z_{ij}^{l1}+(\partial Q_{ij}^{l}/\partial \Delta z_{ij}^{l2})\cdot d\Delta z_{ij}^{l2}+\cdots\cdots\cdots\cdots+(\partial Q_{ij}^{l}/\partial \Delta z_{ij}^{lk})\cdot d\Delta z_{ij}^{lk}$$

一定の配分率に対して $dQ_{ij}^{l}=0$，また $\partial Q_{ij}^{l}/\partial \Delta z_{ij}^{lk}=\beta_k$ であるから，

(44) $dQ_{ij}^{l}=0=\beta_1\, d\Delta z_{ij}^{l1}+\beta_2\, d\Delta z_{ij}^{l2}+\cdots\cdots+\beta_K\, d\Delta z_{ij}^{lk}$.

ある任意の 2 つの変数 Δz_{ij}^{lk} と $\Delta z_{ij}^{lk'}$ についてのみ変化を認めるなら

(45) $0=\beta_k d\Delta z_{ij}^{lk}+\beta_{k'} d\Delta z_{ij}^{lk'}$

(46) $\therefore\quad \beta_{k'}/\beta_k=(\partial Q^l_{ij}/\partial \Delta z^{lk'}_{ij})/(\partial Q^l_{ij}/\partial \Delta z^{lk}_{ij})=-(d\Delta z^{lk}_{ij})/(d\Delta z^{lk'}_{ij})$

すなわち $\beta_{k'}/\beta_k$ は配分率の限界効用の比，つまり限界代替率に等しく，変数 Δz^{lk}_{ij} の減少量（増加量）と変数 $\Delta z^{lk'}_{ij}$ の増加量（減少量）との比が，$\beta_{k'}/\beta_k$ に等しいとき，配分率は一定に保たれることを意味している。いま $k'=3$ として高速電車時間をとると，式 (46) より明らかに $-d\Delta z^l_{ij}=(\beta_3/\beta_k)\cdot d\Delta z^{l3}_{ij}$ であるので，β_3/β_k の値は，高速電車時間差 Δz^{l3}_{ij} の単位増加（減少）と等価な他の変数の単位減少（増加）が求められ，各変数の価値の大きさを表わしている。式(42)より β_3/β_k $(k=1, 2, \cdots\cdots, 6)$ を求めると次のようになる。

徒歩時間	：0.7499213（分/分）
バス・市街電車時間	：1.1034145（分/分）
高速電車時間	：1.0000（分/分）
乗換回数	：1.694736（回/分）
運　　賃	：1030.7（円/月/分）≒18（円/日・片道/分）
座わっていられる時間*	：9.071880（分/分）

*ここに座わっていられる時間は式（41）に見られるように他の変数と符号が逆になっており，高速電車時間1分の増加（減少）と等価な増加（減少）の値である。

この結果をみると，時間に関する変数のうち最も重視されているのは徒歩時間であり，ついで高速電車時間である。ただしこの高速電車時間の内には乗換えと待合せの時間も含まれている。座わっていられる時間の価値の低いのは以外であるが，これは座りたいという潜在的欲求が小さいのでなく，そんなことは言っておれない現状と見るべきであろう。一方運賃は高速電車時間1分の増加と，片道運賃 18 円の減少量が等価となっており，運賃の価値は低い。これは現在の日本では，通勤費の大部分が会社負担であるため，通勤者は，ルート選択に運賃差を重視していないことを表わしている。将来もなおこの通勤費会社負担の原則が続くのであれば，マス・トランスポーテイションの通勤ルートの選択行動には，運賃差は考慮されていないと考えてよい。運賃差を変数から除いた場合の回帰式は式（47）となり，

(47)
$$Q^l_{ij}-100/\gamma_{ij}=1.605052\,\Delta z^{l1}_{ij}+1.083980\,\Delta z^{l2}_{ij}+1.198851\,\Delta z^{l3}_{ij}+0.7110229\,\Delta z^{l4}_{ij}+0.1196091\,\Delta z^{l6}_{ij}$$
$$(\text{M.R.}=0.6343536).$$

重相関係数 M.R. はほとんど減少しない。さらにたとえば超高速の通勤新幹線などが建設された場合，当然運賃は大幅に高くなる。そのとき，運賃の全額もしくは大部分を会社側が負担するか否かにより，運賃差に対する通勤者のもつ価値が大きく変化すると予測される。このような高速度，高サービスで高運賃の新線への配分交通量の予測は，通勤運賃の負担者の動向を把握したうえで慎重に行われなくてはならない。

また配分率関数を線形と仮定したことにより $Q^l_{ij}>100$ or $Q^l_{ij}<0$ と推定値が計算されてしまう場合もあり得るが，その場合には，$Q^l_{ij}>100$ のとき $Q^l_{ij}=100$, $Q^l_{ij}<0$ のとき $Q^l_{ij}=0$ として

修正計算を行う。これはルートの特性に極端な差がある場合に生じることで，圧倒的に有利なルートを 100% 利用するということは現実に起りうる．

こうして各ルートの特性から配分率を推定した後，分布交通量 X_{ij} の内，ルート l を利用する交通量 X_{ij}^l は，$X_{ij}^l=X_{ij}Q_{ij}^l$ により予測できる。さらにこの配分交通量をチェック断面で集計して新面交通量 X^c を式 (48) で求めることができる．

(48) $$X^c=\sum_{i\in c}\sum_{j\in c}\sum_{l\in c}X_{ij}^l$$

この章で明らかにした構造方程式により，発生交通量，分布交通量，配分交通量および断面交通量の四段階にわたって交通需要の予測を行うことができる．

4. マス・トランスポーテイションの計画システム[4)]

(1) 計画の目的と制約

現在の日本の大都市における鉄道計画，道路計画，通勤旅客ターミナル計画などのほとんどは輸送力増強を第一の目的とする直接的，緊急的なものである。これは通勤交通において需要が圧倒的に供給を越えて現状ではある程度やむを得ない。そしてこの圧倒的な超過需要量をもつ市場であるがゆえに，交通経営主体にマーケッティング・リサーチなどの必要性をほとんど感じさせなかったし，恐らく今後も感じさせないであろう。しかしこうして整備，拡張された交通施設が将来にわたって都市圏人口のスプロール化や需要の偏在を招来する危険性が大いにあることを考えると，超過需要に対して，交通施設を追随的に計画，建設することは，通勤交通問題の根本的解決を将来に残すことに他ならない。そこで部分的改良，増設であろうと，大規模交通プロジェクトであろうと，交通施設計画はすべてそれ自体が都市圏に及ぼす影響を考慮し，都市圏開発のための先行投資の一環として，戦略的に計画されねばならない。前章までの理論により交通施設整備の効果の一側面として人口と交通需要の変化を計量的に予測することができる。戦略的な計画において制御変数は交通施設であるが，さらに目的関数，制限条件，を明確にしておかねばならない。

マス・トランスポーテイションの計画の目標は多様性をもつ。それらの内から計量的に把握できるものを抽出していく。まず通勤者が運賃として毎月支払う金額は都市圏全域で式 (49) である。

(49) $$\sum_{i=1}^{J}\sum_{i=1}^{m}X_{ij}Q_{ij}^l z_{ij}^{l5}\quad\to \text{Max. or Min.}$$

交通営利企業にとってはこの値を最大にすることが経営目標の1つである。しかし通勤者にとっ

4) Amano K. and Aoyama Y. "A Theoretical Model of Rapid Transit System Planning within a Metropolitan Area" The Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto University, Vol, xxx, Part 2 (April 1968) 117-131 に一部を発表.

ては最小であることが望ましい。けれども現在の日本では先述のように通勤運賃の大部分が会社側によって負担されており，通勤者にとって運賃最小は必ずしも第一義的な理想とはならない。それよりも通勤に消費しなくてはならない時間は，勤労者にとって身体的疲労をもたらすのみでなく，彼らの余暇時間を減少させる真のコストである[22]。通勤者一人あたりの期待損失時間は式（50）で表わされる。

$$(50)\qquad \frac{1}{X_{..}}\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{m} X_{ij}\, Q_{ij}^{l}(z_{ij}^{l1}+z_{ij}^{l2}+z_{ij}^{l3}) \quad \to \text{Min.}$$

式（50）の値を最小にすることが勤労者の側面から見た目的である。また通勤圏をできるだけ拡大し，時間的に通勤可能な宅地をより広く確保することは，都市圏交通網の直接的効果である。もちろん都市圏の無秩序な拡大は望ましくないが，輸送力の裏づけのある範囲内で通勤圏を広げることは，住宅立地の選択可能性の増加という意味では望ましい。通勤時間 T（分）以内の土地の広さは，通勤時間 t（分）の位置の住宅適地面積 s_t に対し $\sum_{t\in T} s_t$ で計算できる。この他交通整備に伴なう地価の値上がりによって得られる開発利益を最大にすることや，通勤時に座わっていることの出来る時間を最大にすることも目的とされてよい。さらに計画の見方を投資額最小とすることに置けば，これまでに述べてきた目的関数の値と投資額との比較により費用便益の概念により最適解を探すことも考えられる。

一方投資額が一定の範囲内で最適解を探す場合には投資額は計画にとって最も強い制約条件となる。さらに制約条件としては断面容量，ターミナル容量がある。

（2） 計画の外生変数

当該都市圏が日本列島において占めている経済的，社会的あるいは政治的，文化的条件の相対的位置に基づく立地条件はマス・トランスポーテイションの計画にとって外生的なものである。そしてこの都市圏立地の有利さに応じて，都市圏の総人口，総就業人口が与えられる。これは好むと好まざるとに拘らず，外圧として都市圏に流入し，そこで増殖し，そこで働く人口の量であり，外生変数である。またここでは昼間就業人口の分布も外生変数としている。

一方，交通機関の速度はその時代の交通に関する諸技術の進歩の程度に基づき与えられる。また土地が住宅地あるいは業務地として開発利用が可能か否かは，その土地の地形，地質などの自然条件に制約される。これら技術革新と自然条件は当然外生変数である。

また運賃基準は交通サービスの価格であり，他の一般業種では当然計画変数であるが，マス・トランスポーテイションの公共的性格のゆえに計画レベルを越えた政策変数となっており，ここでは外生変数として与える。

（3） 計画の方法

マス・トランスポーテシイョンの計画はこれまで展開してきた構造方程式を体系的に構築することにより明らかとなり，図-8のシステム・フローにまとめられる。このフローに従って必要な

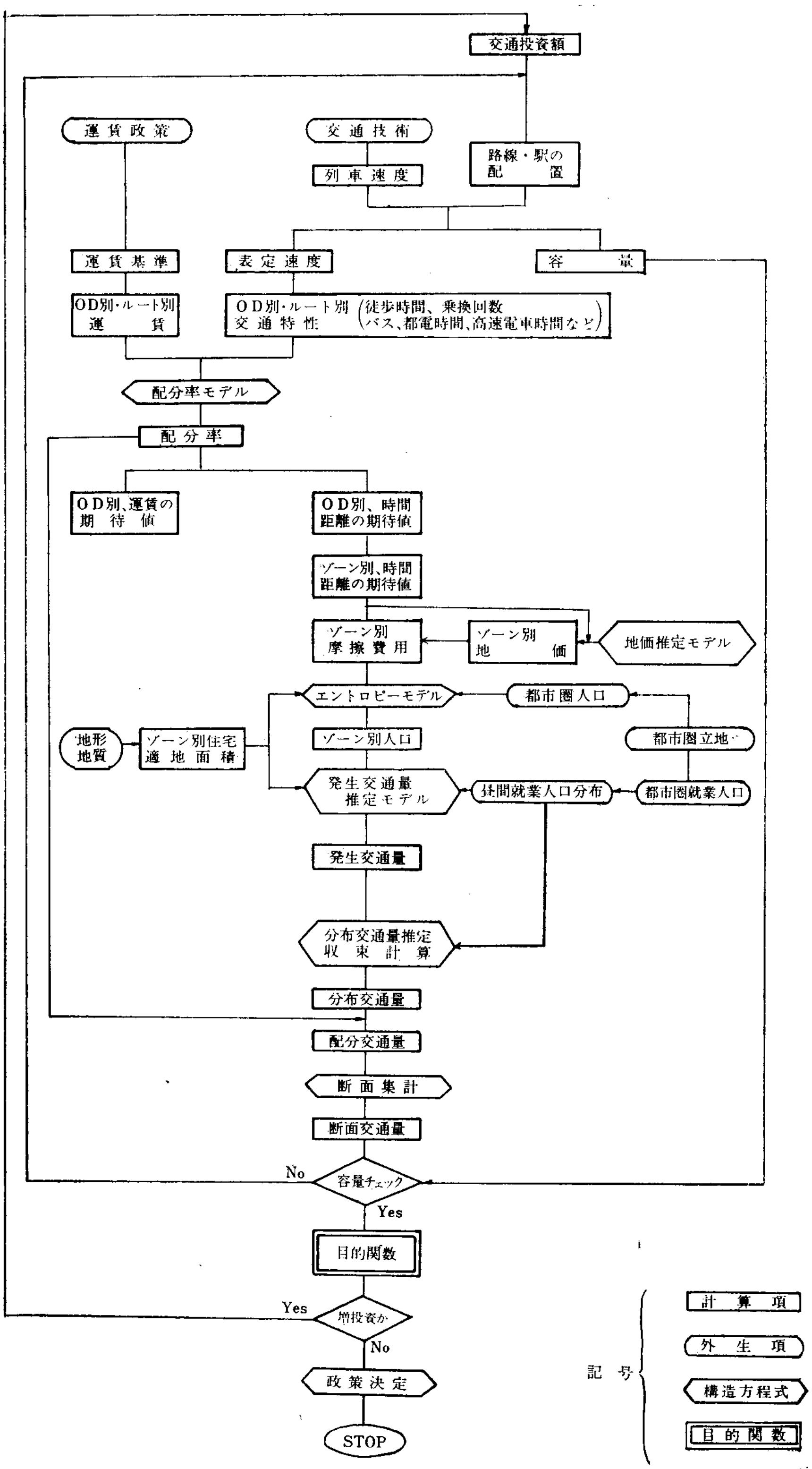


図-8 計画のシステム・フロー

投資額とその範囲内でのマス・トランスポーテイションの最適配置を求めていく。ここで配置とは，交通網の配置，容量，駅とターミナルの位置をいう。

まず交通投資額を現実的に可能な最も低い金額に仮定する。その投資額の理論的根拠は存在しない。多くの現実の計画においても，投資額は他の多くの条件に制約されて決まってくる。しかしそのことはその金額が計画目的に対し必ずしも必要かつ十分であることを意味しない。それは計画プロセスのシミュレートの後に判明することである。

この投資額の範囲内で建設し得る交通網パターンの内1つのを取り出し，路線網，駅の位置，ターミナル容量を決定する。このパターンと交通機関の速度によりOD別ルート別の通勤時間とチェック断面の交通容量とが求められる。さらに所定の運賃政策より運賃基準が与えられ，OD別ルート別の運賃が求められる。それ以後のステップは先述の外生変数と前章までの構造方程式によりフロー図に従って計算を進める。そして断面交通量が求められた段階で，交通容量とのチェックを行う。容量と推定需要との均衡が保たれていない交通機関あるいは路線が生じ得る場合にはその交通網パターンは放棄する。ついで同じ投資額内の別のパターンについて同様の計算を繰返す。こうしてある投資額の範囲内で少くとも需要量と容量の均衡のとれるパターンのみが残る。これらについて所定の目的関数を計算することによりその投資額の範囲内での最適パターンが選択される。

つぎに，目的関数の値が十分でないとき，あるいは需要量と容量との均衡のとれるパターンが存在しないときには投資額を増加して再び同様のステップを繰返えす。こうして投資額と交通網パターンとを2次元的に順次変えながら，投資額別に最適パターンと最適目標値を求めていく。こうして最後に投資額と目標値との比較により，最小の費用で最大の効果を与えるパターンを政策決定する。

注意すべきことは，需要量と容量との均衡を与える最適解の存在は証明されていないことである。とりわけ現実には運賃政策に強い制限が加わり，また投資額に上限がある以上過大な都市圏人口に対しては交通計画的に解が存在しないことはありうる。逆に投資額を限定すれば，需要量と容量に均衡を与える最大の人口と就業人口を推定することができる。この値はその都市圏が収容しうる最大限の人口である。

この方法の欠陥はこのフローを逆流して，最適解を決定論的に求めることができないことである。それは構造方程式の特異な型によるものである。計画はすべてこのフローに従って流れなくてはならず，最適解は数多くの案をすべてシミュレートすることによってのみ得られる。

5. 結　び

本稿は都市圏のマス・トランスポーテイションの計画をこれまでの感覚的，追随的な方法でなく，客観的，先行的に行なうために，通勤交通にかかわる要素間の関係を計量化し，構造方程式として表現したものである。これらの構造方程式の体系化が都市圏の交通体系を都市圏開発の手段として位置づけることができると考える。この計画方法により，所与の地形，地質をもつ都市圏に外圧として与えられる人口を吸収し，彼らに十分な活動を保障するために必要とされる投資額が求められ，その額で建設すべき交通パターンが明らかにされる。

しかしこれらの構造方程式の多くは統計的に決定されたものであり，計量化の一部には実際の現象からみて不十分な点もあり，今後，社会学，地理学，経済学など人文科学分野からの肉づけを必要としているが，本稿がそのような今後の研究のための１つの計量的指針を与えることができれば幸甚である。最後にこの研究に対し終始ご指導を賜わった京都大学天野光三教授に深く謝意を表する。

なおこの計画方法は運輸調査局内に設けられた委員会により日本国有鉄道の首都圏の超高速鉄道網計画 [23] [24] と大阪市交通局により大阪都市圏の高速鉄道網計画 [25] に応用された。都合によりこれら具体的計算結果は割愛せざるを得なかった。これら応用の機会を与えていただいた日本国有鉄道建設局，日本国有鉄道東京第一工事局および大阪市交通局に心から感謝する。

参 考 文 献

[1] 島内三郎，“都市の OR”，オペレーションズリサーチ Vol. 14, No. 3 (昭和44年３月)，35-38.
[2] Berry, B.J.L., “Cities as Systems within systems of Cities,” The Regional Science Association, **13** (1964) 147-163.
[3] Alonso, William, “Location and Land Use,” Harvard University press (1964), p. 17.
[4] Burgess, E.W., R.E. Park, and R.D. Mckenzie, “The City”, The University of Chicago Press (1925), 47-62.
[5] 天野，青山，“放射状都市鉄道路線の勢力圏人口に関する研究”，土木学会論文集 **123** (昭和40年11月)，19-26.
[6] Berry and A. Pred., “Central Place Studies. A Bibliography of Theory and Applications,” Regional Science Research Institute, Philadelphia, (1961)
[7] Curry, Leslie, “The Random Spatial Economy: An Exploration in Settlement Theory”, Annals, Association of America Geographers (1963).
[8] Haig, R.M., “Toward an Understanding of the Metropolis”, Quart. J. Econ: **40** (May 1926), 421-423.
[9] 鈴木　広訳編，“都市化の社会学”，誠信書房 (昭和39年６月)，p. 49.
[10] Maruyama, M., “The Second Cybernetics: Deviation Amplifying Causal Processes”, American Scientist (1963), 164-179.
[11] 国沢清典，“OR のための情報の理論入門”，日科技連 (昭和34年11月)，56-61.
[12] Alonso, W., “A Theory of the Urban Land Market”, Papers and Proceedings of the regional Science Association, Vol. 6 (1960), 149-157.
[13] Isard, W., 木内信蔵監訳，“立地と空間経済，” 朝倉書店 (昭和39年６月)

[14] 東京都主税局, “東京都税務統計年報”, (昭和40年).
[15] 櫛田用二, “OD 表の理論とその応用例”, OR 学会秋季研究発表会アブストラクト (昭和43年11月) 117-118.
[16] たとえば米谷, 渡辺, 毛利, “交通工学”, 国民科学社 (昭和40年3月).
[17] 佐々木, 小林, “道路交通量の推定”, 交通日本社 (昭和37年10月).
[18] 平原覚治, “道路の利用率の推定について”, 第6回道路会議論文集 (1961) 633-635.
[19] 天野光三, “交通シェアーの形成機構に関する考察”, 運輸と経済 (昭和42年4月), 10-18.
[20] N.R. Draper, H. Smith, 中村慶一訳 “応用回帰分析”, 森北出版株式会社 (昭和43年7月) p. 14.
[21] 日本鉄道施設協会, “大都市内交通網の旅客流動の解析”, (昭和44年3月).
[22] Wingo, Lowdon, Jr., “An Economic Model of the Utilization of Urban Land for Residential Purposes”, Papers of the Regional Science Association, 7 (1961), 191-205.
[23] 奥猛, “全国幹線鉄道網と首都圏高速鉄道網”, 日科技連 (昭和43年5月).
[24] 運輸調査局, “首都圏の超高速鉄道網計画”, (昭和43年3月).
[25] 大阪市交通局, “大阪都市圏における高速鉄道網計画に関する調査報告書”, (昭和42年11月).