文献抄録

Bessiere, F. and E.A. Santter, "Optimization and Suboptimization: The Method of Extended Models in the Nonlinear Case," *Management Science,* **15,** 1 (1968), 1～11.

〔非線形計画法／分割構造をもつ場合／理論的〕

この論文は，既に著者らによって発表された "Optimisation et Environnement Ècononomique: La Methode des Modeles Elargis", Revue Francaise de Recherche Operationnelle, No. 40 (1966), pp. 243-264, の内容の非線形な場合への拡張であって，非線形の処理を除けば得られた結果およびその応用面については前掲論文と本質的には全く同じである．

論文は第1部で separability の数学的な研究結果が述べられ，第2部でその応用面 (Method of Extended Models) が述べられている．

"principal prob." とよばれる次の問題を考える：

$$P[x_1, x_2]:\begin{cases} min\ f_1(x_1)+f_2(x_2) \\ g_{11}(x_1)+g_{12}(x_2)\geqq 0 \\ g_{21}(x_1) \qquad\qquad \geqq 0 \\ x_1,\ x_2 \qquad\qquad\ \geqq 0 \end{cases}$$

こゝで x_1, x_2 はそれぞれベクトルである．$P[x_1, x_2]$ について次の4つの仮定をする．

仮定 H_1：$f_1(x_1)$, $f_2(x_2)$ は連続微分可能な凸関数，

仮定 H_2：制約領域は Kuhn-Tucker の constraint qualification をみたしている．

仮定 H_3：$g_{11}(x)$, $g_{21}(x)$, $g_{12}(x)$ は連続微分可能で凹関数

仮定 H_4：任意の最適基底解が non-degenerate である．

$P[x_1, x_2]$ の任意の最適解 $(x_1°, x_2°)$ に対応する Kuhn-Tucker の係数を $(u_1°, u_2°)$ とする (H_4 から1組だけ存在)．そのとき reduced prob. $R(x_1)$ を次のように定義する：

$$R(x_1)\ :\begin{cases} minF_1(x_1)=f_1(x_1)-u_1°\cdot g_{11}(x_1) \\ \qquad g_{21}(x_1)\ \ \geqq 0 \\ \qquad\quad x_1\quad \geqq 0 \end{cases}$$

仮定 H_1～H_3 と Kuhn-Tucker の定理を用いれば，次の定理で証明される：

定理1　$(x_1°, x_2°)$ が $P[x_1, x_2]$ の1つの最適解であれば，$x_1°$ は $R(x_1)$ の1つの最適解になる．

この定理の結果は principal prob. の最適解から reduced prob. の最適解が作り出せることを示しているが，"separability" はこの逆の性質として定義される．

Separability の定義：$R(x)$は，次の性質 S(separability) をもつとき，$P[x_1, x_2]$ から separable であるという．

$[S]$：$R(x_1)$ の任意の最適解 x_1^* に対して，$P[x_1, x_2]$ の最適解が (x_1^*, x_2^*) となるような x_2^* が存在する．更に次のような性質 P, R を定義する，

$[P]$：$P[x_1, x_2]$ は x_1 に関してたゞ1つだけの最適解しかもたない．

$[R]$：$R(x_1)$ は，たゞ1つだけの最適解をもつ．そのとき，この論文で得られている主要な結果は S, P, R の間の次のような関係である．

補題1　$R\rightarrow P$

補題2　$R\rightarrow S$

補題3　$(\urcorner R)$ $P\rightarrow\urcorner S$, ($\urcorner R$ は R が成立しないことを意味する)

このことから

定理2　$P\rightarrow[R\leftrightarrow S]$

が成り立つ．

上の結果から，Separability が成り立つための十分条件は，$R(x_1)$ の目的関数 $F_1(x_1)$ が $x_1\geqq 0$ に関して狭義の凸関数になっていることであることは容易にわかる．

この separability の応用は2つの場合に分けて考えられる．1つは初めに principal prob. がある場合で，このときは双対変数 $u_1°$ を推定し，reduced prob. の解 x_1^* を求め，次ぎに "条件付きの問題"

$$P(x_2/x_1^*)\begin{cases} \min f_2(x_2) \\ g_{12}(x_2)\geqq -g_{11}(x_1^*) \\ \qquad x_2\geqq 0 \end{cases}$$

を解くという過程の繰り返えし（この結果から求まる u_1^*を用いて再び reduced prob. を解く）になる．これは丁度 Dantzig & Wolfe の decomposition principle に基づくアルゴリズムに対応する．もう1つの場合はこの著者らの最も重きを置いている問題で，最初に reduced prob. に対応する問題がある場合である．この場合には，考慮すべき環境を付加してもっと複雑な問題 (extended model) にする．この問題の数学的性質 (separability など) を調べ，reduced prob. の目的関数を定め，最後にこの問題を解く．このような問題の取り扱い方を特に，

“Method of Extended Models„ と呼んでおり，それらの具体的な例などは前掲論文で詳細に述べられている． (青沼竜雄)

Shapiro, J.F., “Dynamic Programming Algorithm for the Integer Programming Problem-I: The Integer Programming Problem Viewed as a Knapsack Type Problem”, *Operations Research*, **16**, 1(1968), 902-914.

〔整数値計画／アルゴリズム／理論的〕

整数計画の問題を群の上の最適化問題に変換することにより最短ルートの問題として取扱えることを示し，かつそのアルゴリズムを *DP* で与えている．この変換は， Gomory が以前に出したものである．

$$\max\ C'x$$

問題I $Ax=b$

x：非負整数ベクトル

$A: m\times(m+n)$, $b: m\times 1$, C, $x: (m+n)\times 1$

(係数は全て整数とする．)

上記の問題で，x が整数という条件を落して *LP* として解いたときの optimal basis を B とし，A の残りの部分を R とする．このとき問題Iは，次の等価な形に移される．

$$\max\ C_R{}^*x_R$$

問題II $x_B=B^{-1}b-B^{-1}Rx_R$

x_R, x_B：非負整数ベクトル

ただし，$C_R{}^*=C_R-C_BB^{-1}R\leqq 0$. $B^{-1}\mathrm{b}\geqq 0$ である．

上記の問題で $x_B\geqq 0$ の条件を落した場合には，IIの制約式は次の様に変換出来る．

$$B^{-1}b-B^{-1}Rx_R=0\ (\mathrm{mod}\ 1),$$

更に，$D=|\det B|$ とおけば，この式は

$$DB^{-1}b-DB^{-1}Rx_R=0\ (\mathrm{mod}\ D)$$

となる．従って，次の問題に書き直される．

$$\max\sum_{j=1}^{n}C_j{}^*x_j$$

問題III $\sum_{j=1}^{n}\alpha_jx_j=\alpha_b\ (\mathrm{mod}\ D)$

x_j：非負整数

ただし，$\alpha_b=D\{B^{-1}b-[B^{-1}b]\}$, $\alpha_j=D\{B^{-1}a_j-[B^{-1}a_j]\}$, a_j は R の列ベクトル，〔 〕は Gauss の記号である．α_b, α_j が整数係数のベクトルとなることは明らかである．

いま，$G=\{\sum\alpha_jx_j(\mathrm{mod}\ D): x_j$ は整数$\}$ を考えると，G は加群をなし．かつ

$$G\cong Z(q_1)\oplus\cdots\cdots\oplus Z(q_r)$$

が成立する．ここで $\{q_i\}$ は行列 $(\alpha_1,\cdots\cdots,\alpha_n)$ の単因子．さらに，$D=\prod_{i=1}^{r}q_i$ が成立し，かつ G の任意の要素は，r−tuple $(l_1,\cdots\cdots,l_r)$, $0\leq l_i\leq q_i-1$ へ同型に写像される．従って，問題IIIで制約式中の α_j. α_b を対応する r−tuple で置きかえ，かつ mod D の演算の代りに群の演算，即ち mod $(q_1,\cdots\cdots,q_r)$ の演算を行なえば，問題IIIは，群の上の最適化問題となる．更にIIIとIは，次の lemma により結ばれる．

lemma. 問題IIIの最適解を x^* とする．このとき，$y^*=B^{-1}(b-Rx^*)\geqq 0$ ならば，(y^*, x^*) は，問題Iの最適解を与える．

lemma. α_j の位数を p_j とし，R^* を対応する $B^{-1}R$ の各成分の絶対値を成分とする行列とする．もし，$B^{-1}b\geqq R^*p$ なら，上記 lemma での $y^*\geqq 0$ が成立する．ここで p は p_j-1 を j 番目の要素とするベクトル．

最短ルート問題への変換

G の要素は，r-tuple として表わされているので，辞書式に順序をつけて $\{\lambda_k\}_{n=0}^{D-1}$ と書く．ネットワーク $\Gamma=[\bar{N}^*, a^*]$ を考える．各 λ_k に対して，1つの node を定める．次に，arc としては，$(\lambda_k, \lambda_k+\alpha_j)$, $j=0,\cdots\cdots,D$, $\alpha_j=1,\cdots\cdots,n$ をとる．従って，問題IIIの群の上の制約式は，λ_0 から α_b へのルートとして表わされる．

問題IV ネットワーク Γ の上で，arc$(\lambda_k, \lambda_k+\alpha_j)$ を通るのに費用が $-c^*{}_j$ かかるとしたとき，λ_0 から α_b への書短ルートを求めよ．

他方 $-c^*{}_j\geqq 0$ だから，この最短ルートは必らず存在する．このルート上で α_j により渡された arc $(\lambda_k, \lambda_k+\alpha_j)$ を通過する回数を $Z_j{}^*$ とすれば，これは，問題IIIの解となっている．更にルートの長さに関して次の lemma が成立．

lemma. P_j を α_j の位数とするとき，$Z_j\leq p_j-1$ を満す最短ルートの解が必らず存在する．

以上が，IP 問題の最短ルート問題への変換である．なお，この論文では，最短ルートを求めるアルゴリズムを DP で定式化している．この計算に於ては，ネットワークを保持する必要はなく，必要な arc は群の演算を用いてそのつど作られる．このアルゴリズムによる例題が最後に解かれている．大きな問題に対する計算結果及び $y^*\geqq 0$ が成立しない場合については，次の抄録を参照のこと．

(野末尚次)

Shapiro, J.F., "Group Theoretic Algorithms for the Integer Programming Problen II: Extension to a General Algorithms," *Operations Research,* **16,** 5 (1968), 928-947.

〔整数値計画／アルゴリズム／理論的〕

この論文では，先の論文で述べたアルゴリズム (GTIP 1) の計算結果，及びこの GTIP 1 で解いた時 $y^*\geqq 0$ が成立しない場合に対処するアルゴリズム (GTIP 2) とその計算結果を与えている．

GTIP 2 は，GTIP 1 をその subset として持つアルゴリズムで，LP の最適解から non-basic な変数の値を増していって IP の最適解に到達しようとするもので，branch and bound の考えが用いられている．計算は，$K=\sum_{j=1}^{n} x_j$ (x_j は non-basic variable) とおくとき，$K\leq K^*$ まで調べたら終了する．ここに K^* は次の問題の解である．

$$K^* = \max \sum_{j=1}^{n} v_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} (DC_j) v_j \leq DZ(b)$$

v_j; non-negative integer

ただし，$Z(b)$ は現在までに得られているもとの IP 問題の feasible な解に対する最大値．bound の決定は fathoming と呼ばれていて，任意の x に対して，$w\geqq x$ を満す w に feasible，かつ，現在の $Z(b)$ より大きくなるものがあるかを，GTIP 1 を用いて決定する．この決定は，次の問題を解くことにより得られる．

$$\max C_j^* u$$

$$y=B^{-1}(b-Rx)-B^{-1}Ru$$

y, u：非負整数

もし $B^{-1}(b-Rx) \ngeq 0$ の時は，$C^*\leqq 0$ より dual simplex 法で basis を入換えて，新しい basis に対して，GTIP 1 を適用する．1つの basis が1つのネットワークを定めるので，GTIP 1 を一度適用すれば，λ_0 から任意の α_b への最短ルートが求まるので，この情報を保存することにより，reoptimize したものが既に一度計算された basis になる場合には，直ちに上の Sub 問題の解が出せるようになっている．この時，$w\geqq x$ が fathoming 出来ない場合には，$j(x)=\max\{j|x_j>0\}$ に対して，$x+e_j(j(x)\leq j\leq n)$ を新しい branch とする．この手順を $K=1$，即ち $x=e_j(j=1,\cdots\cdots,n)$ から，K^* まで操返す．この際，新しい $\hat{Z}(b)$ が得られる毎に，K^* は計算しなおされる．以上が GTIP 2 の概要である．計算結果を下に示す．

問　題		m	n	D	最適値	時間(秒)
Fixed Charge	1*	4	9	183	− 7	1.28
	2	4	9	258	− 8	0.97
	3	4	9	320	−10	1.27
	4*	4	9	205	−11	0.91
	9*	6	12	2000	− 9	6.59
IBM test	1*	7	14	32	8	2.19
	2*	7	14	32	7	1.95
	3	3	7	72	187	0.82
	9	50	66	96	9	20.20
	8	12	45	2856	0	9.50

*：GTIP 1 で解が得られたもの．

尚この問題は，Haldi, J. "25 Integer Progromming Test Problems" Working Paper No. 43, Stantord Unv. 1964. による．　　（野末尚次）

Senju, Shizuo & Yoshiaki Toyoda, "An Approach to Linear Programming with 0-1 Variables" *Management Science,* **15,** 4 (1968), B-196～B-207.

〔0-1 計画／近似解法／理論的〕

一定の制約条件内で，独立的諸案件から利益を最大にする最適な案件を選択する決定問題は，数多くある．つぎのような受注選択問題，すなわち，n：注文の数，m：利用可能な資源の数，K_j：j 注文の粗利益 ($j=1,\cdots\cdots n$)，L_i：i 資源の制約，a_{ij}：j 注文の i 資源所要量，X_j 決定すべき変数 ($X_j=0$ or 1) とし，$\sum_j a_{ij}X_j\leq L_i$ の制約のもとで $\sum_j K_jX_j$ を最大にする X_j の値を0か1に決める問題は整数計画法や 1-0 値計画法によっ解かれることはよく知られている．しかし従来の方法は，いずれも計算の手間が繁雑で結局は X_j の値を総当りに調べることになり，変数の数が増加すると膨大な計算時間がかかり，実務上の利用が制限される難点があった．

本論文で示される "有効利益勾配法 (Effective Gradient Method)" は全く別のアプローチをとる精度のよい近似解法であって，計算手続が極端に簡明なことをその特色としている．また本発想の出所ともいうべき受注選択理論からみても

(1) 注文に優先順位がつけられること

(2) 制約が弾力的に変えられる場合にも拡張できること，（混合 1-0 値問題）

(3) 受注残が許される場合にも適用できる．

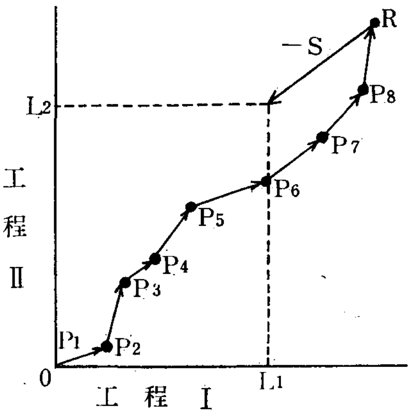
など多くの利点があり．これらは LP などでは処理しえなかったことである，

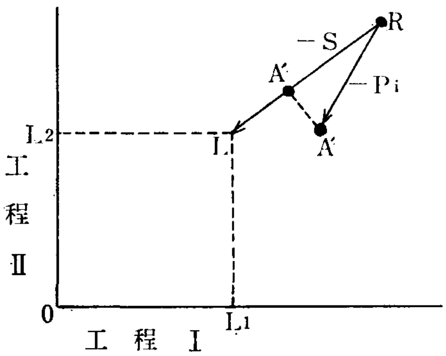
有効到益勾配法の骨子を2工程を経て完成する製品の受注選択を例にとり以下に簡単に紹介しておく.

いま選択の対象となっている i 注文の工程処理時間を $P_i(a_{i1}, a_{i2})$ とし，候補となったすべての注文と工程能力との関係が図1のようにベクトルの和で示されたものとする．図上で，

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_2+\cdots\cdots+\boldsymbol{P}_8,\ \boldsymbol{S}=\boldsymbol{R}-\boldsymbol{L},$$
$$\boldsymbol{L}=(L_1,\ L_2)$$

したがって $(L_1,\ L_2)$ の制約のもとではすべての注文をとるわけにはいかず選択しなければならない.





有効利益勾配法ではこの注文の落ち順序を次のように考える．ある注文ベクトル P_i を落したときになるべく L 点へ早く近ずきしかも失う粗利益 K_j の少ない注文が適していると．前者は $\boldsymbol{S}$ への P_i の正射影の長さ，$(\overrightarrow{A'R})$ すなわち $(-\boldsymbol{S}/|\boldsymbol{S}|)\cdot(-\boldsymbol{P}_i)$ で表わされ，後者は K_j であるから後者の値を前者の値で割った値の小さいものほど落すのに適している（図参照)．この尺度により各注文に優先順位をつけ，工程能力 $(L_1,\ L_2)$ のゾーン内に入るまで退却すれば，近似的に最適解に近いものが選択できる．工程の数，変数の数が増えても同じ手順が適用される．本方法の妥当性は多くの大規模実験により確かめられている．　　　　　　　　　　(柴田典男)

White, Leon S. "Shortest Route Models for the Allocation of Inspection Effort on a Production Line," *Management Science*, **15**, 5 (1969), 249～259.

〔検査／ネットワーク／応用的〕

本論文では，多段階の生産ラインにおける最適検査計画を決定するための方法が，最短経路問題として定式化できることを，設定される検査ステーションの数に制限がない場合，およびその数に制限がある場合の2つのモデルに対して示している.

論文では，先ず前者のモデルを採りあげて論議を進めている．すなわち，生産ラインが L 個のステージから構成されている時，$N(L)$ によって表わせるネットワークは，0から $L+1$ までの番号のつけられた $L+2$ 個の node と，$m<n$ なる全ての node m, n 間の弧から構成される．ここで論文では，こうした弧の長さをそれを通過する際の期待費用で測定することにし，この期待費用としては，2つのケースに分けて，つぎのものを考えている.

（ケース1） 修理可能な欠陥をもった品目は，直ちに修理され，そのバッチにもどされる．一方，修理不可能な欠陥をもった品目については，スクラップとし，それについての補充は行なわない場合……①検査のための期待費用，$i(m,\ n)$,（これには検査される1バッチ当りの固定費及び検査される品目1個当りの変動費が含まれる)．②欠陥を修理するための期待費用，$r(m,\ n)$．③スクラップ品目の期待費用，$s(m,\ n)$,（これには修理不可能品目に対する処理のために費された期待費用及び修理不可能品目に対する処分のための期待費用が含まれる)．④検出されない欠陥品目の期待費用，$u(m,\ n)$.

（ケース2） 修理可能であろうとなかろうと欠陥をもった品目が発見されると，直ちに欠陥のないものにとりかえられる場合……①検査のための期待費用，$i(m,\ n)$．(ケース1に同じ)．②修理可能な欠陥品目を取りかえるための期待費用，$r(m,\ n)$．③修理不可能な欠陥品目を取りかえるための期待費用，$s(m,\ n)$．④検出されない欠陥品目の期待費用，$u(m,\ n)$.

こうした費用要素から，ネットワーク $N(L)$ における弧の費用は，次式で与えられる.

$$c(m,\ n)=i(m,\ n)+r(m,\ n)+s(m,\ n)$$
$$m=0,\ 1,\cdots\cdots,\ L-1$$

$n=1, 2, \cdots\cdots, L$

$c(m, L+1)=u(m, L+1) \quad m=0, 1, \cdots\cdots, \mathrm{L}$

$Z(L)$ を node 0 から node $L+1$ への全ての経路の集合とすれば，問題はつぎのような1つの経路 $z^*\in Z(L)$ を見つけることである．

$$\sum_{(x, y)\in z^*} c(x, y) \leqq \sum_{(x, y)\in z} c(x, y) \quad \text{すべての } z\in Z(L)$$

$f(n)$ を node 0 から node n へ巡回する最小期待費用と定義すれば，上式の最短経路問題に対応するダイナミック・プログラムはつぎのように書ける．

以下の条件で $f(L+1)$ を見つける．

$$f(0)=0$$

$$f(n)=\min_{m=0, 1\cdots\cdots, n-1} \{f(n)+c(m, n)\},$$

$$n=1, 2, \cdots\cdots, L+1$$

最適計画を得るために，上式を直接解くことは可能である．しかし，大きなネットワーク，すなわち長い生産ラインに対しては，特別なアルゴリズムを用いることが有効である．広く有効である1つのアルゴリズムが Dantzig によって提出されており，その他のいくつかのものが Dreyfus によって提出されている．

以上のことから著者は，モデルⅠにおいて，最適経路問題による定式化が可能なことを主張している．

本論文では，更に設定される検査ステーションの数に制限のある場合についても，同様な最短経路問題として定式化できることを示し，これらの2つのモデルに対して，簡単な数値例をあげて説明している．　(田中芳彦)

Elmaghraby, S.E., "The Machine Sequencing Problem——Reivew and Extensions," *Naval Research Logistics Quarterly,* **15,** 2 (1968), 205-232.
〔製造工業／スケジューリング／理論的〕

本論文は順序づけ問題の簡潔な展望を行ない，現在までの研究成果をとりまとめて紹介すると共に，ロット・サイズ・スケジュールに関する著者の最近の研究を報告している．巻末に重要文献の一覧表をのせている．

先ず，順序づけ問題を確率的なシステムに対するものと，確定的なシステムに対するものとに分けた後，本論文の対象を後者に絞る．順序づけ問題を，他の経営管理上の問題から切り離すために，対象システムの持つべき条件を限定する．

次に，順序づけの手法を

(1) 組み合わせ論的接近
(2) 数理計画
(3) reliable heuristics
(4) モンテ・カルロ・サンプリング

に分類して，それぞれの概要を紹介する．ここで，組み合わせ的と言っているのはSmithの"switching around" に関する定理を利用することである．reliable heuristics と呼んでいるのは "branch and bound" のような controled enumeration のことであって普通に言われる "発見的方法" とは少し違っている．モンテ・カルロ・サンプリングの紹介では，順序づけをランダムに行なうと滞留時間が近似的に正規分布することを利用してサンプリングの stop rule を提案しているのが興味深い．

更に，現在までの研究成果の紹介においては，順序づけ問題を

(1) 機械1台
(2) 並列に機械m台
(3) 直列に機械m台
(4) 並列・直列に機械m台（ジョッブ・ショップ）

に分けて，それぞれのシステムにおいて，現在どのような評価関数についてなら最適解が得られているか，を列挙する．(2)において，CPM との関連を研究すべきことを指摘しているのは妥当であるが，本論文ではまだ問題の指摘にとどまる．ジョッブ・ショッブについは，実際には何も紹介されていないのに近い．

最後に，cyclical lot schedule について論ずる．これは，1台の機械で n 種の製品を作るものとし，各品種とも，需要量は連続的で且つ既知であるとする．その時の，最適の製造スケジュールをきめる問題である．先ず，Bomkerger の DP による定式化を紹介した後，筆者は

(1) 初期在庫を考慮する，
(2) 機械の初期状態（どの製品が最後にかかっていたか）を考慮する，
(3) 計画期間を有限とする

という条件を付加して，整数 LP 及び DP による定式化をそれぞれ試みる．前者においては，5製品，20計画期間で制約条件の数は5630となる．

巻末の文献が初学者への適切な指針となることを筆者は期待している．　(原　亨)

Eilon, Samuel, "Multi-Product Scheduling in a Chemical Plant," *Management Science,* **15,** 6 (1969), B-267～B-299.
〔スケジューリング／最適化／理論的〕

この論文の目的は，ある条件の下での2つの基本的な生産スケジュールの立て方が，幾つかの評価基準（週当りの機械稼働時間，段取時間，遊び時間，総販売高，総機会損失高，総利益，総費用）に如何なる影響を与えるかを分析し，最終的には総利益対総費用の比率でその最適性を検討することにある．従って本論文の特徴は，多くの時間ファクターを評価基準にしたミクロ的なスケジューリング・ルールの検討といったアプローチとは異って，需要—生産計画—生産—在庫—販売という一連の製造活動のプロセスの中で，スケジューリングの機能と方法を評価しようとする試みにある．

モデルの条件は製品種類 i が5品目で，それぞれがある与えられた条件の下で正規分布に従う．機械 k は4台で，機械 k における製品 i の生産 rate R_{ik} (時間/1000 lbs) はあらかじめ与えられており，それらの最大能力は 168(時間/週) である．段取費用は各機械の単位当り運転費用 C_k と交換する品目の段取時間の積で示される．製品 i の販売価格は G_i で表わされ，原材料費 C は全ての品目 i について 1 lb 当り10で与えられる．またスケジュールはその週の初めに立てられ，その週に生産されたものはその週で消費されることとし，残った在庫品には年率15%の率の在庫保管費がかかる．

以上が固定的なモデルの条件であるが，以下に述べる条件はアウトプットの性質に影響を与えるものとして，実験計画的に幾つかの水準を与えている．

イ）需要量の水準；3水準

工場能力より20%以下の，等しい，20%以上の需要水準．

ロ）需要量の変動係数 v；2水準

$v=0.3$ と $v=0.5$ の場合．ただし $v=6/\bar{D}$.

ハ）backlog の取扱い；2水準

2週間まで backlog が許される場合と全然許されない場合．

ニ）安全在庫水準；3水準

安全在庫量を設定しない場合と一週間の平均消費量の0.1倍，あるいは 2σ 倍．

さて論文の焦点でもある比較さるべきスケジューリングの方法（モデルI，モデルII）を整理すると次のようになる．

モデルI—— LP の利用

今製品 i の機械 k における製造時間を x_{ik} とすれば，利益 Z_{ik} は

$$Z_{ik}=x_{ik}[10^3(G_i-C)/R_{ik}-C_k]$$

で表わされ，次の2つの制約条件の下で

$$\sum_k x_{ik}/R_{ik}\leqq \text{製品 } i \text{ の需要量}$$

$$\sum_i x_{ik}\leqq 168$$

以下の目的関数

$$Z=\sum_i\sum_k Z_{ik}$$

を最大にする LP 問題に変換できる．次に段取時間が最小となるよう順序づけがなされ，その制約を加味して再度 LP を解く．モデルIには毎週繰り返し確定的に解かれるモデル I1 と，不確定要素を含めながらも段取時間を減少するよう2週間毎に繰り返し解かれるモデル I2 が考慮される．

モデルII——最適バッチ・サイズの利用

ここでは最適バッチ・サイズ Q が次式

$$Q=\sqrt{S/K}$$

で与えられる．ただし S は段取費用，K は在庫保管費用である．したがって機械についての総所要時間を T とすれば，$T=\sum(Q_i/R_i)$ となる．もし T が能力より大であれば利益率の高い順に製品が選択され，製造能力の制約と製品の順序はモデルIと同様に取扱われる．このモデルでは計画立案の時点が全体のサイクルを満足するように決定される．

これらのモデルについて，イ，ロ，ハ，ニの組み合せが考慮され，500週にわたる数多いシミュレーションの結果が示されている．得られた主要な結論は，目的や評価基準によってモデルの望ましさが異り，モデルそれ自体が全ての目的や評価基準を満足することはなく，しかもそれぞれの結果には大差がないということである．（星野珙二）

Jackson, J.R., "On Decision Theory under Competition," *Management Science*, **15**, 1 (1968) 12-32.

〔決定理論／ゲームと決定理論の結合／理論的〕

最終的ペイオフが自然の状態，それについてのメッセージおよび行動に依存し，意思決定者は，自然の状態をメッセージに変換する情報函数とメッセージを行動に交換する決定函数に関する選択をしなければならないというのが決定理論の一般モデルである．著者は自然の状態を合理的に行動する敵に置きかえる．この場合，意思決定者が選択手を確率混合しうるという問題と，決定者の戦略について敵が情報を持ちうるという問題とが新たに生ずる．従って，決定理論とゲーム理論の結合の上に立った新しい理論が必要になる．上の二つの問題について，それぞれどのような仮定を置くかによって，種々の2人ゲ

ームができる．著者は20組のゲームについて，maximin-minimax 理論を検討し，結局この理論が，決定問題との関連で本質的には次の3種のゲームについての理論に帰着することを示す．(i) 意思決定者が混合戦略をとれず，敵は決定者の選択手を知っているゲーム，(ii) 決定者は選択手を任意に確率混合でき，敵は決定者の選択手を知らないゲーム，(iii) 決定者は選択手の確率混合ができ，敵は決定者の情報函数のみを知っているゲーム．さらにこれらのゲームにおける意思決定問題が検討される．これらのゲームは行列で表わされるが，この行列に明らかに不利な選択手を除く等の操作を加えることによって，ゲームをさらにもとのゲーム行列の小行列で表わすことができる．その結果，結局，(i)，(ii) は，ゲームの行列の minorant game および rectangular game になり，(iii) は rectangular game を伴う minorant game になることを示す．次に，意思決定者の情報チャンネルの容量が制限されており，一方情報の費用は一定であるというケースをはじめ，いくつかの特殊なゲームについて，情報の費用と価値を考慮した決定問題を検討する．続いていくつかのゲームについて数値例で説明し，最後に著者の今後の研究の方向を示唆している．

(梅沢　豊)

Shapiro, Jeremy F. "Turnpike Planning Horizons for a Markovian Decision Model," *Management Science*, **14**, 5 (1968), 292～304.

〔マルコフ決定過程／ターンパイク模型／理論的〕

本論文に於ては有限な状態空間と政策空間とを有するマルコフ決定過程の或る漸近的性質について論ずる．これは数理経済学に於ける最適経済成長の径路に関するターンパイク定理のマルコフ決定過程に対する拡張とも考えられる．

一般的にこの定理を述べれば次の通りである．次の条件を満足する N^* が存在する．すべての $n>N^*$ に対して，残りの期間に対する最適決定は無限期間に対する最適決定と同様なものを採用してよい．更に換言すれば，もし無限区間上の単一最適定常政策が存在するとき，もし期間が有限 $n>N^*$ であっても次のような政策を採用することである．最初の N^* 期に対してはダイナミックプログラミングによって見出される最適な過渡的政策を用い，残りの $(n-N^*)$ 期に対しては無限期間に対する単一最適定常政策に従う．すなわち最適なターンパイクは最適定常政策であって，最初の N^* 期はターンパイクを離れているが，残りの $(n-N^*)$ 期はターンパイク上に存在すると云える．

本論文は第一に Blackwell によって導出されたマルコフ決定過程の模型を導入する．次に割引率 α が $0\leqq\alpha\leqq1$ の場合のターンパイク定理とその証明が示され，更に N^* の上限を算出する方法が加えられている．第三に有限期間の最適問題に対する代替的最適政策が議論されている．最後に割引率 $\alpha=1$ の場合の考察がなされているが不幸にもこの場合には余り正確な結果は得られなかった．今後の問題に残されている．

本論文はこれまでのターンパイク模型に関する同一の著者の論文を一般化したものであって，数理計画法に対する今後の課題として重要なものと思われる．

(小田中敏男)

書 評・新刊紹介

Hanssmann, F., *Operations Research Technlques for Capital Investment*, 269 p., 1968 Wiley
〔投資／線型計画，統計／応用的〕

この著書は，資本投資を広く考え，広告支出，企業の吸収・合併，研究開発投資，地下資源の開発などまで含めて，広い意味での投資を対象として，投資案の評価基準，投資決定のモデル，投資費用と収益の推定，予測の問題について，それぞれ簡単に説明し，その後，それぞれについて具体的な事例をとりあげて説明するという構成をとっている．説明は全般的にごく一般的なものが多く，解析的なモデルの展開は少なく，取り上げられているモデルは，いずれもこれまでに述べられたものであって，本質的に新しい点はない．この著書の重点はむしろ問題の把握ないしは，定式化と，結果の分析におかれており，この点，実際に資本投資の問題に従事しているOR ワーカーには多くの示唆を与えるであろう．

この著書で取り扱っている投資決定のモデルは，プロジェクトが独立的な場合と，従属的な場合に分け，独立的な場合については，静態モデル（確率的な場合を含む)，動態モデル（多数期間モデル)，取り替え投資，拡張投資，代替的作業をもつ投資について説明し，従属的投資案については，経済的従属の場合と，技術的従属の場合について説明している．非線形計画，動的計画によるモデルについてもふれているが，大部分は線形計画ないしは整数計画のモデルが中心となる．しかも，これらのモデルについても計算法については何もふれられてはなく，整数計画についても，通常の線形計画で解き，小数部分を丸めこむことを提案したり，収益率（収益額÷投資額）をプロジェクト採用の基準として使用しても，最適計画ではないが，かなり良好な計画が得られると述べるなど，理論的接近よりも，むしろ実際的側面を強調している．事例は全部で７つあり，全体のページ数の約$^{2}/_{3}$をしめているが，７つの事例のうち６つは，この著者や他の人々が，1956年から1960年までの間に，雑誌・著書などに発表したものであって，理論的に新しいものは何もない．また，最後の著者による新しい事例も理論的な新しさはみられない．しかし，いずれの事例も，問題の定式化，データの収集・整理など比較的詳細に述べられており，OR の実施に関心をもつ人，資本投資問題に関係する人で OR 的接近法に関心をもつ人には役立つものとなるであろう．

（飯原慶雄)