

集材機システムの最適化に関する研究†

白 井 良 明*

1. ま え が き

日本国土の67%を占める森林を対象とする材業は、産業の中でも重要な位置にある。林業において山地の木を伐採して運搬および造材を行う製品生産事業は、国有林だけで年間200億円に達する¹⁾。この事業は北海道と本州の一部を除けばほとんど集材機を用いた集材作業が中心となっている。本研究で扱う集材機システムは、立木の伐倒、造材、集材作業を行う人間、機械設備および作業現場を意味する。したがって現在国有材では700余りの事業所が数箇所の作業現場の集材機システムを設計している。この設計は各事業所の担当員の主観に任せられる部分が多く、したがって従来の経験と勘に頼る場合が多い。そこで集材機システムの総コストを最小とする最適設計の必要がある。このようなシステムの最適化を行えば、あらかじめ必要な機械設備、作業人員、作業日数などを知ることができる。

従来このような集材機システムの最適化の研究は行われていないが、最近そのサブシステムの設計基準を求める試みが始められたが〔1〕、最適化の目的関数として人件費以外が考慮されず、また適応性に乏しい。そこでここでは対象とする事業地が変わっても適用できる一般性のあるシステムの最適化の研究を行った。

2. 最適化システムの基礎的考察

1. システムの範囲および目的関数

ここで最適化の対象となるシステムは、山地の立木を材木の形で材道に出すまでの、伐倒、造材、集材およびそれに伴う副作業を行うシステムとする。最適化の目的関数であるシステムの全コストは次のように大別することができる。

1. 生産コスト：事業地の立木を伐倒して集材するまでのコスト
2. 造材コスト：集材後に造材するコスト
3. 災害コスト：伐木から集材までの災害コスト

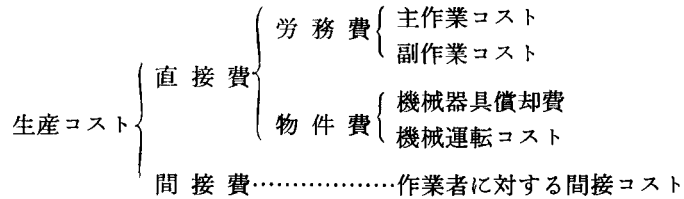
† 1968年 月 日秋季研究発表会発表

* 東京大学・工学部大学院（電気試験所）

注 1) 中央林業相談所編：日本林業の現状，地球出版K K 1965. より

4. 全木集材利益：全木集材の場合に見込まれる末木処分および材の品質による利益。

なお本研究では生産コストに重点を置き、その他のコストについては現在ほぼ妥当と考えられている方法で近似を行った。また造材コストは集材システムの設計結果によって差が生ずる部分のみを考慮すればよい。なお生産コストを分類すれば次のようになる。



2. システムの基礎的性質と最適化変数

本システムで行う作業は作業の順序によって現在つぎの2種類の作業方式に大別されている。

- (1) 普通集材方式……伐倒→造材→集材
- (2) 全木集材方式……伐倒→集材→造材

2種類の作業方式の基礎的性質は表1となる。このほかに本システム外に及ぼす影響による両作業方式の相異はつぎのようになる。

表 1. 作業方式の基礎的特徴

項目	作業方式	普通集材方式	全木集材方式
伐倒作業		次に行う造材作業を考慮する必要がある。	やり易いように行えばよい。
造材作業		山地で行うために足場が悪い。	盤台上で行うために足場が良い。
荷掛け作業		1回に何度も荷掛しなければならぬ。	全木のままであるから荷掛本数が少ない。
荷卸し作業		ただ卸せばよい	盤台上の位置を考慮して却す必要がある。
集材機作業の能率		作業者と集材機の待時間が少ない。	作業者と集材機の干渉が多い。

○造林……全木集材方式は枝条を残さないために集材後の造材が行い易い。

○製品価値……全木集材方式による製品は材が新鮮で造材がていねいである。

つぎに集材設備である索張りには現在10種類あるが最も多く用いられている方式はつぎの2種類である。

- (1) タイラー方式……荷上げ索の端が固定されて動かない。
- (2) フォーリングブロック式……荷上げ索の端が搬器に固定されて動く。

各索張り方式の基礎的性質はつぎのようになる。タイラー式は集材機の運転が容易である。また索の張力も小さく、集材機の負荷も少なくて済む。しかし緩斜面上に用いることができない。フォーリングブロック式はたえず2種の索のつり合いを保つ必要があるため、運転が困難で索の張力

も高い。しかし緩斜面、さらに逆勾配の斜面の集材を行うことができる。

つぎに索張りに用いる索は、タイラー式とフォーリングブロック式ともに主索、引戻し索であるが、索の直径によってつぎのような基礎的性質がある。

○索が太い程1回の集材サイクルで吊ることのできる材の重量が大きくなる。したがって全サイクル数が減少する。

○索が太い程集材機の負担が大きくなり、集材機驚力を大きくする必要がある。

○索が太い程架線、撤去のコストが増大し、索自身のコストも増大する。

現在最も広く用いられている索の組み合わせは、主索径24 mm、荷上げ索14 mm、引戻し索12 mmで、多少の無理をしてもこの組み合わせで間に合せている。

つぎに集材機の規模であるが、集材機馬力の大きさによってつぎの基礎的性質がある。

○馬力が増大すると集材機ドラムの最高回転数が上るために作業の速度が高くなる。しかし運転速度に制限があるため馬力が大きくなっても作業速度は飽和状態に達する。

○馬力の増大とともに集材機の償却費が増す。

現在国有林で用いられている集材機の馬力は公称で90~125 PSの中型と大型が多い。しかし一般には55 PSの小型が用いられる場合もある。つぎに作業員であるが、普通集材方式と全木集材方式ともに集材機と作業員がお互いに待時間が少く稼働率が高い調和した人員を選べばコストは小さくなる。

以上がシステムの特性に影響を及ぼす因子の基礎的性質である。したがって本最適化における最適化変数は

- | | |
|----------------|------------|
| (1) 集材作業方式 | (2) 索張り方式 |
| (3) 集材線の各種索の直径 | (4) 集材機の馬力 |
| (5) 作業員 | |

3. 目的関数の定式化

前章で本システムの全コストの内容を示したが、ここでは各コストをさらに細分化してその定式化を行う。

1. 主作業コスト

主作業は普通集材方式と全木集材方式によって異なるが、それぞれつぎの作業を含む。

(a) 普通集材方式………伐木造材、荷掛け、荷卸し、集材機運転

(b) 全木集材方式………全木伐倒、荷掛け、荷卸し、集材機運転、盤台作業

以上のコストはいずれも作業の種類別に、作業員、作業日数、作業員1日当りのコストから計算することができる〔2〕。つぎに作業日数を求めるためには、与えられた条件のもとで作業を行う正味時間の合計が必要である。この正味作業時間は作業の種類別に、作業量〔2〕と作業員の関数として求めることができる。また作業量は作業分析の調査データに基いて作業条件の関数

として定式化される。〔3〕, 〔4〕, 〔5〕。

2. 副作業コスト

ここで副作業とは、集材作業のための集材線架設、撤去、盤台作設とする。

(a) 集材線架設、撤去〔6〕

架線についてはタイラー、フォーリング別に昭和38～41年の木曾谷事業所のデータを回帰分析行ない、次の結果を得た。

条件を x_1 : 支間距離 x_2 : 林地傾斜 x_3 : 集材面積 x_4 : 横取距離
 x_5 : 支間傾斜

工程を y として有意な条件だけをとりだせば

$$(1) \quad \begin{aligned} \text{タイラー} \quad y &= 11.4 + 0.027x_1 - 0.202x_2 \\ \text{フォーリング} \quad y &= 11.9 + 0.023x_1 + 1.17x_3 \end{aligned}$$

ところがタイラー、フォーリングによって x_2, x_3 が一方のみに関係があるのは不合理であるため、工程は x_1 だけによって決まるものとして回帰すれば、

$$(2) \quad \begin{aligned} \text{タイラー} \quad y &= 11.4 + 0.027x_1 \\ \text{フォーリング} \quad y &= 12.1 + 0.029x_1 \end{aligned}$$

撤去は、タイラー、フォーリングとも共通とし、やはり x_1 のみに依存するとし、工程 y' は

$$(3) \quad y' = 3.98 + 0.008x_1$$

結局集材線架設、撤去のコスト C_{KT} は、作業員の1日当りのコストを C_{SD} とすれば

$$(4) \quad C_{KT} = C_{SD}(y + y')$$

すなわち、

$$(5) \quad \begin{aligned} \text{タイラー} \quad C_{KT} &= C_{SD}(15.4 + 0.035x_1) \\ \text{フォーリング} \quad C_{KT} &= C_{SD}(16.1 + 0.037x_1) \end{aligned}$$

(b) 盤台作設コスト

盤台作設コストは、普通集材、全木集材により、また地形によりそのコストが異なるが、ここでは普通集材の場合は盤台を作らず、全木集材のみに作設するものとする。また、全木集材も盤台も地形に関係なく一定面積当りのコストを一定とする。長野の38年の資料によれば盤台作設コストは 155.6円/m² で撤去には作設の0.3を見込んでいる。そこで、ここでは盤台作設コスト： C_{BAB} を次のように定める。

$$(6) \quad C_{BAB} = C_{BAA} \cdot A_B$$

ここで C_{BAA} : 1m² 当りの盤台作設コスト。

A_B : 盤台面積

3. 物件費

物件費は、機械器具が作業によって劣化することによる機械器具損料と集材機の燃料のように消費する機械運転経費に分かれる。ここで考える物件は工程によって差のあるものにとどめ、同

等な費用は考えない。したがってチェーンソー、チェーンソーの燃料は省略できる。

以下各物件費の算出法を述べる。

(a) 集材機および附属品

集材機の購入価格に対する1日当りの損料については、表2が定められているが、ここでは、集材機の附属品に対してもこれを適用する。

表2 集材機の損料(1日当り)

集材機	損料(%)
55馬力以上	0.1992
20~55馬力	0.2154
20馬力未満	0.2580

(b) ワイヤロープ

ワイヤロープ(主索, 作業索)の損料は使用条件によって異なる。いまある荷重を受けた搬器が1サイクルの間動いたとすれば、その1サイクル当りのコストは次のようにして求める。

その荷重のもとでのくり返し負荷の寿命を $N[7]$ とし、ワイヤロープの購入価格を C_{WR} とすれば、1サイクル当りのコストは、

$$(6) \quad C_{WRC} = C_{WR} \cdot n / N$$

ここで、 n は1サイクル当り負荷回数

(c) 機械運転経費

機械運転経費としてはここでは集材機の運転経費であり、それは燃料費、オイル費、その他があるが、最も大きな割合を占める燃料費をコストに組み入れることにする。燃料費を算出するには、集材の全サイクルにわたりどのような集材機運転を行なっても集材機の種類、すなわちガソリン、重油、プロパンガスのいずれを燃料としているかによって大きく異なる。

しかし、ここでは次のようにして算出することにする。

1. 集材機は大, 中, 小形ともディーゼルエンジンを用いるものとする。
2. 最小燃料費率は大形から小形まで約 190 gr/P.S.-h~250 gr/P.S.-h の範囲にわたるが平均燃費率: C_{FUE} は一率に 250 gr/P.S.-h とする。
3. したがって、機械運転経費: C_{UN} は

$$(7) \quad C_{UN} = C_{FUE} \cdot W_{SH}$$

ここで、 W_{SH} : 集材機の仕事量

4. 間 接 費

間接費は作業員1人当りに支払う間接給付であるが、年間次のようなものがある。

処理費: 家族手当, 山泊手当, 休養手当, 有給休暇, 特別休暇

共通費: 夏期手当, 年末手当, 年度末手当, 運転手当, 失業保険, 健康保険, 厚生年金保険, 失業手当

ところで、作業員1人に対して必ず間接費が、かかるがその額は、時期、場所、人によって異なる。ここでは簡単のため、1人平均1日に一定額 C_{KD} にかかるものとする。

5. 造 林 コ ス ト

集材後の造林コストは造材する樹種、地域の条件等によって異なるが、ここでは全木集材と普

通集材の差のみを考えることにして次のように決定する。

「全木集材後の造林コストは普通集材の場合よりヘクタール当たり一定金額 (C_{ZPA}) 少なくてすむ。」

したがって、造材コストは事業地の面積を A_t ヘクタールとすれば、

$$(8) \quad \begin{array}{ll} \text{普通集材} & \cdots \cdots \cdots 0 \\ \text{全木集材} & \cdots \cdots \cdots -C_{ZPA} \cdot A_t (\text{円}) \end{array}$$

6. 災害コスト

本システムにおける作業を行なった場合に発生する災害に伴うコストである。工程によって災害コストに差があれば、目的関数を構成するときに考慮しなければならない。

本最適化で決定すべき変数のうち、索の太さ、集材機馬力、索張り方式、組人員に関しては、災害コストは一定とみなす。全集材と普通集材に関しては一応考慮すべきであるが、昭和38年から41年までの木曾各全事業所のデータを解析した結果、その差はないものとされた [6]。したがって、ここでは災害コストを考慮しなくて最適化を進めることにする。

7. 全木集材による利益

全木集材によって末木枝条処分および材の新鮮度によって利益がもたらされるものとする。その値は樹種、胸高直径などによって異なることが考えられるが、ここでは両者を含めて末木枝条 m_3 当たり一定値とする。したがって総末木枝条材積を S_{VSS} , m_3 当たり C_{SS} 円とすれば、

$$(9) \quad \begin{array}{ll} \text{普通集材} & \cdots \cdots \cdots 0 \\ \text{全木集材} & \cdots \cdots \cdots -C_{SS} \times S_{VSS} (\text{円}) \end{array}$$

ただし、 S_{VSS} は蓄積の5%とする。すなわち

$$(10) \quad C_{VSS} = C_{SS} \cdot 0.05 \cdot (\text{蓄積})$$

4. 集材作業における諸変数の定式化

集材作業の作業量をそれと直接関係のある作業条件の関数として定式化する場合 [5]、作業条件は必ずしもあらかじめ得られるデータとは限らない。すなわち集材サイクル1回当たりの荷掛本数、全サイクル数などが含まれる。そこでこれらの集材作業における諸変数の定式化を行う。

1. サイクルの荷掛本数の確率

普通集材方式および全木集材方式において、1サイクルに何玉(本)荷掛けすることができるかを知る必要がある。この問題は普通、全木集材にかかわらずつぎのような条件で荷掛本数の確率を求めることにする。

- (a) 1サイクルに荷掛けする木の本数は主索から決まる制限重量を越えることはできない。
- (b) 1サイクルに荷掛する木は一定範囲内の位置になければならない。(調査から一定半径の円内であることが明かになった。)
- (c) 1サイクルに荷掛する木の重量は条件(a), (b)のもとでできるだけ大きくする。

- (d) 集材地にある木の重量別本数が与えられている。
 (e) すべての木は集材地域にランダムに分布している。
 これを式で示せばつぎのようになる。

- (i) 1 サイクルに荷掛する木の本数を n とし、各々の重量を $W_{(i_1)}, W_{(i_2)}, \dots, W_{(i_n)}$ とし、ローディングブロックの位置を原点とした集材地の平面における木の座標を $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ とすればつぎの2式が同時に成立する。

$$(11) \quad \sum_{i=1}^n W(i_j) \leq W_{max} < \sum_{j=1}^{n+1} W(i_j)$$

ここで W_{max} : 主索から決まる許容荷重量。

$$(12) \quad \sqrt{x_j^2 + y_j^2} \leq r, (j=1, 2, \dots, n, n+1)$$

ここで r : ローディングブロックを中心とした荷掛け可能な範囲を表わす円の半径。

- (ii) 木の重量を離散的に $W(1), W(2), \dots, W(e)$ とすれば、各重量に対するその木の本数 N_1, N_2, \dots, N_e が与えられている。
 (iii) 集材地に一定の原点を定めれば、いかなる木もある位置 (X, Y) を中心に2辺の長さが dX, dY の長方形内に存在する確率は

$$Pr(X, Y) dXdY = dX \cdot dY / A$$

ここで A : 集材面積

以上の条件のもとで n 本荷掛する確率 P_n をつぎの手順で求める。

- (i) 集材地域内の任意の点を中心とした半径 r の円内に重量 $W(i)$ の木が n_i 本存在する確率はポアソン分布となり²⁾

$$(13) \quad P(n_i) = \frac{1}{n_i!} m_i^{n_i} \exp(-m_i)$$

$$(14) \quad \text{ここで} \quad m_i = N_i \pi r^2 / A$$

- (ii) この円内に重量 W_1 の木が k_2 本……… W_e が k_l 本存在する確率は

$$(15) \quad P(k_1, k_2, \dots, k_l) = (m_1^{k_1} \exp(-m_1) / k_1!) (m_2^{k_2} \exp(-m_2) / k_2!) \dots \\ \dots (m_e^{k_e} \exp(-m_e) / k_e!) \\ = \frac{m_1^{k_1} m_2^{k_2} \dots m_e^{k_l}}{k_1! k_2! \dots k_l!} \exp(-m)$$

ここで $m = m_1 + m_2 + \dots + m_l$

- (iii) n 本荷掛可能な確率はローディングブロックを1本の木の位置に降せばつぎのようになる。

$$(16) \quad P_n = \sum_{\substack{k_1 + k_2 + \dots + k_l = n-1 \\ k_1 W_1 + k_2 W_2 + \dots + k_l W_e \leq W_{max} \\ k_1 > 0, k_2 > 0, \dots, k_l > 0}} P(k_1, k_2, \dots, k_l)$$

注 2) 1本の木が円内に入る確率は $p = \pi r^2 / A < 1$ であるから

この計算はつぎの計算過程と等価である。

(i) 集材地域の木の総本数を N とする。 ($N=N_1+N_2+\dots+N_l$)

半径 r の円内に木が n 本存在する確率はやはりポアソン分布となり

$$(17) \quad P(n) = \frac{1}{n!} m^n \exp(-m)$$

(ii) 全体の木の中からランダムに n 本取り出した場合に、その総重量が W_{\max} 以下である確率は

$$(18) \quad P_W(n) = \frac{\sum R(W(j_1))R(W(j_2))\dots R(W(j_n))}{\sum_{W(j_1)+W(j_2)+\dots+W(j_n) \leq W_{\max}} R(W(j_1))R(W(j_2))\dots R(W(j_n))} \\ \times \sum_{\substack{K(j_1, j_2, \dots, j_n) \\ W(j_1)+\dots+W(j_n) \leq W_{\max} \\ W(j_1) \leq W(j_2) \leq \dots \leq W(j_n)}} \prod_{i=1}^n R(W(j_i))$$

ここで $R(W(j_i)) = N j_i / N$

また $K(j_1, j_2, \dots, j_n)$ はつぎのように定義される。すなわち j_1, j_2, \dots, j_n のうちで i_1 の値をとるものが k_1 個 i_2 の値をとるものが k_2 個、 \dots 、 i_l の値をとるものが k_l 個とすれば、 $K(j_1, \dots, j_n)$ は多項分布となり

$$(19) \quad K(j_1, j_2, \dots, j_n) = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_l!}$$

(iii) n 本荷掛可能な確率は (iii) と同様に考えれば

$$(20) \quad P_n = P_W(n) P(n-1)$$

なお $P_W(n)$ の計算はかなり複雑でステップ数が多いが、つぎの式にしたがって行えばよい。

$$(21) \quad P_W(n) = \frac{\sum_{W(j_1)=W(1)}^{W_{\max}/n} \sum_{W(j_2)=W(2)}^{(W_{\max}-W(j_1))/n-1} \dots \sum_{W(j_n)=W(n-1)}^{(W_{\max}-W(j_1)-\dots-W(j_{n-1}))}} \{K(j_1, j_2, \dots, j_n)\}$$

(iv) いっばんに普通集材方式の場合は $n=7$ 、全木集材方式の場合は $n=4$ まで考慮すれば十分でそれ以上の $P_W(n)$ は無視できる。そこでこの限界を n_m とすれば、 n_m 本掛の確率は

$$(22) \quad P(n_m) = P_{n_m}$$

(n_m-1) 本掛の確率は

$P(n_m-1) = P_{n_m-1} - P_{n_m}$ で i 本掛の確率は

$$(23) \quad P(i) = P_i - P_{i-1} (i=1, 2, \dots, n_m-1)$$

以上の手順で計算を行えば、 n 本掛できる確率を求めることができる。計算例として昭和42年調査を行った事業地のデータに本方式を適用した結果[8]を表3に示す。計算によって求めた確率は実測値とほぼ一致することがわかる。また立木が同じ重量分布の集材地で(図1)。立木本

数が変化した場合の荷掛けの確率の計算例を図2に示す。

表 3 荷掛け本数の確率の計算例

	計算値	実測値
1 本掛	0.620	0.620
2 本掛	0.307	0.240
3 本掛	0.073	0.009
4 本掛	0.000	0.000

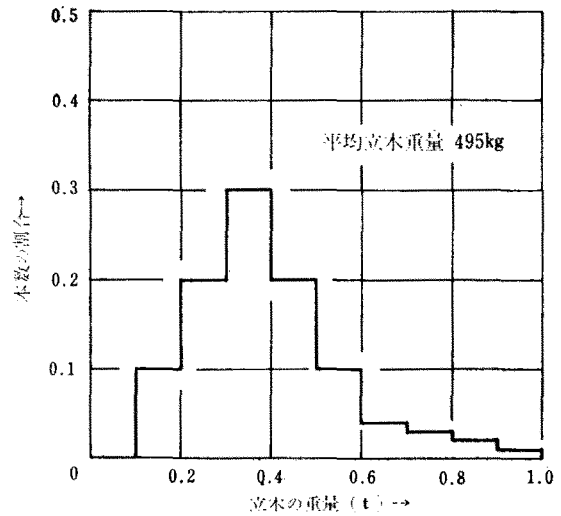


図1 集材地の立木重量分布

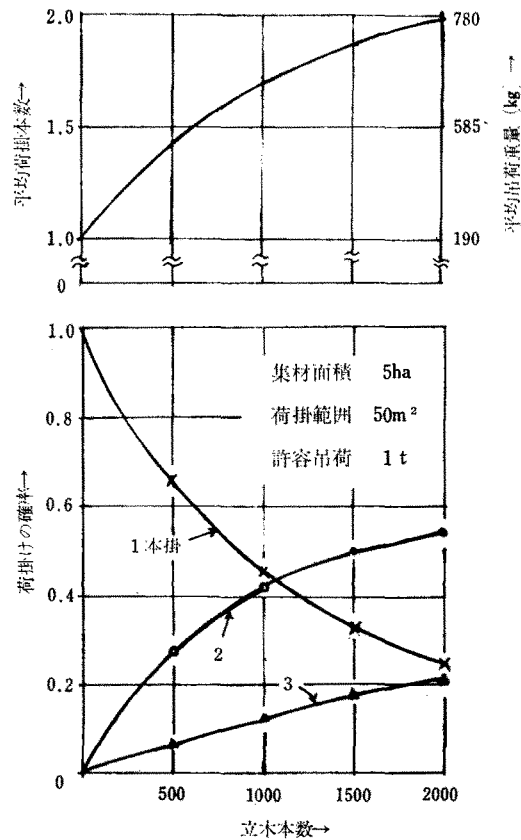


図2 荷掛けの確率(計算値)

2. 総サイクル数

普通集材および全木集材ともに総サイクル数はつぎのような手順で求める。

- (i) 伐倒後の木の本数（全木集材方式の場合）あるいは造材後の玉の本数（普通集材方式の場合）を1と同様に重量別に N_1, N_2, \dots, N_c とすれば、荷掛けするためには許容吊荷重量を越える木はあらかじめ切断しなければならない。そこで許容吊荷重量 W_{max} を越える木は重量が W_{max} となるように切断して、残りの木の重量が W_{max} となるように切断して、残りの木の重量が W_{max} を越えなくなるまで続ける。すなわち $W_j > W_{max}$ ならば

$$(24) \quad W_j = k W_{max} + W_y, \quad k \text{ は整数, } W_y < W_{max}$$

となるように分解して新しい重量別本数を計算する。

- (ii) (i) によって得た重量別本数から、前述の手法で荷掛けする木の本数に対する確率 $P(i) (i=1, 2, \dots, n_m)$ を計算する。
- (iii) 平均荷掛け本数 \bar{n} は次式で表わされる

$$(25) \quad \bar{n} = \sum_{i=1}^{n_m} i P(i)$$

また荷掛けする木の総数は、(1)で求めた重量別本数を $N'_i (i=1, 2, \dots, l)$ とすれば

$$(26) \quad N' = \sum_{i=1}^l N'_i$$

したがって総サイクル数は

$$(27) \quad N_c = N' / \bar{n}$$

5. 目的関数の特性

目的関数を構成する各種コストを最適化変数との関係で分類すればつぎのようになる。

- (A) 作業方式のみに依存する。
- (B) 索張り方式のみに依存する。
- (C) 作業方式と索張り方式のみに依存する。
- (D) (C)および主索径に依存する。
- (E) (D)および集材機馬力に依存する。
- (F) (E)および作業人員に依存する。

(A)は伐倒作業および普通集材方式の造材作業がこれに相当する。なお許容吊荷重量によって半幹にするコストは盤台作業の軽減効果を考えれば実用上、無視することができる。(B)は架線撤去である。(C)としてはロープコストおよび集材機の燃料費が考えられる。これは太いロープを用いれば集材総サイクル数およびロープの応力が小さくなるため、コストに影響する割合は少いとみなすことができ、集材機の燃料は集材機の効率がほぼ変化しなければ、一定重量の木を運

搬する仕事量は変わらないので一定とみなすことができる。(D)以下に相当する独立したコストはないが、システムの変数としては次のものが考えられる。(D)は集材総サイクル数、(E)は集材機作業の時間、(F)は総コストを含む他のすべてのコストおよびシステムの変数である。

作業方式によって目的関数は不連続に変化する。また索張り方式は他の変数とは無関係に決定することができる[9]。

そこでここでは主索径、集材機馬力、作業人員によって変わるコストの特性を解析する。

1. 集材機馬力と作業人員

作業方式、索張り方式、主索径が決まった場合に、集材機馬力と作業人員が、それと関係するコストにどのような影響を与えるかを解析する。このコストは集材作業における人件費、機械器具償却で、いずれも作業時間に比例する。またいずれの作業方式でも単位時間当りのコストは、3で述べたように作業人員に比例するもの、集材機馬力に依存するものおよびいずれにも関係しないものに分類される。次に作業時間も同様に作業人員によって変化するもの、集材機馬力に関するものおよびいずれにも依存しないものに分類することができる。すなわち単位時間のコストは

$$(28) \quad C_u = nC_w + C(P) + C_c$$

ここで P : 集材機馬力, n : 作業人員集材作業時間は

$$(29) \quad T_s = S_w/n + f(P) + t_c$$

なお一般に $C(P)$ は集材機の価格にはほぼ比例し、

$$(30) \quad C(P) = C_0 P^m, \quad 0 < m < 1$$

で表わすことができる。次に $f(P)$ は次式で表わすことができる[10]。

$$(31) \quad f(P) = \sum_i g_i(P)$$

ここで \sum は馬力に関する集材機作業のまとめり作業すべてについて行う。 $g_i(P)$ は1つのまとめり作業時間。

$g_i(P)$ は P が一定値 P_i 以下であれば P に反比例し、 P_i を越えると一定となる。すなわち

$$(32) \quad g_i(P) = \begin{cases} S_i/P & \dots\dots\dots P < P_i \\ t_i & \dots\dots\dots P \geq P_i \end{cases}$$

次にコストの関数形を調べて極小値が唯一つの存在することを証明する。コストは

$$(33) \quad C_s = C_u T_s = \{nC_w + C(P) + C_c\} \{S_w/n + f(P) + t_c\}$$

まずコストと馬力 P の関係を調べる。

$$(34) \quad \begin{aligned} \partial C_s / \partial P = & (nC_w + C_c) \partial f(P) / \partial P + (S_w/P + t_c) \partial C(P) / \partial P \\ & + C(P) \partial f(P) / \partial P + f(P) \partial C(P) / \partial P \end{aligned}$$

式(31), (32)より

$$(35) \quad f(P) = \sum_{i \in \omega_1(P)} S_i/P + \sum_{i \in \omega_2(P)} t_i$$

ここで $\omega_1(P)$ は $P_i \geq P$ を満足する i の集合で

$$(36) \quad \omega_1(P) = \{i | P_i \geq P\}$$

$\omega_2(P)$ も同様に $\omega_2(P) = \{i | P_i < P\}$.

そこで式(34)は次式で表わされる.

$$(37) \quad \begin{aligned} \partial C_s / \partial P &= m C_0 (t_c + S_w / n) P^{-1+m} - (1-m) C_0 P^m \sum_{i \in \omega_1(P)} S_i / P^2 \\ &\quad + m C_0 P^{-1+m} \left(\sum_{i \in \omega_1(P)} S_i / P + \sum_{i \in \omega_2(P)} t_i \right) - (C_c + n C_w) \sum_{i \in \omega_1(P)} S_i / P^2 \\ &= (a_1 P^{1+m} - a_2 P^m - a_3) / P^2 \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{C_0}{m} \left(t_c + \frac{S_w}{n} + \sum_{i \in \omega_2(P)} t_i \right), \quad a_2 = C_0 (1-m) \sum_{i \in \omega_1(P)} S_i \\ a_3 &= (C_c + n C_w) \sum_{i \in \omega_1(P)} S_i \end{aligned}$$

$\partial C_s / \partial P$ の符号を知るために式(37)の分子を調べる.

$$(38) \quad C_1 = a_1 P^{1+m} - a_2 P^m - a_3$$

とすれば,

$$(39) \quad \partial C_1 / \partial P = b_1 P^{1+m} + b_2 P^m + b_3 P^{-1+m} + b_4$$

ここで

$$b_1 = (1/m) \sum_i t_i \delta(P - P_i)$$

$$b_2 = (1+m) a_1 + (1-m) \sum_i S_i \delta(P - P_i)$$

$$b_3 = m a_2, \quad b_4 = n C_w \sum_i S_i \delta(P - P_i), \quad \delta(x) \text{ はデルタ関数}$$

すなわち $\partial C_1 / \partial P$ はデルタ関数を含むが, それを除けば連続となる. 連続な部分だけを考えるため, デルタ関数を除けば,

$$(40) \quad \partial C'_1 / \partial P = b'_1 P^m + b'_2 P^{-1+m}$$

ここで

$$b_1 = (1+m) a_1, \quad b_2 = m a_2$$

$$(41) \quad \partial^2 C'_1 / \partial P^2 = C_1 P^{-1+m} + C_2 P^{-2+m}$$

ここで

$$C_1 = m b'_1, \quad C_2 = (1-m) b_2$$

式(41)において $P > 0$, $C_1 > 0$, $C_2 > 0$ であるから

$$(42) \quad \partial^2 C'_1 / \partial P^2 > 0$$

次に $\varepsilon (> 0)$ を十分小さくとれば

$$(43) \quad \begin{cases} [\partial C_1 / \partial P]_{P=\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon m} (b_1 - b_2 / \varepsilon) < 0 \\ [\partial C_1 / \partial P]_{P=\infty} > 0 \end{cases}$$

したがって $\partial C_1 / \partial P$ は $P = P_2 (> 0)$ で 0 となる単調増大関数である. C_1 についても同様に

$$(44) \quad \begin{cases} C_1(\varepsilon) < 0 \\ C_2(\infty) > 0 \end{cases}$$

したがって $C_1(P)$ は図3のように P_0 で極小値 $C_1(P_0) < 0$ を有し, $P=P'_0$ で0となり, 下に凸な関数である. すなわち $C_1(P)=0$ の解は存在し, 唯一つ存在する. ここで $\partial C_s/\partial P$ と $C_1(P)$ とは同一の符号となることを考慮すれば, 次の結論が得られる.

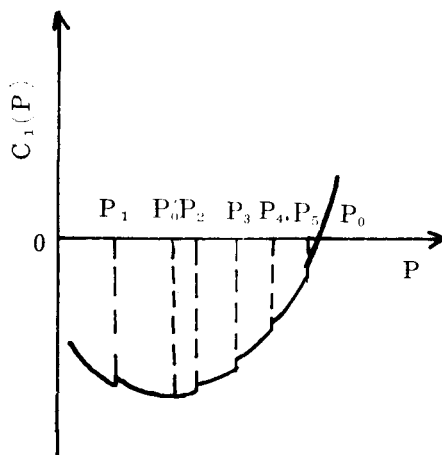


図3 $C_1(P)$ の関数形

〔結論1〕

「 C_s は P に関して必ず唯一つの極小値を持つ。」

次に作業人員の変化に対してこの P_1 がどのような影響を受けるかを調べる. P_1 に関しては, 式(38)より次式が成立している.

$$(45) \quad a_1 P_1^{1+m} - a_2 P^m - a_3 = 0$$

n で微分すれば次式が得られる.

$$(46) \quad \partial P_1/\partial n = \{ -(\partial a_1/\partial n) P_1^{1+m} + \partial a_3/\partial n \} / \{ a_1(1+m) P^m - m a_2 P^{-1+m} \}$$

式(46)において a_1, a_3 の定義により

$$(47) \quad \partial a_1/\partial n < 0, \quad \partial a_3/\partial n > 0$$

また分母は式(45)より次式で表わされる.

$$(48) \quad \text{分母} = m a_3 / P + a_1 P^n$$

すなわち式(46)の分子, 分母ともに正であるから

$$(49) \quad \partial P_1/\partial n > 0$$

したがって

〔結論2〕

「 n が増大 (減少) すれば C_s を最小とする P も増大 (減少) する。」

次に作業人員の影響を調べる. 作業人員は本来自然数で表わすべきであるが, ここでは非負の実数とする. C_s の n に関する極値を解析すれば

$$(50) \quad \partial C_s/\partial n = - (S_w/n^2) \{ C(P) + C_s \} + C_w \{ f(P) + t_c \}$$

したがって C_s が極値をとるときの作業人員は、

$$(51) \quad n_0 = \sqrt{\frac{S_w \{C(P) + C_s\}}{C_w \{f(P) + t_c\}}}$$

すなわち作業人員は n_0 で極小値をとり、極値は他には存在しない。そこで

〔結論 3〕

「 C_s は n に関して必ず唯一つの極小値を持つ。」

以上集材作業における人件費と機械償却費を含むコストと、集材機馬力および作業人員との関係として得られた結論 1～結論 3 を図示すれば図 4 となる。

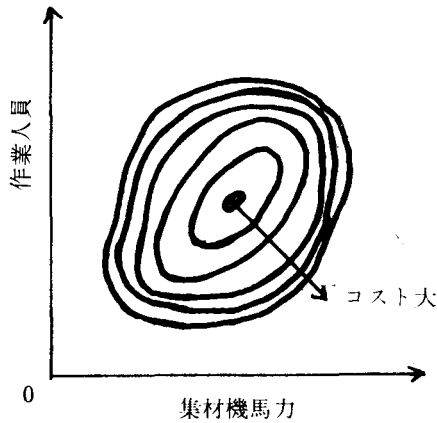


図 4 等コスト線図

実際に採用する P, n は離散的であるためこの特性をそのまま利用して最大傾斜法によって最適解を求める必要はないが、最適化を能率よく行うための基礎となる。

2. 主 索 径

集材機馬力と作業人員を固定した場合の集材コストと主索径の関係を調べる。主索径が決まれば、ほぼ主索径の 2 乗に比例して許容吊荷重量 W_{max} を計算することができる。つぎに平均吊

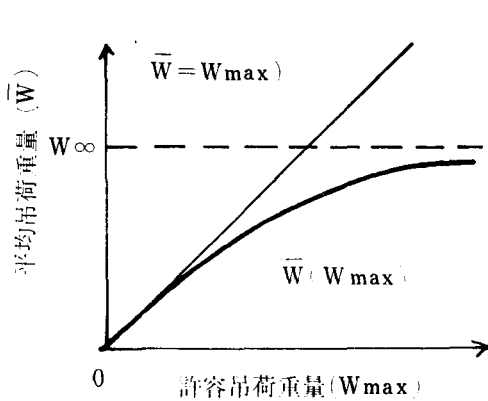


図 5 W_{max} と \bar{W} の関係

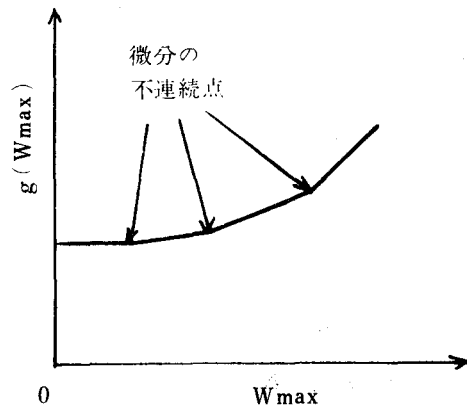


図 6 $g(W_{max})$ の関数形

荷重量 W を4章に従って求めれば、両者の関係は図5となる。次に平均集材1サイクル時間と $W \max$ の関係はつぎのようになる[10]。すなわちサイクル時間には作業索の張力に比例するものと無関係に一定のものがある。作業索の張力は作業索の重量と吊荷の重量の和に比例するものとみなすことができる。以上をまとめて平均集材サイクル時間を次式で表わす。

$$(52) \quad t_s = g(W \max) + k \bar{W}(W \max)$$

なお $g_1(W \max)$ は連続であるが、前項で解析したように1階の微分は不連続となる。集材しなければならない木の総重量を W_s とすれば、総作業時間 t_s は

$$(53) \quad t_s = t_s W_s / \bar{W}$$

$W \max$ に関して t_s の極値の特性を調べる。

$$(54) \quad \partial t_s / \partial W \max = (\partial g / \partial W \max) \bar{W} - (\partial \bar{W} / \partial g) g / W^2$$

$(\partial t_s / \partial W \max)$ の符号と式(54)の分子は一致するからこれを

$$(55) \quad t_1(W \max) = (\partial g / \partial W \max) \bar{W} - (\partial \bar{W} / \partial g) g$$

とおけば

$$(56) \quad \partial t_1 / \partial W \max = \partial^2 g / \partial W^2 \max \cdot \bar{W} - \partial \bar{W} / \partial W^2 \max \cdot g$$

式(56)において $\partial^2 g / \partial W^2 \max \geq 0$, $W > 0$, $\partial^2 \bar{W} / \partial W^2 \max < 0$, $g > 0$ であるから

$$(57) \quad \partial t_1 / \partial W \max > 0$$

また、 $\varepsilon (> 0)$ を十分小さくとれば

$$(58) \quad \begin{cases} (2g / \partial W \max)_{W \max = \varepsilon} < \infty, \bar{W}(W \max) \doteq 0 \\ (\partial W / \partial W \max)_{W \max = \varepsilon} > 0, g(\varepsilon) > 0 \end{cases}$$

したがって

$$(59) \quad t_1(\varepsilon) < 0$$

また、同様にして

$$(60) \quad t_1(\infty) > 0$$

したがって $t_1(W \max) = 0$ は唯一つの解を持つ。すなわち t_s は $W \max$ に関して唯一つの極小値を持つ。

集材コストは作業人員と集材機馬力を一定にすれば、ほぼ作業時間に比例する。また前述のように主索径 D_{sk} と $W \max$ は1対1に対応し、単調増大関数である。以上のことから次の結論が得られる。

[結論4]

「 C_s は D_{sk} に関して必ず唯一つの極小値を持つ。」

6. 計 算 例

前章までに集材機システムの最適化に必要なシステム解析を行なったが、本章では昭和42年に

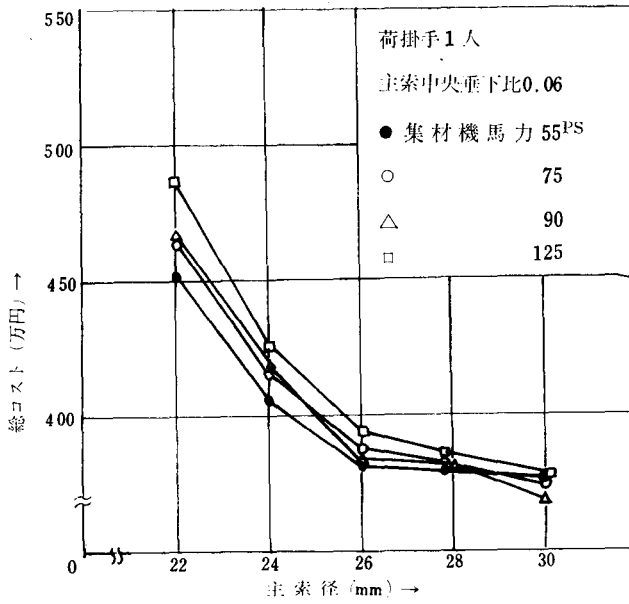


図7 普通集材方式 総コストと主索径

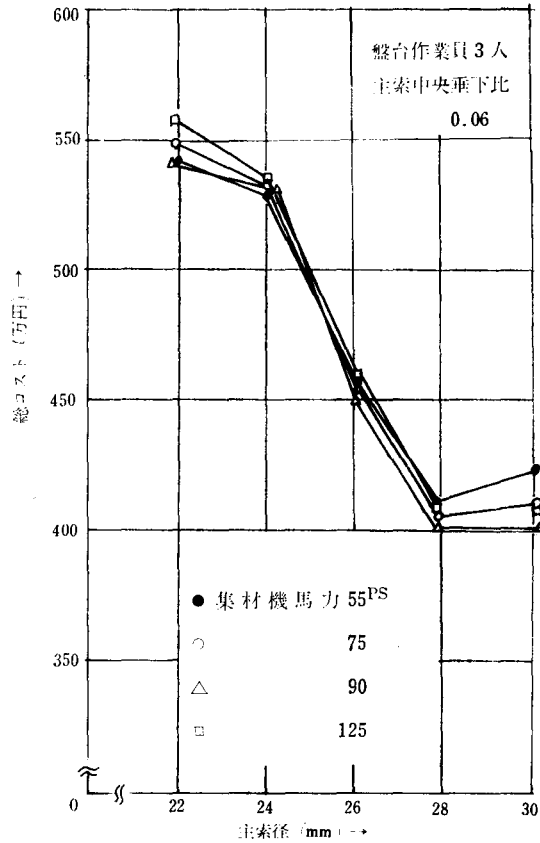


図8 全木集材方式 総コストと主索径

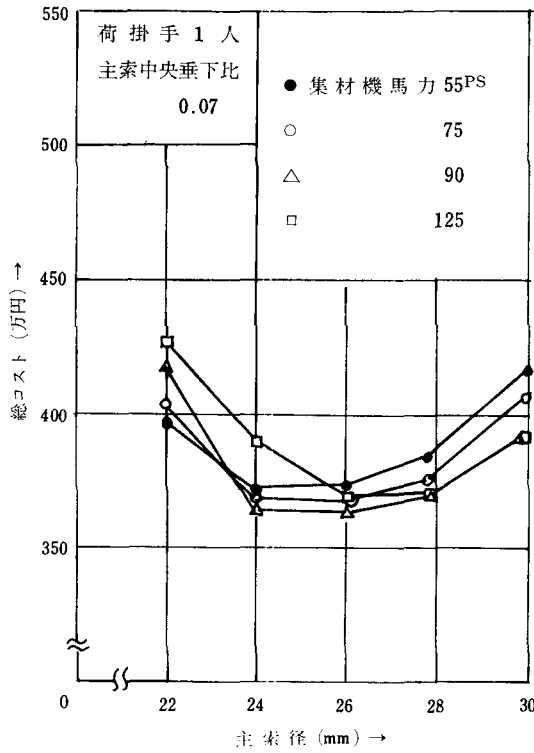


図9 普通集材方式 総コストと主索径

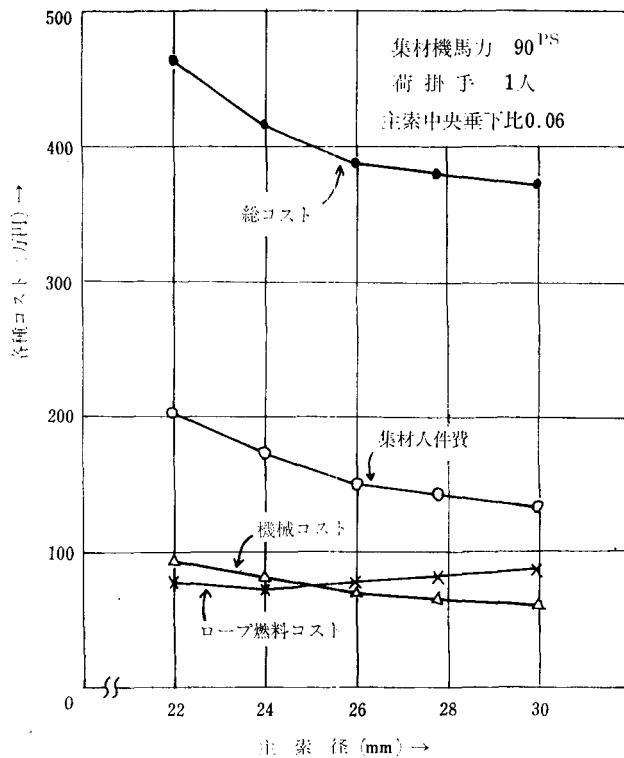


図10 普通集材方式 各種コストと主索径

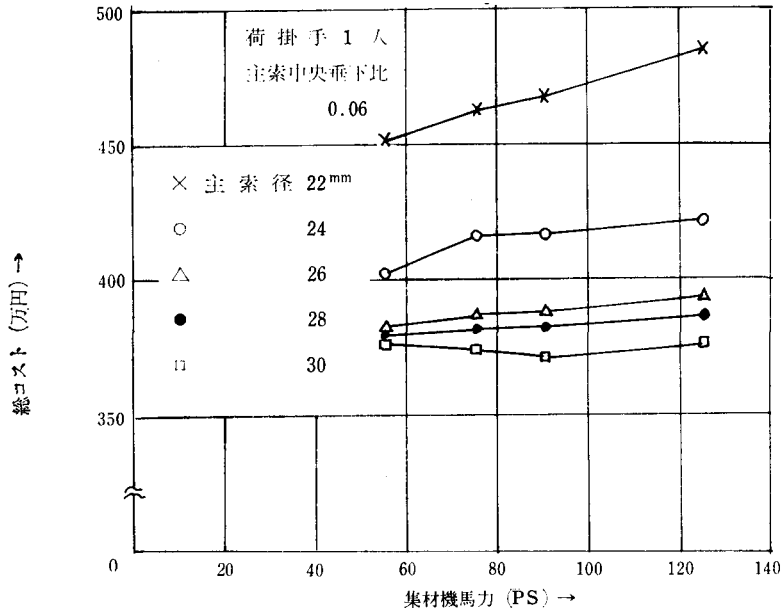


図11 普通集材方式 総コストと集材機馬力

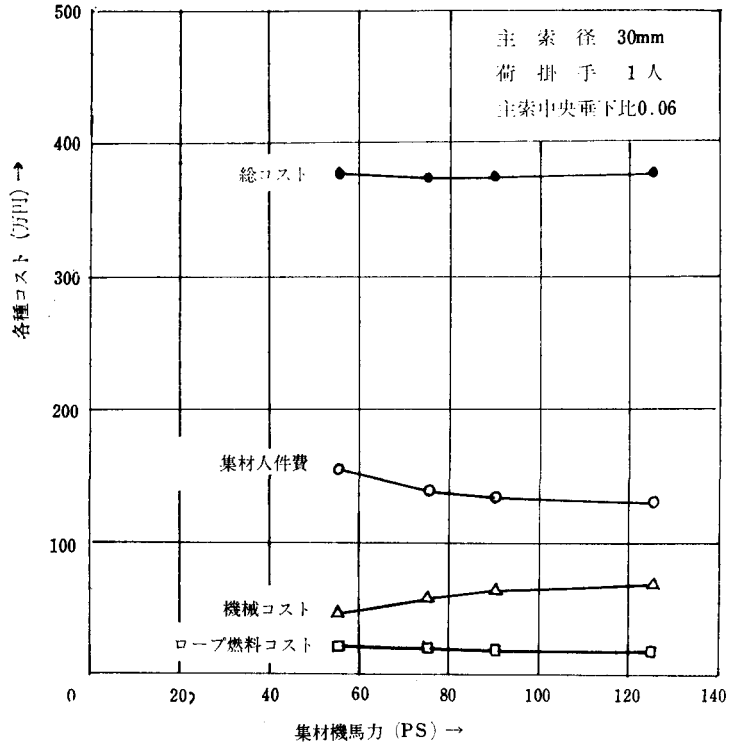


図12 普通集材方式 各種コストと集材機馬力

作業が行われた事業地について計算を行なって、本最適化の妥当性を調べた。事業地は本最適化の対象とする針葉樹天然林の代表的な例として長野県上松市の国有林を選択した。事業地に関するデータおよび各種作業量の計算結果については別に示す〔8〕が、ここでは4章で理論的に調べた目的関数の特性を実例で確かめる。

まず作業方式別に総コストと主索径の関係を計算すれば、図7および図8となる。普通集材方式の場合は総コストの極小値は主索径 22mm~30mm の間には存在しない。そこで主索の中央垂下比〔11〕を変えて同様な計算を行えば、図9の結果が得られた。前章で解析したように目的関数は主索径に関して唯一つの極小値を持つことがわかる。なお主索径に対する各種コストの変化の一例を図10に示す。つぎに総コストと集材機馬力の関係を求めれば図11のようになる。この場合もやはり前章の解析結果と一致することがわかる。また集材機馬力に対する各種コストの変化の例を図12に示す。ロープ燃料コストはほぼ一定となり、総コストも唯一つの極小値を持つことがわかる。つぎに作業員に対する総コストと集材作業日数を図13に例示するが、集材日数は荷掛手1人増加すれば、ほぼ一定日数短縮される。またこの例の場合には荷掛手1人の方が総コストは低いが、集材機馬力が大きい程コストの削減が少ない。すなわち、5章の結論2で述べたように、極小値が移動していることがわかる。なお本計算例で最適化を行なった結果、主索径と荷掛手人員を除いて他のすべての最適化変数は実際に行なわれた作業の場合と一致した。本最適化プログラムを適用することによって従来人間が行っていた集材システムの計算を計算機に代行さ

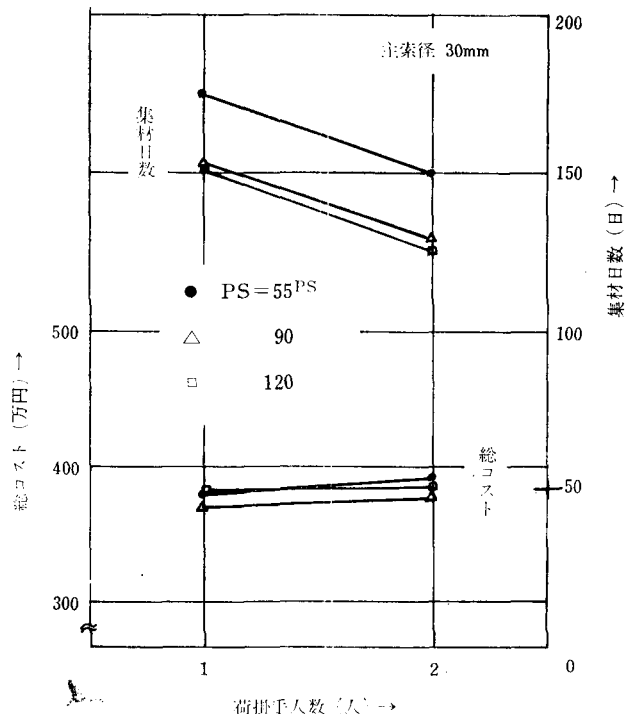


図13 普通集材方式 総コスト・集材日数と荷掛手人数

せることができる。

終りに本研究を御指導下さった東京大学教授渡辺茂氏に感謝の意を表する。

参 考 文 献

1. 長野営林局作業課調査係，製品事業作業工程選定方針（案），41-286，昭和41年。
2. 白井良明“伐倒，造材，集材システムの最適化について”，日林誌 Vol. 51, No. 4, 1969.
3. 桑原，石井，白井，辻，渡辺，“伐木，造材，集材システムの最適化に関する研究（Ⅰ）伐倒作業の定式化”，日林誌投稿中。
4. 桑原，石井，白井，辻，渡辺，“伐木，造材，集材システムの最適化に関する研究（Ⅱ）造材作業の定式化”，日林誌投稿中。
5. 桑原，白井，“伐木，造材，集材システムの最適化に関する研究（Ⅲ）集材作業の定式化”，日林誌投稿中。
6. 高橋勲，伐木集材作業の基準化，林野庁研修報告書，1967.
7. 上田実，集材機架空索の設計疲労と消耗対策一，農林出版，1967.
8. 白井，渡辺，集材機を中心とする運搬系のシステムに関する研究報告書，林野庁業務課，1968.
9. 白井，“タイラー式索張りにおける搬器の自重走行特性”，日本機械学会北信部講演論文・No. 6, 1968.
10. 柴田，白井，“集材機サイクル時間の求め方”，機械化林業，No. 189, 1969.
11. 上田実ほか：架空索の主索に関する研究（第Ⅱ報）峰越しの場合の集材機主索張力について，林試研報第174号，1965.