

文 献 抄 録

Geoffrion, A. M., "Strictly Concave Parametric Programming, Part 1: Basic Theory," *Management Science*, **13**, 3 (1966), 244-253, "Part 2: Additional Theory and Computational Considerations," *Management Science*, **13**, 5, (1961), 359-370.

[非線型計画/パラメトリック/理論的]

パラメータ $\alpha \in [0, 1]$ の各値に対して,
 $(P\alpha) : g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)) \geq 0,$
 $\max_x \{ \alpha f_1(x) + (1-\alpha)f_2(x) \}$

なる最適解 $x(\alpha) = (x_1(\alpha), x_2(\alpha), \dots, x_n(\alpha))$ を求めるパラメトリックな問題 $(P\alpha)$ を考える。著者がこの問題を研究する動機の一つとしてあげているように、この問題は $F(x) = (f_1(x), f_2(x))$ とすると $g(x) \geq 0$ のもとで $\max_x F(x)$ なるベクトル値最大化問題に大変関連が深い。 $(P\alpha)$ についての諸条件は次のように与えられている。(1) $X = \{x : g(x) \geq 0\}$ とするとき $f_i(x), g_i(x)$ は X を含むある開領域で解析的であり, $g_i(x)$ は E^n で concave である, (2) $X \neq \emptyset$ かつ有界, (3) Hessian マトリックス $\nabla^2_x f_i(x) (i=1, 2)$ は $X \ni x$ の全てに対して負の定符号とする (locally strictly concave), (4) $\alpha_0 \in [0, 1]$ で $x^*(\alpha_0)$ が $(P\alpha_0)$ の最適解ならば $g_i(x^*(\alpha_0)) = 0$ なる i から作られたマトリックス $(\nabla_x g_i(x^*(\alpha_0)))$ は maximal rank をもつこと (Kuhn-Tucker の Constraint qualification). このような仮定のもとに Kuhn-Tucker の定理を適用すれば, x^0 が $(P\alpha_0)$ の最適解であるための必要十分条件は, $M = \{1, 2, \dots, m\} \supset S$ (条件式の番号の集合) とすると,

$$\begin{aligned}
 (=S)_\alpha \left\{ \begin{array}{l}
 (KT-1) \quad A_\alpha f(x : \alpha) + \sum u_i \nabla_x g_i(x) = 0 \\
 (KT-2) \quad g_i(x) = 0, i \in S; u_i = 0, i \in M-S \\
 (KT-3) \quad g_i(x) \geq 0, i \in M-S \\
 (KT-4) \quad u_i \geq 0, i \in S
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

をみたす, (x^0, u^0, S^0) が存在することである。 $(x^*(\alpha), u^*(\alpha))$ で $(=S)_\alpha$ の解を示し, これが更に (KT-3), (KT-4) をみたしているときこれを $(x^*(\alpha), u^*(\alpha))$ と書き, このときの集合 S は α で "valid" であると呼ぶ。論文の Part 1 では $(P\alpha)$ を解くための方法 (Basic Parametric Pro-

cedure: 各ステップでの具体的な計算法は除かれているが) が提示され, その妥当性が証明 (Basic Theorem) されている。

Basic Parametric Procedure

step 1. (P_0) の最適解 $x^*(0), u^*(0)$ を求める。 $\alpha^0 = 0, S : \alpha = 0$ で valid な集合, $(x, u)^0 = (x^*(0), u^*(0))$ とおく。

step 2. α を α^0 から増大させて (S をそのままにして) (KT-1)~(KT-4) をみたす α の最大値 $\alpha' (\leq 1)$ を求める。もし $\alpha' = 1$ ならば計算終了。そうでなければ $(x, u)^0 = (x^*(\alpha'), u^*(\alpha'))$ として step 3 へ。

step 3. α' で valid な全ての集合の中から α' の右側で valid なもの (valid な α の区間の左端が α') を選び出し, それを S' とする。 $\alpha^0 = \alpha', S = S'$ として step 2 へ。

すなわち α を増大することによって active な条件式 (S) が変わっていくわけであるが, step 2 では S の組成が変わる限界 α' を求め, step 3 ではこの限界を左端にもつような新しい active な条件式の組 (S') を選び出すわけである。基本定理では, step 2, 3 が共に well-defined であり, step 2 での解について常に $[\alpha^0, \alpha']$ で $(x^*(\alpha), u^*(\alpha)) = (x^*(\alpha), u^*(\alpha))$ が成立すること, および step 3 は有限回実行するだけでよい (アルゴリズムの有限性) ことが証明されている。

この方法の各 step 内での細い計算上の問題は主に Part 2 で述べられている。たとえば, Part 1 の基本定理の証明過程から, $A_\alpha \equiv \{i : v_i^*(\alpha) > 0\}$, $B_\alpha \equiv \{i : g_i(x^*(\alpha)) = 0\}$ とするとき α で valid な S は $A_\alpha \subset S \subset B_\alpha$ であるところが必要十分条件であるということがわかっている。したがって step 3 での S' の選出には一般に, $B_{\alpha'} - A_{\alpha'}$ の個数をとすれば高々 2^k 回の試行錯誤が必要となるが, この問題については1つの順序決定の法則を提示し, 改良をはかっている。また step 2, 3 での $(=S)_\alpha$ を解くために Newton の方法を応用することや全体としての1つの模範的なアルゴリズムがフローチャートと共に示めされている。更にこの方法が(1)一次等式制限の場合 (条件(4)が不成立), (2) f_i が concave であるが strictly ではない場合, (3) $P = (p_1, \dots, p_k)$ とパラメータとすると $g(x, p) \geq 0$

のもとで $\max_n f(x, p)$ なるもっと一般的なパラメトリックな問題の場合, などにも拡張できることが述べられている. (青沼竜雄)

Jenkins, J. H., "On the Correlation Structure of the Departure Process of the M/E λ /1 Queue", *J. of Roy. Statist. Soc.*, 28, 2 (1966), 336-344.

[待ち行列/行列の長さ等の相関性/理論的]

M/G/1 において既に定常状態に達していると考え, q_n を n 番目のサービス終了直後の行列の長さ, ξ_n を n 番目のサービスの間に到着する人数, r_n を $(n+1)$ 番目の departure 間隔の間に到着する人数とする. 母関数 $F(\zeta) = E\zeta^{q_n}$ については $q_{n+1} = (q_n - 1)^+ + \xi_{n+1} \dots (1)$ という関係を用いて既に Kendall により求められている. この論文では, これと同様の方法で(1)から,

$$\begin{cases} E\eta^{q_n} \zeta^{q_{n+1}} \equiv G(\eta, \zeta) \\ = (1-\rho) E(\zeta) \left\{ 1 + \frac{\eta(1-E(\eta\zeta))}{E(\eta\zeta) - \eta\zeta} \right\}, & (2) \\ E\theta^{q_{n-1}} \eta^{q_n} \zeta^{q_{n+1}} \equiv H(\theta, \eta, \zeta) \\ = \frac{E(\zeta)}{\zeta} \{ G(\theta, \eta\zeta) + (\zeta-1)G(\theta, 0) \} & (3) \end{cases}$$

を求めている. ただし, $E(\zeta) = E\zeta^{q_n} = B^*(\alpha - \alpha\zeta)$, $B(x)$ はサービス時間分布. 更に

$$r_n = q_{n+1} - p_{n+1} \quad (4)$$

なる関係から,

$$\begin{cases} E\zeta^{r_n} \equiv R(\zeta) = \zeta G(\zeta^{-1}, \zeta) \\ E\eta^{r_{n-1}} \zeta^{r_n} \equiv P(\eta, \zeta) = \eta \zeta H\left(\frac{1}{\eta}, \frac{\eta}{\zeta}, \zeta\right) & (5) \end{cases}$$

を得る. これらの母関数を用いて, サービス時間分布がアーラン分布,

$$dB(x) = \frac{\lambda}{\beta} \left(\frac{\lambda}{\beta} x\right)^{\lambda-1} \frac{e^{-\lambda x/\beta}}{(\lambda-1)!} dx, \quad (x \geq 0)$$

の場合 $\text{Var } q_n, \text{Cov}(q_n, q_{n+1}), \text{Var } r_n, \text{Cor}(r_{n-1}, r_n)$ 等の諸量を計算している. 更に, $\lambda=1, \lambda=\infty$ の場合について $\text{Var } q_n$ や $\text{Cov}(q_n, q_{n+1}) = \frac{\text{Cov}(q_n, q_{n+1})}{\text{Var } q_n}, \text{Var } r_n, \text{Cov}(r_{n-1}, r_n) =$

$\frac{\text{Cov}(r_{n-1}, r_n)}{\text{Var } r_n}$ のグラフが描かれ, 比較されている.

この論文の目的は, λ の値により, 上の諸量がどの位, 違うかを見ることにある. グラフでは $\{q_n\}$ に関しては $\lambda=1$ 及び $\lambda=\infty$ に対し, $\text{Var } q_n$ も $\text{Cor}(q_n, q_{n+1})$ も余り違いがない. $\{r_n\}$ に関しては

$$\text{Var } r_n = \begin{cases} 2\rho & (\lambda=1) \\ 2\rho - \rho^2 & (\lambda=\infty) \end{cases}$$

$$\text{Cov}(r_{n-1}, r_n) = \begin{cases} \frac{\rho-1}{2(1+\rho)} & (\lambda=1) \\ \frac{(\rho-1)(1-e^{-\rho})}{\rho(2-\rho)} & (\lambda=\infty) \end{cases}$$

の如く顕著な違いを見せている. このことから $C(r_n, r_{n-1})$ から, D. R. Cox 流に, λ に関する情報が得られるだろうと述べている.

しかし, 抄録者の直観からすると, $\text{Var } q_n$ が $\lambda=1$ 及び $\lambda=\infty$ 即ち M/M/1 及び M/D/1 の場合に, ほとんど変化がないということは, 奇妙に思える. またこのことは, M/G/1 の場合

$$E q_n = \frac{\rho^2(1+C_0^2)}{2(1-\rho)} + \rho$$

なることから, うなずけると思う. そこで計算をあたって見ると, アーラン・サービスに対する $\text{Var } q_n$ が間違っている.

正しくは

$$\text{Var}(q_n) = (1-\rho)^2 \left\{ \rho - \frac{3(\lambda-1)}{2\lambda} + \frac{(5\lambda-4)(\lambda-1)}{6\lambda^2} - \frac{(\lambda-5)(\lambda-1)}{12\lambda^2} \rho^4 \right\}$$

となる. 従って

$$\text{Var } q_n = \begin{cases} \frac{\rho}{(1-\rho)^2} & (\lambda=1) \\ \frac{12\rho - 18\rho^2 + 10\rho^3 - \rho^4}{12(1-\rho)^2} & (\lambda=\infty) \end{cases}$$

$$\text{Cov}(q_n, q_{n+1}) = \begin{cases} \rho(2-\rho) & (\lambda=1) \\ \frac{\rho(12-14\rho+5\rho^2)}{12-18\rho+10\rho^2-\rho^3} & (\lambda=\infty) \end{cases}$$

となり, $\text{Var } q_n$ 及び変動係数をグラフに描いて見ると Fig. 1 のようになる. ρ が 1 に近づくにつ

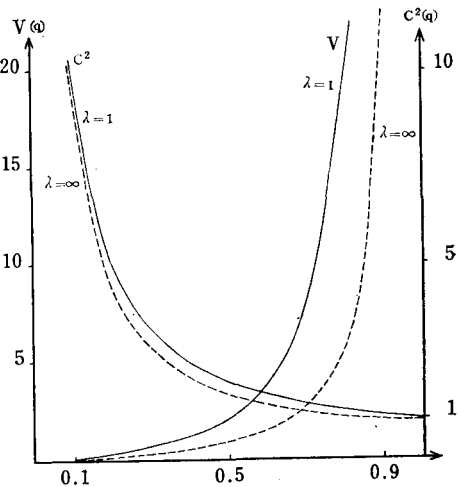


Fig. 1

れ, $\text{Var } q_n$ は $\lambda=1$ では $\lambda=\infty$ の 4 倍位になっている. 変動係数はほとんど差がない. これは $E q_n$ が $\rho=1$ の近くでは $\lambda=1$ は $\lambda=\infty$ の場合の約 2

倍と成っていることから納得できる。

r_n の場合は (5) から $\text{Var } r_n = 2 \text{Var } q_n - 2 \text{Cov}(q_n, q_{n+1})$ となるから、(1) を 2 乗した式からこれは $\text{Var } r_n = 2(1-q)E q_n$ と $E q_n$ だけで表わされることから $\text{Var } q_n$ の計算の間違から運良く逃れている。 $\text{Cov } r_n$ も同様。(江部雅夫)

Olson, Milton Philip, "The Theory of Experiment: Operational Definition of the Probability Space," *Annals of Math. Statist.*, **38**, 2 (1967), 401-409.

[統計/測度の推定/理論的]

Glivenko-Cantelli の定理、すなわち、確率変数 X の経験分布は、標本の数を大きくするに従って、確率 1 で X の分布に近づくという定理は、実験によって、真の分布がほぼ正確に求められるという事を数学的に保証するものと考えられるが、確率空間の測度に関して同様の保証を得ようというのがこの論文の意図である。

先ず、3つの仮定がなされる。

1. 考える確率現象は、 (S, Σ, μ) で表現される。
2. S の有限分割、 $\theta = \{A_1, A_2, \dots, A_R\}$ ($A_i \in \Sigma$) は、これによって実験結果を誤りなく判別できるばあい、篩と呼ばれ、 θ_1 は θ_2 より細かい篩であるとは、 θ_1 が θ_2 の再分割である事を意味し、 $\theta_1 \geq \theta_2$ と書く。
3. 各実験は、互に独立で、しかも何回でも実験できるものとする。言い換えれば、実験結果の無限列を $s^* = (s_1, s_2, \dots)$ とするとき、 s^* の確率空間 (S^*, Σ^*, μ^*) は直積空間 $(X_1^\infty, X_1 \Sigma^\infty, X_1^\infty \mu)$ で与えられるものとする。

以上の仮定のもとで、経験測度を作る。 m_i ケの実験を篩 θ_i にかき、 A_j^i の相対頻度を $\mu_i(A_j^i)$ とする。この μ_i なる測度は勿論 s^* の確率変数であるが、これは $X(s^*, s)$ なる関数の μ についての積分で表わせるから、統算測度の収束は、 $X(s^*, s)$ の収束で定義することができる。 μ^* -可測で $L_1(S, \Sigma, \mu)$ (Banach space) を値にとるような関数全体を $L_1(S^*, L_1(\mu))$ と書き、多少の計算と考察の末に次の定理を得る。

定理： $\{(\theta_j, m_j, \mu_j)\}_{j=1}^\infty$ を次第に細くなる篩の列、 m_j を θ_j による実験の回数、 μ_j を上述の経験測度とすると、

- (1) $(n_j - 1)^{1/2} / m_j^{1/2} \rightarrow 0$, ($j \rightarrow \infty$) ならば、 $\{(\theta_j, m_j, \mu_j)\}_{j=1}^\infty$ は $L_1(\mu^*, L_1(\mu))$ の意味で $(\Sigma_1,$

$\mu)$ に収束する。

- (2) $\Sigma_{j=1}^\infty (n_j - 1)^{1/2} / m_j^{1/2} < \infty$ ならば、 μ^* 確率 1 で $\{(\theta_j, m_j, \mu_j)\}_{j=1}^\infty$ は (Σ_1, μ) に収束する。

但し、 Σ_1 は、 θ_i を θ_i から生成される σ -代数を μ で完備化したものとするとき、 $U_{j=1}^\infty \theta_j$ から生成される μ 完備な σ -代数である。

さらに、(1) で $C \in \Sigma_1$ と次の事は同値である。

すなわち、任意の $\varepsilon > 0$ に対して

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \mu^* \{s^* \mid \| \chi_C(s^*, s) - \chi_{Cl}(s) X_l(s^*, s) \|_{L_1(\mu)} \geq \varepsilon\} = 0$$

なる $C_e \in \theta_l'$ の列が存在することと同値である。ただし θ_l' は θ_l から生成される σ -代数である。

- (2) においそ、 $C \in \Sigma_1$ なることは、ほとんどすべての $s^* \in S^*$ に対して、

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \| \chi_C(s^*, s) - \chi_{Cl} X_l(s^*, s) \|_{L_1(\mu)} = 0$$

なる $C_e \in \theta_l'$ が存在することと同値である。

更に、これから

$$\lim_{l \rightarrow \infty} | \mu(C) - \mu_l(s^*, C_l) | = 0$$

が、結論される。

(江部雅夫)

Hawkes, A. G., "Delay at Traffic Intersections," *J. of Roy Statist. Soc.*, **28**, 1 (1966), 202-212.

[道路運輸/待ち行列/理論的]

通行の優先権を持つ主道路に対して小道路が交差しており、交差点に信号機が設けられていない場合に、交差道路から主道路へ進入しようとする車はどれ位待たなければならないか。この種の現象、すなわち、道路の横断、合流に関してこれまでになされて来た理論的な研究は、事実上、主道路が一方交通である場合か、或いは一方交通という仮定に帰着出来るような状況に対するものであった。この論文では、しかし、対向 2 車線を持つ主道路に対する合流問題が取扱われており、以下に示すような仮定の下に理論が組立てられている。

交差道路上の交通は 1 方向のみで、交通量入はポアソン流であるものとする。交差点で右折、左折する車の割合、 α_R, α_L は与えられており、相次ぐ車の右、左折は互いに独立とみなせる。交差点に達して直ぐ合流出来ない車は (右、左折に関係なく) 共通の 1 つの列を作って待つ。

主道路上の交通もポアソン流と仮定する。交差道路に近い側の車線上の交通量を q_1 、遠い側のそれ

q_2 をで表わす。交差点に達し、左折して近い側の車線上の流れに合流しようとする車は、この車線上に少くとも T_1 の間隙があれば直ちに合流出来る。さもなければ、しばらく停止して、間隙 T_1 が生ずるのを待って合流する。右折して合流する車に対しては主道路の上下車線を総合した間隙 T_2 が要求される。 T_2 は当然 T_1 より大きい。

合流は列の先頭から順に行われ、必要な間隙がある間、間隔 a 毎に1台ずつ進入して行くものとする。解析を易しくするために、これらの値の間に、不等式 $a \leq T_1 \leq T_2 \leq 2a$ を仮定する。

以上のような合流のモデルを解析するために embedded Markov chain の考えが利用される。合流のために車が発進した直後の時点に着目し、右(左)折車発進直後に待っている車の台数の分布の母関数 $\Pi_R(z)$ ($\Pi_L(z)$) を求めることが主要な計算である。1台の車が発進した後に待っている車はこの車の待ち時間中に到着したものであるという関係を考えに入れると、右、左折車の待ち時間の平均が $\Pi_R(z)$, $\Pi_L(z)$ を用いて計算される。

合流待ちの車のために交差道路の幅を拡げ、右、左折車別に列を作らせると待ち時間は減少するだろう。最後の節は、得られた公式の適用例として、この効果の検討に当てられている。

なお、対向2車線道路から車が右折して他の道路へ出て行こうとする際に生ずる滞りの分析しても、このモデルは僅かな変形で応用される。(岸 尚)

Tan, T., "A Mathematical Model for Commuter Traffic in Satellite Towns," *Transportation Science*, 1, 1 (1967) 6-23.

[道路運輸/初等数学/理論的]

衛星都市が主として通勤者の交通に便利であるためには、どのような基本的な考えに基づいて設計されるべきであるか。この種の研究は、特定の状況に対しては二、三試みられているようであるが、この研究は、より多くの場合に対して適用できる、大まかではあるが一般的な傾向を知ることを目的としている。用いられるモデルは非常に単純であるが、都市計画の第一段階のためにはかなり有用であると期待される。

衛星都市の中心には地下鉄のターミナルを置くべきである。商店、公園、十分な駐車場がこれを取り囲み、都市の中心部を形作る。中心部の外側が住宅地である。都市の外周には環状高速道路を設け、バ

イパスの役目を果たさせる。通勤者は車で中心部の駐車場まで乗り着け、駐車した後、地下鉄で通勤先へ向かう。或いは、車で環状線に出てから、これに接続する高速道路を利用して、大都市の通勤先へ向かう。

この衛星都市の人口、とくに、通勤者数が与えられたとき、中心部の広さ、道路及び駐車場が占めるべき面積を見積もりたい。これを、以下に示すような方法で行う。

都市を半径 R の円と考え、車の流れはすべて動径方向へ向かうものとみなす。また、すべての条件は円の中心のまわりに対称的であるとし、道路、駐車場などの形、それらのつながり工合等を仔細に取上げることがせず、単に、密度の形で取扱う。

都市の中心部を半径 r の円と考え、中心から ρ の点の単位面積で道路及駐車場が占める割合を、たとえば、 $g(\rho) = 1 - \exp(-k\rho)$ のように決める。更に、そのうち駐車場に当てる割合を $f(\rho)$ と置く。半径 ρ の円内の駐車場の面積は、ラッシュ時にこの円内に流入する全交通量に見合う必要があり、またこの円へ導びく道路もその交通量を捌くだけの容量を持たねばならない。特に、 $\rho = s$ に対する上記の全交通量は与えられている。

これらの関係を用いると、 $f(\rho)$ の関係形及び半径 r を決める簡単な公式が得られる。半径 r 及び R の同心円で囲まれた住宅地内の道路の密度についても、類似の考えに従って、公式が導びかれる。

論文では、次に、過去のデータに基づき標準的と思われるパラメータの値を用いた計算例を示している。この例からは、また、二、三の一般的な傾向が結論として引き出されており、殊に、朝は中心向きの一方交通、夕方は逆向きの一方交通という工合に交通を規制すれば中心部の面積を小さくすることが出来ること、この傾向は都市の規模が大きい程顕著であることなどが指摘されている。(岩 尚)

Neuts, Marcel F., "A General Class of Bulk Queues with Poisson Input," *Annals of Mathematical Statistics*, 38, 3 (1967), 759-770.

[待ち行列/集団サービス/理論的]

待ち行列系 $M/G/1$ タイプのものであるが、サービスの仕方に特殊性がある。すなわち、サービス終了直後の人数が L 以下ならば L 人になるまで待って L 人になってはじめて L 人一諸にサービスし、サービス終了直後の人数が L より多く K 人を

超えないならばそれらの客を一諸にサービスする。またもしサービス終了直後の人数が K 人以上ならば K 人を一諸にサービスし残りの人は次のサービスまで待つことにする。この系は 勿論 $M/G/1$ や一定集団サービス等を含むもので著者の最近の論文の一般化を試みたものとみることが出来る。サービス時間の分布はサービスされる人数によって異なるとよいが、サービス時間列はサービス終了直後の人数が与えられたという条件のもとでその前後のサービス時間は独立であるとする。

時刻 $t=0$ でサービスが終了したものとし直後の人数を ξ_0 とする。次のサービス終了時点までの時間を X_1 , その直後の人数を ξ_1 , 以下同様にして列 $\{(\xi_n, X_n), n \geq 0, X_0 \equiv 0\}$ を得る。これは、セミマルコフ過程をなし、また $\tau'_n = X_1 + \dots + X_n$ として出力過程 $\{(\xi_n, \tau'_n), n \geq 0\}$ を考えると、これはマルコフ過程をつくる。Pyke [1], [2] の結果を利用して次の結果を得ている。

(1) $Q_{ij}(x) = P\{\xi_n = j, \tau'_n \leq x | \xi_0 = i\}$ の L - S 変換の母関数を求める。

(2) $\{\xi_n\}$ が positive recurrent なるための必十条件は $K - \lambda \alpha_K > 0$, ただし α_K は K 人をサービスする時間の平均。null-recurrent なるための必十条件は、 $K - \lambda \alpha_K = 0$, transient なるための必十条件は $K - \lambda \alpha_K < 0$ 。

(3) n 番目の busy period を、 Y_n , その終了直後の人数を I_n とし列 $\{(I_n, Y_n), n \geq 0, Y_0 \equiv 0, I_0 \text{ は任意}\}$ は L 個の状態の上のセミマルコフ列を作る。 $P\{I_n = j, Y_n \leq x | I_{n-1} = i\}$ の L - S 変換の母関数を求める。

(4) 任意時点 t における系内の人数 $\xi(t)$ について $P_{ij} = P\{\xi(t) = j | \xi_0 = i\}$ のラプラス変換の母関係を求め、極限確率 $P_j^* = \lim_{t \rightarrow \infty} P_{ij}(t)$ を求める。

P_j^* と $\pi_j = \lim_{n \rightarrow \infty} P\{\xi_n = j | \xi_0 = i\}$ とは一致しないが相互の表現形式は与えられていない。

(5) 時間区間 $(0, t]$ 内に系を去った人数についての大数の法則, 中心極限定理が与えられる。

抄録者は(5)で大数の法則の式で現われる定数 A が到着率に等しいのではないかと思うのであるが分析 $\{\pi_j\}$ の性質をもう少ししらべてみる必要があるように思う。

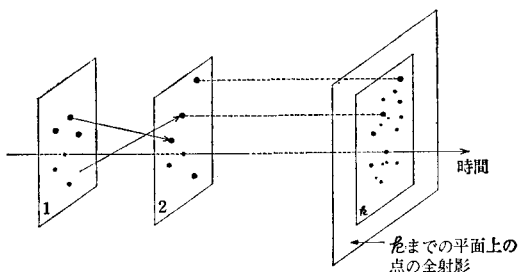
[1] R. Pyke, *Ann. Math. Stat.*, **32**, (1961).
 [2] R. Pyke & Schaufele, *Ann. Math. Stat.* **35**, (1964). (鈴木武次)

Goldman, Jay R., "Stochastic Point Processes: Limit Theorems", *Annals of Math. Statist.*, **38**, 3 (1967) 771-779.

[確率過程/点過程の極限定理/理論的]

n 次元ユークリッド空間 R^n における点過程について次のことを考察している。

(1) 時点 $1, 2, \dots$ において各時点でみられる粒子の分布が互に独立なる時、或時点までの全射影は、 $k \rightarrow \infty$ のとき、ポアソン過程になるかどうかについてその必十条件を与える。 R^2 の場合を図で示す。



(2) R^n の任意の点を取り、それを中心とする長方形の少くとも一辺が無窮大となるような長方形の任意の列に対して、各長方形内の粒子の数の割合が或一定の数に収束するように分布している点過程を G -過程という。定常点過程が G -過程であるための十分条件が与えられる。

(3) 各粒子を、例えば同一分布で独立な速度をもたせ、初期の粒子の位置に独立として運動させると各粒子は一般にランダムな変位をうける。点過程を変位せしめる確率変数が与えられたとき、この点過程の極限過程がポアソンであるための必十条件を与える。

(4) 点過程が G -過程なるとき、各粒子をキャッチする確率が時刻とともに 0 に減少するならば、キャッチされて残った粒子から成る点過程の極限は、ポアソンである。

以上の諸結果は Breiman (1963), Thedeen (1964), 丸山 (1955), Doob (1953) 等によって得られた結果を一般化しまとめたものである。

(鈴木武次)

Bracken, J. and R. M. Soland, "Statistical Decision Analysis of Stochastic Linear Prog-

ramming Problems," *Naval Research Logistics Quarterly*, **13**, 3 (1966), 205-225.

[確率的な計画/情報の価値評価/理論的]

目的関係の係数が確率変数となっている線形計画の問題を statistical decision の立場から解析しているものである。 $Ax=b, x \geq 0$ のもとで $\tilde{c}x$ を最大にする x を求める問題を考える。ここで \tilde{c} は確率変数である。 $R=\{x|Ax=b, x \geq 0\}$ とし β を R の全ての extreme point の集合とする。 \tilde{c} の先験的確率分布 (平均 \bar{c}) がわかっているとき解 x' を $\max_R E_{\tilde{c}}\{\tilde{c}x\} = \max_R \bar{c}'x$ として求められたとする。そのとき decision maker が C に関する完全な情報を得たとき解 x^* を求めることができる。この完全情報の条件付価値 (conditional value of perfect information) は、 $CVPI = cx^* - cx'$ となる。またこの期待値 (CVPI) を計算すれば、 $EVPI = E_{\tilde{c}}\{\max[\tilde{c}x]\} - \bar{c}'x'$ となる。つぎにサンプリングなどの実験手段によって c'' という情報が得られたときは、 x' よりも $\tilde{c}''x'' = \max[\tilde{c}''x]$ なる解 x'' の方が好ましい。したがってこのサンプル "e" の情報による条件付価値 (CVSI) は、 $CVSI = \tilde{c}''x'' - \tilde{c}'x'$ となる。またこの期待値 (EVSI) は $EVSI = E_{\tilde{c}''}\{e[\max[\tilde{c}''x]\} - \bar{c}'x'$ となる。このような値によって stochastic Programming の解を評価しようというのがこの論文の著者の statistical decision の立場からの解析である。上の各数値を計算するには最大値の分布を得ることが必要になってくる。この論文の大部分は論文の表題とは別にこの最大値の分布の計算について論じている。しかし使われている手法は別に新しいものでなく、主にモンテカルロ法によるものと C. E. Clark (*Opns. Res.* **9** (1961)) による方法 (その近似的方法である。簡単な例によってこれら手法の結果の比較が行なわれている。最後に Dantzig による L. P. u. U., Charnes & Cooper による Chance-Constranied Prog. が RHS に random な要素がきていることから上の方法がこれらの問題にどのたうに適用されるか (dual prob.) についてふれている。 (青沼竜雄)

Jewell, W. S., "A Simple Proof of : $L = \lambda W$," *Opns. Res.*, **15**, 6 (1967) 1109-1116.

[待ち行列/ $L = \lambda W$ /理論的]

本論文では再生理論に基づいて $L = \lambda W$ の証明が行われている。まずつぎの諸記号を定義する：

$\eta(t)$ = 時刻 t における系内の人数,

$$(-\infty < t < \infty);$$

$\tau_i = (i=1)$ 番目と i 番目の客の到着時間々隔,

$$(-\infty < i < \infty);$$

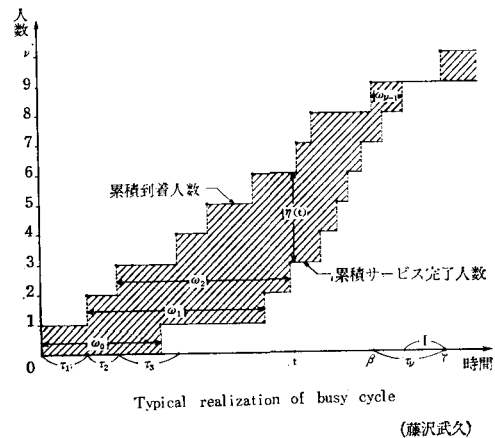
$\omega_i = i$ 番目の客の系待ち時間, $(-\infty < i < \infty)$.

システムの斉時性を仮定し、 $t=0$ で到着した客を n_0 番目の客と呼ぶ。さらに一つの繁忙サイクル (busy cycle) に関してつぎを定義する：

$$\nu = \min\{n > 0 | \eta(\sum_1^n \tau_i) = 0\} \text{ ただし } \eta(0^-) = 0;$$

$$\gamma = \sum_1^\nu \tau_i \text{ (busy cycle の長さ);}$$

$\beta = (\nu-1)$ 番目の客のサービス時刻 (busy period の長さ); $I = \gamma - \beta$ (下図参照).



仮定 1 : $\varepsilon \equiv \{\eta(t) = 0\}$ は、システムのあらゆる初期条件に対して、再帰事象である。

定理 1 : $\eta(0^-) = 0$, 時刻 0 で客が到着したとするとき、上述の確率変数の任意の realization に対して

$$(1) \sum_{i=0}^{\nu-1} \omega_i = \int_0^t \eta(u) du \quad (\beta \leq t < \gamma)$$

が成立する。 $\eta(0^-) = n_0 > 0$ に対しては、(1) の左辺に、 $t=0$ でシステムにいる客の残り総待ち時間を加えればよい。

仮定 2 ("reset" assumption) : $\{\nu; \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_\nu; \omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{\nu-1}; I\}$ は、次の busy cycle の最初の busy せらは同一の同時分布をもつ。とくと独立で、その cycle に関しては次の仮定をおく。

仮定 3 : $E\left\{\int_0^{\gamma_0} \eta(x) dx\right\} < \infty$. (注 : $E(\gamma) = 0$ または $E(\nu) = 0$ は除く。 $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \dots$ を相続く busy cycles の長さとする)。

定理 2 : 仮定 1, 2, 3 の下で、初期条件に関係なく

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E\left\{\int_0^t \eta(u) du\right\}/t = E\left\{\sum_{i=0}^{i-1} \omega_i\right\}/E(\gamma),$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \eta(u) du / t \stackrel{\text{a.s.}}{=} E\left\{\sum_{i=0}^{i-1} \omega_i\right\}/E(\gamma)$$

が成立する。

仮定4：仮定2の下で，unit-average means：

$$W \equiv E\left\{\sum_0^{i-1} \omega_i\right\}/E(\nu),$$

$$T \equiv \frac{E(\gamma)}{E(\nu)} = \frac{E\left\{\sum_1^{\nu} \tau_i\right\}}{E(\nu)}$$

は共に有限である。

定理3：仮定1, 2, 3, 4の下で，任意の初期条件に対して，

$$W = \lim_{n \rightarrow \infty} E\left\{\frac{1}{n} \sum_0^{n-1} \omega_i\right\},$$

$$T = \lim_{n \rightarrow \infty} E\left\{\frac{1}{n} \sum_1^n \tau_i\right\}$$

$$L = \lim_{t \rightarrow \infty} E\left\{\int_0^t \eta(u) du\right\}/t = \frac{W}{T} \quad (T > 0 \text{ のとき})$$

が成立する。公式は $1/T = \lambda$ (到着率) と定義され
ばよい。(藤沢武久)

Scheduling 応用分科会について

- | | | |
|--|------------------------|-------------|
| (1) 第1回会合 (4月22日, 三菱原子力, 第1会議室) | 3 | (北川敏男氏講演) |
| 1.1 今後の運営 | | () 内交渉中 |
| 研究発表会(3ヶ月に2回) 見学会(3ヶ月に1回) 講演会(3ヶ月に1回) の3本立とする。 | | |
| 会計…富士通・原； | | |
| 企画…成蹊大・下城；機械試験所 近辻； | | |
| 講演会記録…東大・黒田； | | |
| 会場…三菱原子力・反町； | | |
| 1.2 43年度計画 | | |
| 4月 研究会済 | | |
| 5 研究会済 NHK・SMART 見学済 | | |
| 6 森村英典氏講演 | | |
| 7 研究会 | | |
| 8 研究会 自衛隊在庫管理見学 | (2) 第2回会合 (5月15日 三菱電気) | |
| 9 研野和人氏講演 | 2.1 政治問題の数量的検討法 | 東大, 渡辺 茂氏 |
| 10 研究会 | 2.2 GLBS について | 三菱重工, 貫井三郎氏 |
| 11 研究会 国鉄郡山操車場見学 | | 出席者17名 |
| 12 刀根薫氏講演 | (3) 第1回見学会 | |
| 44/1 研究会 | 5月18日 NHK. SMART システム | 出席者15名 |
| 2 研究会 (国鉄・大宮工場見学) | (4) 第1回講演会 | |
| | 6月26日 13.30~17.00 | |
| | 三菱原子力, 第1会議室 | |
| | 「待ち合せ問題と scheduling」 | |
| | 東工大・森村英典氏 | |
| | 出席者 9名 | |
| | 以上 | |