

標準規模の一決定法†

中村 義作*

1. ま え が き

一般に、種々の規模の機器に対する需要があるとき、それぞれの需要に見合う機器を個別に作ることは必ずしも得策でない。これは、個別に作られた多種類の機器で需要をまかなうより、規格化された少種類の機器で需要をまかなう方が、経済的なためである。多くの需要を規格化された標準の機器だけでまかなうという思想は、ほとんどこの観点に立っている。

この報告では、うえの観点から最適の標準規模決定に対する1つの方法を述べ、あわせて日本電信電話公社電気通信研究所で実用化中の電子交換機について、その適用例を示す。

2. 標準規模の決定法

機器の最適の標準規模は、一般に機器の規模別価格曲線と需要分布から経済的に決められる。そこで、機器の規模と価格の関係をまず調べる。いま、規模 y の機器に対する価格を $k_1(y)$ とし、この機器で y より小規模の需要をまかなう場合を考える。つぎの2つが可能である。

(i) y の需要をまかなうときと同一の機器が要求され、価格はやはり $k_1(y)$ である。

(ii) 部品などに節約できる箇所があり、価格は $k_1(y)$ より安くなる。

かくして、規模 y の機器で規模 $x (\leq y)$ の需要をまかなうときの価格 $k(x, y)$ は、一般に

$$(1) \quad k(x, y) = k_1(y) - k_2(x, y), \quad x \leq y$$

と表わされる。ここに、 $k_2(x, y)$ は規模 y の機器で規模 x の需要をまかなうときの節減費用を表わす。 $k_2(x, y)$ は $0 \leq x \leq y$ の領域で定義され、

$$(2) \quad \begin{cases} k_2(x_1, y) \geq k_2(x_2, y) \geq 0, & x_1 < x_2 \leq y \\ k_2(y, y) = 0 \end{cases}$$

を満足する。また、規模 $y (> x)$ の機器で規模 x の需要をまかなうときは無駄が考えられるのに対し、規模 x の機器で規模 x の需要をまかなうときは無駄がないから、一般に

$$(3) \quad k_1(x) \leq k(x, y), \quad x < y$$

となる。しかし、以下ではダイナミック・プログラミングの手法を用いるため、式(2)および式(3)を必ずしも必要としない。なお、価格が式(1)で表わされる機器において、 y を標準規模、 x を

† 1967年1月14日受理 1966年度秋季研究発表会講演

* 日本電信電話公社 電気通信研究所

実装規模と名付ける。これは、規格化された標準規模の機器だけを準備し、需要に応じて必要な規模だけ実装させることに由来する。

つぎに、標準規模 y の機器で規模 $x (> y)$ の需要をまかなう場合を考える。このときは数機を併用し、機器の実装規模の合計が必要される規模に達すればよいと解釈する。そして、需要のまかない方は、機器の実装規模を順次標準規模 y に一致させ、最後の端数分だけを y より小さい実装規模とするように定める。よって、規模 $x (> y)$ の需要をまかなうときの合計の価格 $k(x, y)$ は、

$$(4) \quad k(x, y) = nk(y, y) + k(x - ny, y)$$

となる。ただし、 n は x/y を越えない最大の整数とした。式(4)は、 $x > y$ に対する機器の価格として導入したが、 $n=0$ の場合もそのまま成立している。よって、式(4)は任意の実装規模 x に対する機器の価格を表わす。標準規模 y を固定したときの機器の価格は、実装規模 x によって、例えば図1のように変化する。

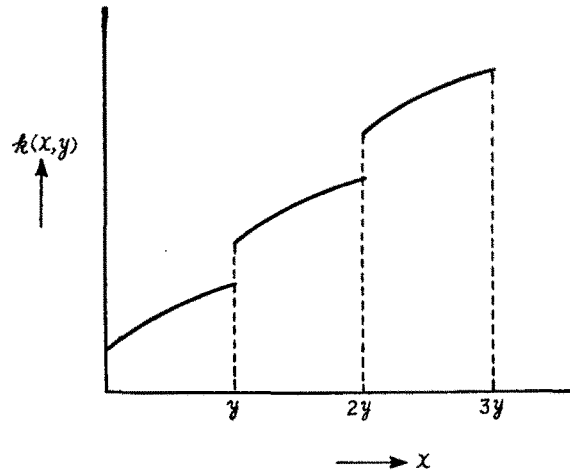


図1 固定の y に対する機器の価格曲線

機器の価格 $k(x, y)$ が標準規模 y および実装規模 x の関数として与えられると、機器の規模別需要分布から最適の標準規模が求められる。ここに、求めたいのは標準規模で、実装規模は個々の需要から必然的に定まることに注意する。いま、規模 x に対する需要率を $dF(x)$ とし、規模 z 以上に対する全需要率を

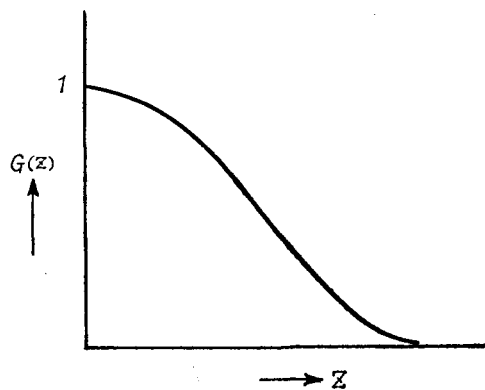
$$(5) \quad G(z) = \int_z^{\infty} dF(x) = 1 - F(z)$$

で表わす。 $dF(x)$ および $G(z)$ はそれぞれ図2、図3のようになる。

さて、最適の標準規模を求めるに当たり、まず1機種で全需要をまかなう場合を考える。いま、規模 z 以上の需要だけを考慮の対象とし、これらを1機種でまかなうものとする。もし標準規模を y_1 に定めれば、1需要当りの平均価格 $C_1(z, y_1)$ は、式(4)より



図2 需要分布

図3 規模 z 以上の需要率

$$(6) \quad C_1(z, y_1) = \left[\int_z^{y_1} k(x, y_1) dF(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{ny_1}^{(n+1)y_1} \{nk(y_1, y_1) + k(x - ny_1, y_1)\} dF(y) \right] / G(z)$$

となる。よって、最適の標準規模は

$$(7) \quad C_1(z) = \min_{z < y_1} C_1(z, y_1)$$

を満たす $y_1(z)$ として求められる。これから、全需要を1機種でまかなうときの最適の標準規模は $y_1(0)$ で与えられる。また、そのときの1需要当りの平均価格は $C_1(0)$ となる。

うへの考察から明らかなように、1機種に対する最適の標準規模 $y_1(0)$ は、可能なすべての場合の $C_1(0, y_i)$ を比較してえられている。このため、1機種の場合だけを考慮するかぎり、 $z > 0$ に対する考察はまったく不要である。しかし、2機種以上で全需要をまかなうときの最適の標準規模を、同じ方法で求めようとすると、機種数の増加につれて計算量は急速にふえる。事実、数10機種に及ぶと、組合わせ数が天文学的数となり、電子計算機を用いても計算はほとんど不可能になる。したがって、2機種以上に対しては何か特別の工夫が要求される。 $z > 0$ に対する考察は、これの準備である。

2機種以上で全需要をまかなう場合を考えるため、まず需要のまかない方を規定する。標準規模の大きい順に y_1, y_2, \dots, y_n の n 機種があり、これらの機器で全需要をまかなうものとする。規模 y_n 以下の需要を考えると、これらは標準規模のもっとも小さい y_n の機器でまかなうのが得策である。なぜならば、 y_n より大きい標準規模の機器でまかなうと、余力のある機器を用いることになり、余分の無駄が考えられるからである。しかし、規模 y_n を越える需要に対しては、類似の考察が許されない。それは、 $y_1 \sim y_n$ の具体的値に応じて、各規模のうまい組合わせが考えられうるからである。しかし、この組合わせまで考慮に入れて最適の標準規模を求めようとすると、解析はかなり困難となる。このため、以下では規模 y_n から規模 y_{n-1} までの需要を標準規模 y_{n-1} の機器で、規模 y_{n-1} から規模 y_{n-2} までの需要を標準規模 y_{n-2} の機器

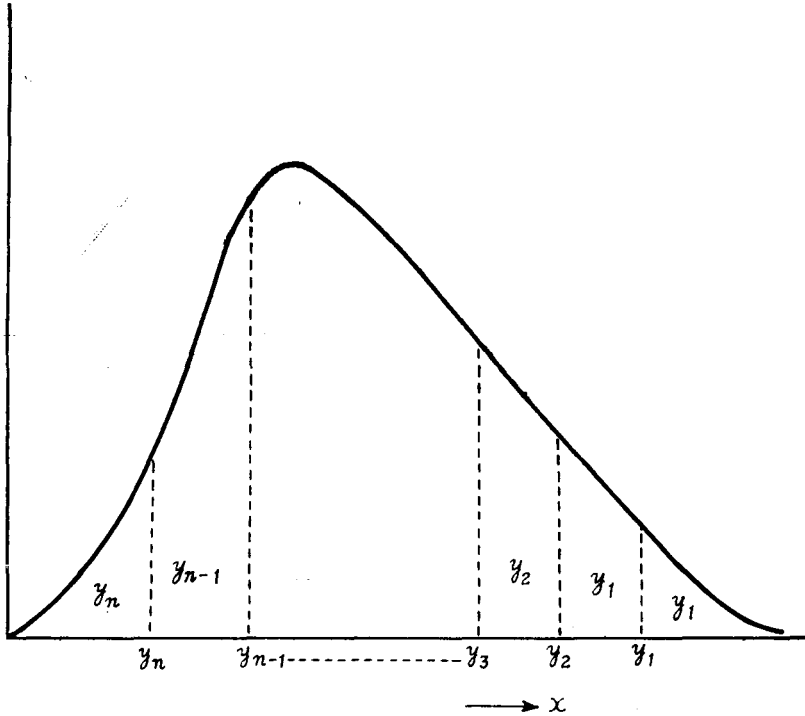


図4 各機器の需要をまかなう分野

で、……、規模 y_3 から規模 y_2 までの需要を標準規模 y_2 の機器で、規模 y_2 以上の需要を標準規模 y_1 の機器でそれぞれまかなうものと規定する。かくして、需要のまかない方は図4のようになる。

さて、2機種以上に対する最適の標準規模をダイナミック・プログラミングの手法で求めよう。1機種の場合と同様、規模 z 以上に対する需要だけを考慮の対象とし、これらを $n (> 1)$ 機種でまかなうものとする。もし、標準規模 y_n の機器で規模 y_n までの需要をまかなえば、 y_n を越える需要は $(n-1)$ 機種でまかなうことになる。よって、最適の標準規模の n 機種で需要をまかなえば、ダイナミック・プログラミングにおける最適性の原理により、1需要当りの平均価格 $C_n(z)$ は、

$$(8) \quad C_n(z) = \min_{z < y_n} \left[\int_z^{y_n} k(x, y_n) dF(x) + G(y_n) C_{n-1}(y_n) \right] / G(z)$$

で表わされる。かくして、式(8)を満たす y_n を $g_n(z)$ とかけば、 n 機種で全需要をまかなうときの最適の標準規模は、小さいものから順次 $g_n(0)$, $g_{n-1}(g_n)$, $g_{n-2}(g_{n-1})$, …… , $g_2(g_3)$, $g_1(g_2)$ として与えられる。また、このときの1需要当りの平均価格は $C_n(0)$ であるから、機種数の増加による平均価格の低減状況は、 $C_1(0)$, $C_2(0)$, …… , $C_n(0)$ の系列から求められる。ただし、機種数を増加するにはプロトタイプ製作など、別の面の経費がかかるため、何機種にすべきかは両者のかね合いから決められる。原理的には、 n 機種するときの1需要当りの平均経費

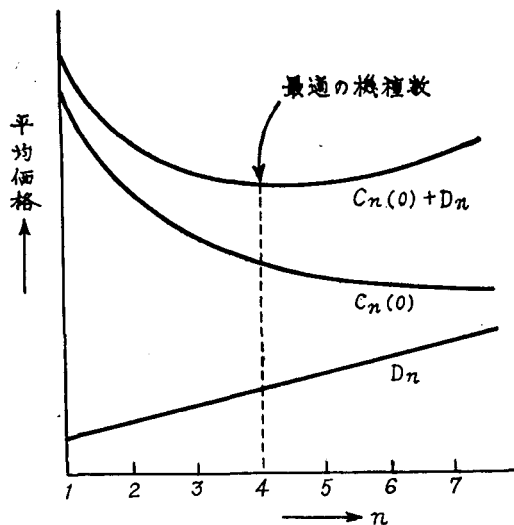


図5 機種数と平均価格の関係(想定)

D_n を求め、 $C_n(0) + D_n$ を最小にする n を求めればよい。しかし、 D_n の評価は一般に困難なようである。

3. 電子交換機への適用例

日本電信電話公社電気通信研究所では、電話サービスの飛躍的改善を意図して、目下電子交換機の研究実用化に努力している。すでに第1号の試作機DEX-1も完成し、第2号機の試作に取組んでいる。以下では、電子交換機的最適標準規模に対し、前節の方法を適用する。

電子交換機は、電話の接続を電子的に制御する共通制御部分と、実際の接続をつかさどる通話路部分より構成されている。共通制御部分の価格 $k_c(x, y)$ は、実装規模 x にも関係するがほとんど標準規模 y に支配され、

$$(9) \quad k_c(x, y) = b'x + c \log y, \quad b' \ll c$$

と近似される。これは、何端子分までの通話を制御しようとするかが支配的で、実装する端子の数にはあまり影響されないためである。一方、通話路部分の価格 $k_s(x, y)$ は実装規模 x に比例し、

$$(10) \quad k_s(x, y) = (a \log y + b'')x$$

と近似される。これは、接続をつかさどる装置が実装規模 x にそのまま比例するからである。かくして、電子交換機の価格は

$$(11) \quad k(x, y) = (a \log y + b)x + c \log y$$

とかかれる。ここに、

$$(12) \quad b = b' + b''$$

とした。すでに試作したDEX-1電子交換機のデータより各パラメータを推定すると、

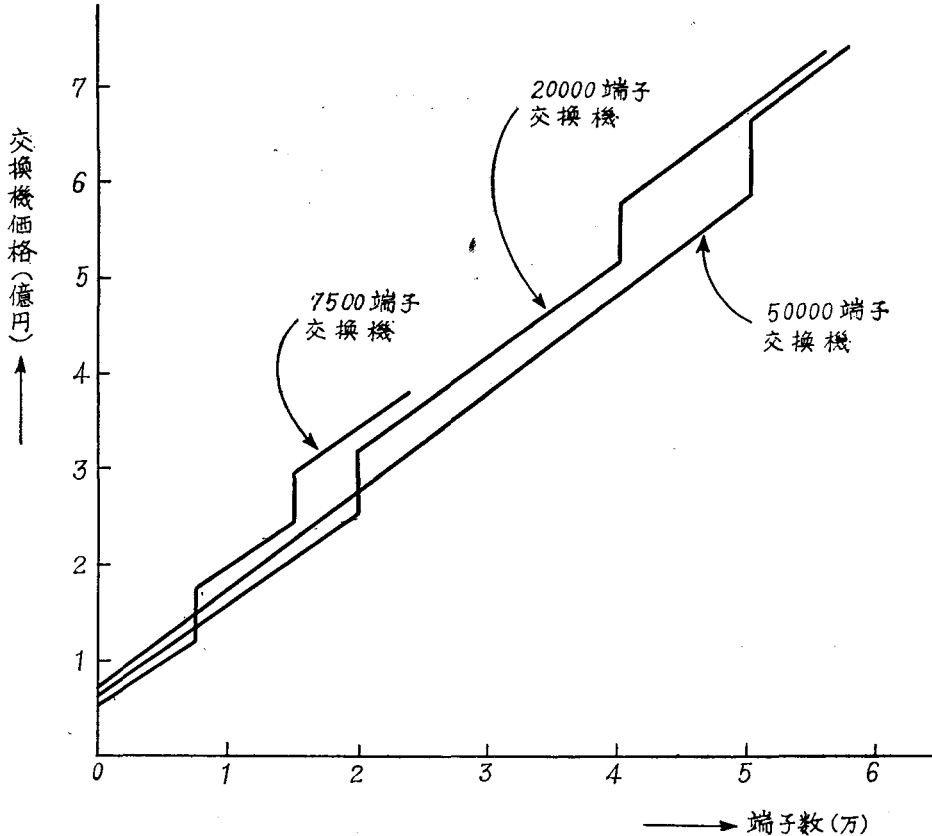


図6 電子交換機の価格曲線

$$(13) \quad \begin{cases} a=6.087 \times 10^{-3} \\ b=7.443 \times 10^{-4} \\ c=8.186 \times 10^{-2} \end{cases}$$

がえられる。ただし、価格は億円、規模はアランとした。ここに、アランとは電話交換工学で用いる通話の単位で、この報告で対象としている都会地では100アランが約1250端子の通話量に相当する。

一方、電子交換機の設備計画の基礎となる15年後の需要分布は、図7のように予測されている。これから前節の方法で最適の標準規模を求めると、表1をうる。なお、この計算にはIBM社の7090電子計算機を用いたが、式(11)が x の1次式であるためプログラムも簡単となり、所要時間はコンパイルを含めて約50秒であった。

最後に、機種数の問題に触れる。表1から明らかなように、機種数を1から2にふやすと、価格が約15%下がる。しかし、それ以上ふやしても大きな効果は期待できない。一方、機種数の増加にもなう経費(図5の D_n)の評価は、現在のところ定量的には困難である。このため、表1の結果を参考にして、2機種がよいのではないかと考えられている。

いま、2機種に定めたとしよう。すると、新たに1つの問題が生ずる。それは、2種の標準規

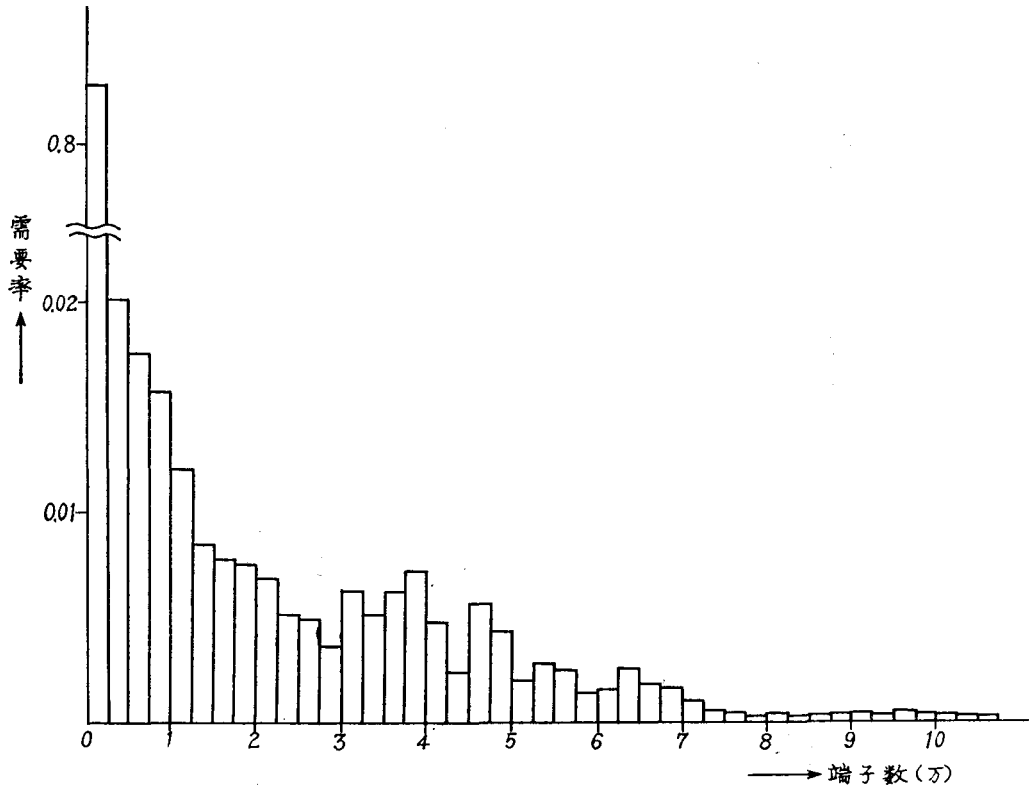


図7 電子交換機の需要分布

| 機種数 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------------------|-------|---------------|-----------------------|--------------------------------|
| 最適の標準規模 (端子) | 21250 | 2500 53750 | 1250 2500 53750 | 1250 2500 21250 68750 |
| 1需要当りの平均価格 (億円) | 1.32 | 1.12 | 1.09 | 1.08 |

表1 最適の標準規模と1需要当りの平均価格

模を本当に最適の標準規模にしなければならないか、ということである。技術的な問題やその他の事情で、経済的な最適規模から標準規模をずらすことも考えられる。このとき、どの位の価格増加になるかを知っておく必要がある。これを示したのが図8および図9で、前者は小さい方の標準規模を変えた場合、後者は大きい方の標準規模を考えた場合である。これらの図から、小さい方の標準規模はなるべく2500端子とすべきであるが、大きい方の標準規模は53750端子から多少ずれてもよいことが判る。

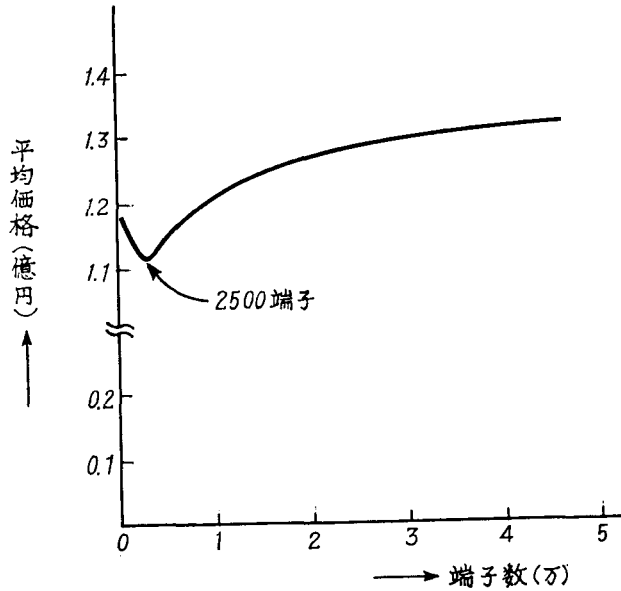


図8 2機種で、小さい交換機の標準規模を最適値から変えた場合の価格の変化

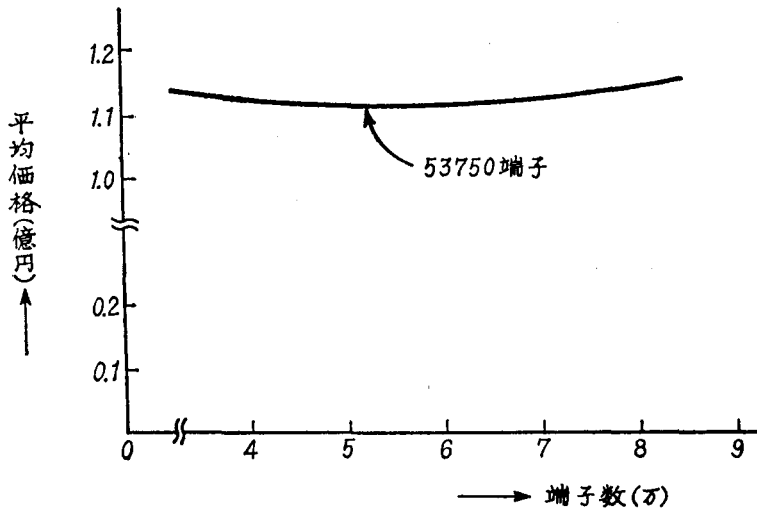


図9 2機種で、大きい交換機の標準規模を最適値から変えた場合の価格の変化

4. 謝 辞

この研究を進めるに当たり、交換機価格などの問題で電気通信研究所秋丸市外電子交換室長から種々のご教示をいただいた。また、この報告をまとめるに当たり、同研究所池野第1研究室長から適切のご指導とご批判をいただいた。ここに厚く感謝します。